

ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA ESCUELA PRIMARIA

Justificación

La presente propuesta está enfocada a la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria. Su punto de partida son los contenidos de aprendizaje que no han sido consolidados de acuerdo a los reportes de la prueba Excale. Como los resultados de esta prueba, manifiestan de cierta manera el perfil de egreso de las Matemáticas en la primaria; se consideró pertinente retomar los conocimientos previos que sirven de base para las habilidades evaluadas, y así, poder incluir en la participación de la propuesta a los seis grados de la primaria.

Con esta propuesta los profesores reflexionarán y rediseñarán la enseñanza de los problemas matemáticos mediante la incorporación de variables didácticas, en las cuales pondrán énfasis de manera intencionada en el aprendizaje de los contenidos curriculares que presentan mayor rezago y/o dificultad para ser aprendidos. Replanificará el trabajo escolar a nivel aula y a nivel escolar a partir de los resultados de la evaluación, analizando los conocimientos previos que debieron ser adquiridos y abordados en grados anteriores.

Con esta experiencia los profesores identificará y

atenderán sus necesidades de actualización docente, además de construirán una ruta metodológica que les permitirá replanificar y reintervenir la enseñanza en forma colegiada y con alternativas de innovación.

Objetivos

Que los profesores:

- Reflexionen acerca de la enseñanza a partir de los resultados de la evaluación del aprendizaje.
- Exploten las herramientas del Explorador Excale al acrecentar sus referencias acerca de la descripción de los contenidos y de las formas de plantear situaciones de evaluación del aprendizaje.
- Rediseñen situaciones del aprendizaje al incorporar diversas variables didácticas en las que utilicen de forma intencionada los contenidos del mismo, en el planteamiento y resolución de problemas.
- Recuperen en los procesos de enseñanza las acciones didácticas que están facilitando la comprensión en el aprendizaje.

Participantes

La directora de la escuela.

Diecinueve profesores de grupo.



**Adrián
Ibarra Mercado**

Profesor
Normal Superior
Jalisco



**María Guadalupe
Rosensilva
Martínez Muñoz**

Directora
Primaria general
Jalisco

Uso del Explorador de Excale

Vistos los temas de la prueba como elementos aislados, se puede generar que los profesores emprendan acciones remediales, sin que logren comprender el porqué de sus dificultades en el aprendizaje. Como es el caso de los números decimales, a los que les

subyacen las bases del sistema de numeración decimal y las reglas de los sistemas de medición.

En la siguiente tabla se organizan los temas evaluados, graficando los que alcanzan puntajes igual y mayor a 60%, y los que alcanzan puntajes menores a 60%, son la referencia para considerar en la propuesta.

Tabla I. Tipo de contenidos con porcentaje inferior a sesenta.

EJES DE LA MATEMÁTICA	CANTIDAD DE TEMAS	
	Porcentaje mayor a 60	Porcentaje menor a 60
Los números, sus relaciones y operaciones		
Lectura y escritura de cifras con números enteros	4	1
Lectura y escritura de cifras con números decimales	0	4
Orden numérico con números enteros	1	2
Orden numérico con números decimales	0	4
Operaciones aritméticas con números enteros	5	2
Operaciones aritméticas con números decimales	0	5
Operaciones aritméticas con números fraccionarios	1	5
Resolución de problemas con números enteros	7	9
Resolución de problemas con números decimales	3	3
Resolución de problemas con números fraccionarios	0	9
Números fraccionarios	2	7
Medición	1	20
Geometría	2	11
Tratamiento de la información	1	4
Predicción y azar	0	3
Procesos de cambio	3	8
Total de temas y porcentaje	30 (22%)	106 (77.9%)

La reflexión de la enseñanza tiene que involucrar a todos los profesores de los diferentes grados escolares y no sólo a los de sexto grado como es el caso; por eso todo el colectivo escolar participó en el análisis de la tabla I, ampliando la información con la consulta de

los contenidos en el Explorador Excale. A partir de esta reflexión, los profesores relacionaron los contenidos evaluados con los contenidos que aportan estas habilidades en los grados anteriores a sexto, y propusieron abordar los contenidos que se detallan en el cuadro I.

Cuadro I. Tipo de contenidos que se abordaran en los seis grados escolares.

Grupos	NÚMEROS NATURALES				ALGORITMOS				PROBLEMAS		FRACCIONES Y DECIMALES	
	Lectura y escritura de cifras	Orden numérico	Valor posicional	Composición aditiva de cantidades	Suma	Resta	Multiplicación	División	Problemas aditivos	Problemas multiplicativos	Fracciones	Decimales
1a	x	x	x	x	x	x			x			
1b	x	x	x	x	x	x			x			
1c	x	x	x	x	x	x			x			
2a	x	x	x	x					x	x		
2b		x	x	x					x	x		
2c	x		x	x						x		
2d	x	x	x	x					x	x		
3a						x	x	x	x	x		
3b	x	x	x						x	x		
3c						x	x	x	x	x		
4a		x	x	x						x	x	x
4b		x	x				x	x		x		
4c		x	x	x							x	x
5a									x	x	x	x
5b	x								x	x	x	x
5c	x		x						x	x	x	x
6a		x							x	x	x	x
6b		x	x						x	x	x	x
6c	x	x		x						x	x	x

Fases de la propuesta de mejora

FASE I. ACCIONES DE REVISIÓN DE RESULTADOS		TIEMPO
1. Revisión de los resultados de la prueba Excale		Enero 2008
2. Consulta de la descripción de los contenidos y ejemplos de reactivos de la prueba Excale		Enero 2008
3. Revisión de los resultados semestrales de la evaluación escolar		Enero 2008
FASE II. ACCIONES DE ORGANIZACIÓN Y DELIMITACIÓN DE LOS CONTENIDOS DE APRENDIZAJE POR GRADO ESCOLAR		
4. Delimitación de contenidos de aprendizaje: planteados por los profesores, a desarrollar en el periodo enero-junio de 2008		Enero 2008
5. Organización de los tiempos para el asesoramiento por grado escolar		Enero 2008

FASE III. ACCIONES DE ASESORAMIENTO

- 6. Compilación y diseño de las **tipologías de problemas** aditivos y multiplicativos: Febrero 2008
- 7. **Diseño y aplicación** de **situaciones didácticas** Febrero a junio 2008

FASE IV. ACCIONES DE EVALUACIÓN Y REPLANIFICACIÓN DE LA PROPUESTA

- 8. Evolución de los resultados de aprendizaje y evaluación de la metodología de enseñanza Junio 2008
- 9. Evaluación de la metodología de enseñanza Julio 2008
- 10. Re-aplicación de la propuesta Ciclo escolar 2008-2009

Descripción detallada de la propuesta de mejora

Acciones de revisión de resultados (desarrolladas por todos los profesores en el mes de enero de 2008)

- 1) Revisión de los resultados de la prueba Excale.
- 2) Consulta de la descripción de los contenidos y ejemplos de reactivos de la prueba Excale.
- 3) Revisión de los resultados semestrales de la evaluación escolar.

Acciones de organización y delimitación de los contenidos de aprendizaje por grado escolar

- 4) Delimitación de contenidos de aprendizaje: planteados por los profesores, a desarrollar en el periodo enero-junio de 2008 (cuadro I desarrollado en enero del 2008).

- 5) Organización de los tiempos para el asesoramiento por grado escolar (por la Directora).

ORGANIZACIÓN ESCOLAR EN EL QUE SE REÚNEN LOS PROFESORES

Horario	Martes	Jueves	Viernes
8:00 a 9:00 hrs	6°		4°
9:00 a 10:00 hrs	1°	5°	2° y 3°
10:00 a 11:00 hrs	3° (dos grupos)		
11:30 a 12:30 hrs	2° (dos grupos)		

Acciones de asesoramiento

- 6) Compilación y diseño de las tipologías de problemas aditivos y multiplicativos: se presentan en este momento sólo la tipología aditiva (acción a desarrollar en febrero de 2007).

Tipología de problemas de estructura aditiva

DEFINICIÓN

Los problemas de tipo aditivo, son aquellos cuya solución exige adiciones o sustracciones. Estructuras aditivas son las estructuras, o relaciones en juego que, sólo están formadas por adiciones o sustracciones¹.

RELACIÓN BINARIA

La estructura aditiva es una relación binaria ($a+b = c$).
 A y B pueden ser del mismo tipo o especie, por lo que al unirse equivalen a C.
 A y B pueden ser de diferente tipo pero correspondientes a una categoría que las contiene (ej. A = mangos, B = fresas, C = frutas).

¹ (Gerard Vergnaud, 1991; p. 161).

CONCEPTOS BÁSICOS

Medida	Estado inicial – final	Transformación	Número relativo
El término medida se usa para cuantificar conjuntos de la misma naturaleza, que existen en el tiempo y en el espacio (sean éstos cardinales, longitudes, etcétera).	Situación-cantidad inicial, la cual se puede ver modificada por una transformación. Situación-cantidad final.	Las transformaciones son acciones en el tiempo y en el espacio.	Son números con signo (+,-) que representan Transformaciones (adiciones o sustracciones) las cuales se pueden efectuar sobre la medida de un conjunto.

Tipos de problemas²

1ª CATEGORÍA DE PROBLEMAS	ESTRUCTURA DE LOS PROBLEMAS	PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN
---------------------------	-----------------------------	------------------------------

Incógnita centrada en el resultado final

1) En el salón hay diez niños y 15 niñas, ¿cuántos alumnos hay en total?

Incógnita centrada en uno de los sumandos (partes)

2) En el salón hay diez niños, si en total hay 25 alumnos, ¿cuántas niñas hay en el salón?

3) En el salón hay 25 alumnos, si de éstos 15 son niñas, ¿cuántos son niños?

Dos medidas se unen para dar una nueva medida

2ª CATEGORÍA DE PROBLEMAS	ESTRUCTURA DE LOS PROBLEMAS	PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN
---------------------------	-----------------------------	------------------------------

Transformación positiva, incógnita en el estado final

1) Tengo siete tazos, jugué y gané cinco tazos, ¿cuántos tazos tengo ahora?

Transformación positiva, incógnita en la transformación

2) Tenía siete tazos, jugué y ahora tengo 12 tazos, ¿cuántos gané?

Transformación positiva, incógnita en el estado inicial

3) Gané cinco tazos y ahora tengo 12 tazos, ¿cuántos tazos tenía antes de jugar?

Transformación negativa, incógnita en el estado final

4) Tengo siete tazos, jugué y perdí cinco tazos, ¿cuántos tazos tengo ahora?

Transformación negativa, incógnita en la transformación

5) Tenía siete tazos, jugué y ahora tengo dos tazos, ¿cuántos perdí?

Transformación negativa, incógnita en el estado inicial

6) Jugué y perdí cinco tazos y ahora tengo dos tazos, ¿cuántos tenía antes de jugar?

Una transformación opera sobre una medida para dar una nueva medida

² Esta tipología es presentada por Gerard Vergnaud (1991) con un desarrollo más detallado en las subclases de problemas por Claudia Broitman (1999). El diseño de esta tabla de Categorías de problemas de Estructura Aditiva es presentado por Adrián Ibarra Mercado (2007) en la propuesta de asesoramiento de *la enseñanza de resolución de problemas en la escuela primaria*.

3ª CATEGORÍA DE PROBLEMAS	ESTRUCTURA DE LOS PROBLEMAS	PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN		
Una relación une dos medidas	Incógnita en la relación	1) Jorge tiene \$20 y Mariana tiene \$14, ¿qué diferencia hay entre los dos?		
	Forma de explicitar la relación (mas que, menos que)	2) Jorge tiene \$20, tiene \$6 más que Mariana, ¿cuántos pesos tiene Mariana?		
	3) Mariana tiene \$14, tiene \$6 menos que Jorge, ¿cuántos pesos tiene Jorge?			
	Incógnita en una de las medidas	4) Mariana tiene \$14, Jorge tiene \$6 más, ¿cuántos pesos tiene Jorge?		
4ª CATEGORÍA DE PROBLEMAS	ESTRUCTURA DE LOS PROBLEMAS	PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN		
			Incógnita en la composición. Transformación positiva-negativa	1) He jugado dos juegos de lotería, en el primero gané \$19 y en el segundo perdí \$7. ¿Cuánto tengo ahora?
			Incógnita en una de las transformaciones. Transformación positiva-negativa	2) Jugué dos juegos de lotería, en el primero gané \$19 y ahora tengo \$12. ¿Cuánto perdí en el segundo juego?
			3) Jugué dos juegos de lotería y ahora tengo \$12 pesos, si perdí \$7 en el segundo juego. ¿Cuánto había ganado en el primer juego?	
			Incógnita en la composición. Transformación positiva	4) He jugado dos juegos de lotería, en el primero gané \$19 y en el segundo gane \$7. ¿Cuánto tengo ahora?
			Incógnita en una de las transformaciones. Transformación positiva	5) He jugado dos juegos de lotería, en el primero gané \$19 y ahora tengo \$26. ¿Cuánto gané en el segundo juego?
			Incógnita en la composición. Transformación negativa	6) He jugado dos juegos de lotería, en el primero perdí \$19 y en el segundo perdí \$7. ¿Cuánto perdió en total?
			Incógnita en una de las transformaciones. Transformación positiva	7) Jugué dos juegos de lotería, en el primero perdí \$19 y pierdo en total \$26. ¿Cuánto perdí en el segundo juego?
			Incógnita en la composición. Transformación negativa-positiva	8) He jugado dos juegos de lotería, en el primero perdí \$19 y en el segundo gane \$7. ¿Cuánto tengo ahora?
			Incógnita en una de las transformaciones. Transformación negativa-positiva	9) Jugué dos juegos de lotería, en el primero perdí \$19 y ahora tengo 12 \$7. ¿Cuánto gane en el segundo juego?

5ª CATEGORÍA DE PROBLEMAS	ESTRUCTURA DE LOS PROBLEMAS	PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN
Una transformación opera sobre un estado relativo (relación) para dar un estado relativo	Incógnita en el estado relativo final	
	1) José le debía \$6 a Ricardo. Le paga \$4, ¿Cuánto le debe?	
	Incógnita en el estado relativo inicial	
	2) José le pagó \$4 a Ricardo, si le debe \$2. ¿Cuánto le debía en total?	
	Incógnita en la transformación	
	3) José le debía \$6 a Ricardo, ya sólo le debe \$2. ¿Cuánto le pagó?	

6ª CATEGORÍA DE PROBLEMAS	ESTRUCTURA DE LOS PROBLEMAS	PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN
Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar un nuevo estado relativo	1) José le debe \$6 a Ricardo pero Ricardo le debe \$4 a José. ¿Cuánto le debe Ricardo a José?, ¿Cuánto tiene a favor José?	
	2) José le debe \$6 a Ricardo y \$4 a Julia. ¿Cuánto adeuda en total José?	

7) Compilación y diseño de situaciones didácticas (véase el cuadro 3). En esta actividad los profesores diseñarán situaciones didácticas en las cuales apliquen diversas variables que den complejidad, tanto a la resolución como a la formulación de problemas, aplicándolas a los contenidos de aprendizaje identificados con mayor rezago y/o, dificultad para aprender. (esta actividad se desarrolló de febrero a junio del 2008).

Cuadro 3. Variables que pueden ayudar a complejizar los problemas³

VARIABLES CON RESPECTO A LA COMPRESIÓN Y RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA	VARIABLES CON RESPECTO A LA FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Números en juego (rango)	Formulación de problemas a partir de datos
Tipos de magnitudes: discretas (cantidades que representan objetos indivisibles); continuas (cantidades que se pueden subdividir: ejemplo: metros, litros, peso, tiempo, decimales).	Plantear preguntas a enunciados
ORDEN DE LA PRESENTACIÓN DE LA INFORMACIÓN	VARIABLES CON RESPECTO A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Posibles formas de representación gráfica de la información	Seleccionar respuestas
El contexto del problema	
Contenido matemático al que se aplica	Restricciones del problema
Diferentes preguntas en el problema	

³ Brousseau, 1987; Vergnaud, 1988, 1996, Broitman, 1999

8) Evaluación de los contenidos adquiridos del aprendizaje. Los profesores diseñan sus propuestas de evaluación sobre los contenidos del aprendizaje abordados, y las aplicaron en abril y junio del 2008.

9) Evaluación de la apropiación de la metodología de resolución de problemas. En esta actividad se recuperan las estrategias de cómo los profesores aplican la metodología; la comprensión que tienen de la tipología de los problemas y las formas cómo diseñan situaciones didácticas para la comprensión, resolución y formulación de los problemas matemáticos.

10) Re-aplicación de la propuesta en el próximo ciclo escolar.

Materiales didácticos a utilizar

Es necesario el diseño de materiales didácticos con estrategias de aprendizaje⁴ para: la lectura y escritura de cifras, el orden numérico y valor posicional; enseñanza de la resolución de problemas, tipología de problemas aditivos y multiplicativos; números decimales, sistemas de medición y números fraccionarios. Además, es necesario el uso del abaco, geoplano, fichas de colores (de seis colores) y, baraja.

Recursos necesarios

- Una computadora para el diseño de estrategias de aprendizaje y de enseñanza.
- Una impresora para la impresión de las estrategias de aprendizaje.
- Fotocopiado de las estrategias de aprendizaje.
- Fotocopiado de las estrategias de enseñanza.

Consideraciones o reflexiones finales

Esta propuesta constituye un ejercicio de trabajo colegiado entre los profesores que integran un equipo de trabajo escolar. Para ayudar a los profesores a que se acerquen al análisis de los resultados de la evaluación externa y extraigan de ésta, alternativas de intervención para la mejora; naturalmente que genere confianza en los reportes de evaluación, y de oportunidades de reflexionar, tanto en la enseñanza como en la evaluación.

Sin embargo, este trabajo va mas allá, integra una propuesta de asesoramiento sobre la resolución de problemas matemáticos, con la cual se espera enriquecer los repertorios de enseñanza de los profesores, así como la mejora en los resultados de aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

Broitman, C. (1999). *Las operaciones del primer ciclo: aportes para el trabajo en el aula*. Buenos Aires, Argentina.

Brousseau, G. (2000). Los diferentes roles del maestro. En P. Cecilia, *Didáctica de las Matemáticas*. Buenos Aires: Paidós.

Ibarra-Mercado, A. (2007). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria: experiencias de los profesores*. Guadalajara, Jalisco, Mexico.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las Matemáticas y la realidad*. Mexico: Trillas .

⁴ Se tomarán referencias del Explorador Excale, libros del maestro de Matemáticas y libros del alumno de Matemáticas.

Anexo I

PROFESORES QUE PARTICIPARON EN LA APLICACIÓN DE LA PROPUESTA

Grado	Nombre de los profesores
1°	María del Rocío Cárdenas Rodríguez María de los Ángeles Aguirre Miramontes Bertha Georgina Ramos Sánchez
2°	María Magdalena Rojas Martínez María Josefina Baltazar Palacios Claudia María Venegas Mares María de la Luz García Gervasio
3°	Cristina María Bermúdez Mendoza José Abundio Ruiz López Erika Méndez Rosales
4°	María Viridiana González Silva Patricia Castillo Padilla Ramón Espinoza Reyes
5°	Ricardo Santana Arana María Leticia Velasco Julia Alejandra Salazar Hernández
6°	María Verónica de la Cerda González María Guadalupe García Gómez María de la Luz Hurtado Gamiño