



Instituto Nacional para la
Evaluación de la Educación

Factores Asociados al Aprendizaje del Lenguaje y las Matemáticas en 13 Estados de México (3^o y 4^o Grados en Educación Básica)

Dr. Rubén Cervini
Departamento de Ciencias Sociales
Universidad Nacional de Quilmes, Argentina

Factores asociados al aprendizaje del lenguaje y las matemáticas en 13 estados de México*

- 3° y 4° grados de Educación Básica -

1. Introducción

En 1994 se creó el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), con el propósito de apoyar el desarrollo de sistemas nacionales de evaluación en América Latina. La coordinación quedó a cargo de la Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO) con sede en Santiago de Chile.

En 1997, el LLECE realizó el Primer Estudio Internacional Comparativo sobre Lenguaje, Matemáticas y Factores Asociados, en tercer y cuarto grados de la Educación Básica. El objetivo general del estudio fue “entregar información útil para formular y ejecutar políticas educativas en los países de la región”, por lo cual se debía “investigar el efecto de un gran número de variables sobre los rendimientos escolares.” (LLECE, 2000:7).

El universo de atención de la evaluación fueron los estudiantes de tercer grado, cuando “se espera que los alumnos hayan adquirido el dominio elemental de la lecto-escritura y de las operaciones básicas de la Matemática”, y del cuarto grado, para saber “¿cuándo ocurre el conocimiento?” (LLECE, 2001:9), permitiendo eventualmente aportar información sobre los avances que se obtienen entre un año y otro de la Educación Básica.

En el estudio participaron 13 países que pudieron conocer y comparar los resultados del rendimiento escolar de sus alumnos: Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Cuba, Honduras, México, Paraguay, Perú, República Dominicana y Venezuela.

El Laboratorio ha divulgado dos Informes Generales (1998; 2000)¹ y un Informe Técnico (2001)² sobre los resultados obtenidos para el total de la muestra y para cada uno de los países participantes. Es relevante advertir que Costa Rica y Perú participaron en el estudio, pero los resultados no forman parte del primer informe; en el caso de Costa Rica por no haber presentado los datos respetando las normas establecidas para ello; y en el caso de Perú porque sus autoridades no autorizaron la difusión en su momento.

Por su parte, México hizo un señalamiento al Laboratorio, en el sentido de no haber recibido un informe técnico detallado sobre la metodología del estudio que le permitiera validar los datos propios. Esta moción fue importante en su momento, y

* La investigación estuvo a cargo del doctor Rubén Cervini, quien es profesor titular del Departamento de Ciencias Sociales de la Universidad Nacional de Quilmes, Argentina.

¹ Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), *Primer Estudio Internacional Comparativo*, OREALC/UNESCO Santiago: *Primer Informe*, 1998; *2do. Informe*, 2000.

² Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), *Primer Estudio Internacional Comparativo – Informe Técnico*, OREALC/UNESCO, Santiago, 2001.

posteriormente actualizó su relevancia por el cuestionamiento al que dio lugar la falta de rigurosidad en la selección de muestras, ocasionando posibles sesgos que restaron confianza en las posiciones alcanzadas por los diferentes países, donde Cuba tomó la delantera.

En fechas recientes, este aspecto ha sido nuevamente discutido porque la segunda evaluación del Laboratorio será realizada en 2005, destacando la pertinencia de tomar decisiones que permitan el apego a reglas estrictas de carácter técnico y metodológico, de manera que la evaluación resulte consistente e incontrovertible ante la comunidad educativa.

Importa mencionar que en el primer informe que el Laboratorio dio a conocer en Noviembre de 1998, se muestran los resultados obtenidos en un primer tratamiento de la información, de manera que se abordan los principales hallazgos del estudio, características de la comparabilidad, las pruebas, el muestreo y el método, para finalmente exponer los resultados y recomendaciones derivadas del análisis en esta primera etapa.

Es en el informe publicado en Octubre de 2000 donde se presentan los resultados de análisis más fino de los factores asociados al alumno, su contexto familiar y estatus sociocultural; así como de los factores modificables por las políticas educacionales en el ámbito de la administración central del sistema, el director, la gestión escolar, y al interior del aula, de la función docente.

Igualmente se profundiza en el análisis complementario del desempeño de los alumnos: por tópicos, niveles de desempeño en lenguaje y matemáticas, por estratos demográficos y por tipo de escuela (públicas y privadas). Así pues, el segundo informe tiene la intención de poner el énfasis en la explicación más que en la comparación.

México participó en la investigación aplicando el conjunto de instrumentos -pruebas y cuestionarios- a una *muestra nacional representativa*, de acuerdo con el diseño establecido por el organismo coordinador. Adicionalmente, decidió extender el estudio incorporando una *muestra de escuelas del sector público en 13 Estados*: Baja California, Baja California Sur, Coahuila, Chihuahua, Durango, Guanajuato, Hidalgo, Michoacán, Morelos, Nuevo León, Puebla, San Luis Potosí y Veracruz.

En este informe se presentan los resultados de un primer análisis de los datos obtenidos con ambas muestras. Sin embargo, el mayor énfasis se ha puesto en el análisis de la *muestra de escuelas del sector público en 13 Estados*. La tarea se centró en las desigualdades entre Estados y escuelas, así como en los factores extraescolares y escolares asociados al nivel de logro de los alumnos en Matemática y Lengua. No se abordan, por lo tanto, los resultados de las pruebas, es decir, el perfil de los aprendizajes de los alumnos evaluados.

La *muestra nacional representativa* es utilizada solamente para (i) responder algunos interrogantes sobre las diferencias entre el sector público y el sector particular, dado que ello no es posible con la otra muestra y (ii) comparar y validar los resultados obtenidos con la *muestra de escuelas del sector público en 13 Estados*.

II. Objetivos

El *objetivo general* del estudio es identificar *las condiciones* en las que los alumnos de tercero y cuarto grados de educación básica, alcanzan los aprendizajes en Matemáticas y Lengua, según el resultado registrado en sendas pruebas estandarizadas. El foco de atención, por tanto, son *los factores escolares y extraescolares que influyen en los aprendizajes alcanzados por los alumnos*.

Este objetivo general se desagrega en los siguientes objetivos específicos para Matemáticas y Lengua, y en relación con las dos muestras analizadas:

Muestra de escuelas del sector público en 13 Estados

- (i) Estimar el rendimiento promedio de cada una y del conjunto de las Entidades;
- (ii) Determinar la importancia relativa de cada uno de los tres componentes de la variación total del rendimiento escolar en el conjunto de los datos: la desigualdad de los rendimientos promedios estatales (“inter-Estado”); la desigualdad de los rendimientos promedios de las escuelas (“inter-escuela”) dentro de cada Estado, y la desigualdad de rendimiento entre los alumnos dentro de la escuela (“intra-escuela”). En el ámbito de cada Estado se estiman los últimos dos componentes (“inter-escuela” e “intra-escuela”);
- (iii) Estimar, para *cada uno y el conjunto* de los Estados, las diferencias entre los estratos urbano y rural respecto de (a) los rendimientos promedio y (b) la desigualdad de los rendimientos promedios de las escuelas;
- (iv) Estimar, para *cada uno y el conjunto* de los Estados, (a) las distancias de rendimiento promedio de los alumnos de 3º y 4º y (b) las posibles variaciones de esa diferencia entre las escuelas y entre los estratos urbano-rural;
- (v) Identificar los factores demográficos, socioeconómicos y culturales propios del alumno individual y su familia (*factores extra-escolares individuales*) que afectan el nivel y la distribución del logro escolar;
- (vi) Determinar el efecto de la ‘composición’ demográfica, socioeconómica y cultural de la escuela y del Estado sobre el logro de aprendizaje (*contexto socioeconómico escolar*);
- (vii) Determinar el efecto de las características de la escuela y del aula (*factores escolares*) sobre el nivel y la distribución de los rendimientos promedios institucionales;

(viii) Identificar factores institucionales y estatales que expliquen las diferencias en el nivel de logro de los Estados participantes en el estudio;

Muestra nacional de escuelas públicas y particulares (LLECE)

(ix) Determinar la importancia relativa de la variación de los rendimientos promedios de las escuelas (“inter-escuela”) y de la variación de los rendimientos de los alumnos dentro de la escuela (“intra-escuela”);

(x) Estimar la distancia entre el rendimiento de los alumnos del sector público y del sector particular;

(xi) Identificar los factores extraescolares y escolares que expliquen las posibles diferencias en el nivel de rendimiento de los alumnos del sector público y del sector particular.

III. Metodología

La *muestra representativa nacional* se define respecto del alumno como la unidad de análisis final y es del tipo estratificada, no auto-ponderada, por conglomerado y de selección bi-etápica aleatoria, con probabilidades iguales para todos los alumnos. Los estratos son el número de habitantes del lugar donde se ubica la escuela (mega ciudad, urbano y rural) y el tipo de gestión (público o privado). El conglomerado es la escuela.

Para obtener la muestra, primero se seleccionaron aleatoriamente las escuelas y luego, dentro de cada escuela, se seleccionaron aleatoriamente 20 alumnos de tercer grado y 20 alumnos de cuarto. En el caso de haber más de un grupo en cada grado, la selección es aleatoria sistemática y proporcional al número de alumnos en cada grupo. El tamaño de las muestras finalmente consideradas son 4913 alumnos en 130 escuelas para Lengua y 4932 alumnos en 131 para Matemáticas. Para producir estimaciones insesgadas, a estas muestras se les deben aplicar ponderadores.

La *muestra de 13 Estados* sigue, en general, este diseño y estrategia muestral, con las siguientes diferencias: (i) no incluye escuelas de administración particular; (ii) no distingue la mega ciudad del área urbana y (iii) el Estado puede ser considerado como un estrato. Se aplicaron 16207 pruebas de Lengua y 16207 de Matemática, en 456 escuelas de 13 Entidades. Para obtener estimaciones no sesgadas se requirió aplicar un sistema de ponderadores.

Las *muestras de cuestionarios* quedan determinadas por el diseño muestral de alumnos-pruebas: el cuestionario de Padre se aplica a los padres de los alumnos evaluados; el cuestionario de Director al director de la escuela seleccionada y el cuestionario del Maestro a todos los maestros de 3° y 4° grados de las escuelas seleccionadas. El tamaño de las muestras finales varía según los instrumentos considerados en el análisis. En el Apéndice A del informe general sobre este estudio, se presenta la magnitud de la muestra efectivamente conseguida para cada instrumento.

La *variable-criterio* es el puntaje total obtenido por el alumno en la prueba, escalado de acuerdo con el método de Rasch. Las pruebas fueron estandarizadas e integradas por ítem de respuesta con opciones múltiples (Matemáticas: 32 ítem; Lengua: 19 ítem).

Para la prueba de *Lengua* se eligieron cinco tópicos: identificar tipos de texto; distinguir entre emisor y destinatario de un texto; identificar el mensaje de un texto; reconocer la información específica de un texto e identificar vocabulario relacionado con el sentido de un texto.

La prueba de *Matemáticas* comprendió también cinco temas: numeración; operatoria con números naturales; fracciones comunes; geometría y cuatro habilidades aritméticas de nivel superior (lectura de gráficos, reconocimiento de patrones, nociones de probabilidades y relaciones entre datos dados).

La información para construir las mediciones de los *factores del rendimiento* es considerada en los cuestionarios: (i) *características del alumno y su familia* (características demográficas y educativas, origen socioeconómico familiar, experiencias educativas previas, actitudes y prácticas educativas del alumno y su familia); (ii) *composición socioeconómica de la escuela* (variables del alumno y su familia agregadas a nivel escuela) y (iii) *características de la institución escuela* ("cultura", clima, gestión) y del aula (práctica pedagógica). Todas las variables incluidas pueden ser clasificadas como *factores extra-escolares* (no modificables a corto plazo por el sistema educativo) o como *factores escolares* (pasibles de ser modificados por el sistema educativo). Las *definiciones operacionales* de todas las mediciones se encuentran en el Anexo A del informe ampliado. Las variables han sido centralizadas en su media.

El estudio es de tipo "correlacional" porque la identificación de los factores se basa en el *grado de asociación* entre el rendimiento y las variables estudiadas. Se utiliza la técnica de "*análisis estadístico por niveles múltiples*", adecuada para analizar variaciones en las características de los individuos (Ej. Rendimiento del alumno) que son miembros de un grupo (Ej. escuela) que a su vez, hace parte de otra agregación (Ej. Estado), es decir, mediciones que forman parte de una *estructura agrupada y jerárquica*. La técnica permite la descomposición de la varianza en sus componentes ('entre-alumno', 'entre-escuela', 'entre-Estado') y el análisis de la asociación entre variables en esos diferentes *niveles de agregación*.

La principal ventaja de esta técnica es que modela *simultáneamente* los diferentes niveles de variación; permitiendo, por tanto, saber qué proporción de la variación del rendimiento escolar se debe *principalmente* a características del alumno, de la escuela y del Estado. Para decidir si la asociación entre el rendimiento y cualquier variable estudiada es estadísticamente significativa se usa el test de la razón de máxima verosimilitud, referido a los límites de probabilidad más usuales (0,05; 0,01 y 0,001).

Niveles de agregación y secuencia. La muestra de 13 Estados permite trabajar con dos niveles (alumno y escuela) en cada Estado y con tres niveles (Estado, escuela y alumno)

en el conjunto de los datos. La *muestra representativa nacional* permite trabajar sólo con dos niveles (alumno y escuela). La *secuencia del análisis* queda determinada por los objetivos específicos y la conformación final de las bases de datos utilizadas. En cada etapa se explica la secuencia adoptada.

IV. Conclusiones: hallazgos empíricos

El análisis de la *muestra de 13 Estados* y de la *muestra representativa nacional* (LLECE) ha permitido profundizar el conocimiento acerca de los perfiles de la distribución y de la desigualdad de los aprendizajes escolares básicos de 3° y 4° - Matemáticas y Lengua - así como de las relaciones entre tales aprendizajes y algunas de las características del alumno individual y su familia, de la 'composición' del alumnado de la escuela, de la institución escolar y de las prácticas en el aula. Los hallazgos realizados se presentan de acuerdo con la muestra correspondiente, sin desmedro de comparaciones puntuales entre ambas muestras cuando sea pertinente.

IV.1 Muestra de escuelas del sector público en trece Estados

El nivel de logro escolar varía significativamente. Sin embargo, las diferencias entre los Estados estudiados, uno de los componentes de esa variación, no es muy importante. Ellos no difieren sustancialmente entre sí respecto del rendimiento promedio que obtienen sus alumnos, tanto en Matemáticas como en Lengua. Asistir a una escuela del sector público en algún Estado determinado no permite predecir de forma ajustada si el rendimiento será más probablemente alto o bajo. Tal probabilidad depende escasamente del Estado al que se pertenece. De acuerdo con los datos, el sistema educativo público es estatalmente homogéneo, es decir, el logro promedio de la mayoría de los Estados se encuentra muy próximo al logro promedio global.

Ordenamiento de Estados. Cuando las estimaciones de los rendimientos promedio de los alumnos de cada Estado, acompañadas por el *intervalo de confianza* correspondiente, se ordenaron de menor a mayor, se constató que la mayoría de tales estimaciones eran estadísticamente equivalentes. Respecto de los resultados de Matemáticas en el área urbana, por ejemplo, de los 12 Estados con información, 10 deben considerarse estadísticamente similares, a pesar de que, con base en los *promedios puntuales* estimados, parezcan diferentes (Apéndice del documento general).

Otro componente de la desigualdad educativa total se expresa como desigualdad entre los rendimientos promedio de las escuelas. Este componente es sin duda, mucho más importante que el anterior, aunque su magnitud no es la misma en ambas materias. En Lengua, representa el 24% de la desigualdad total; en Matemáticas, en cambio, es un poco menor: 19%. Es decir, las escuelas son más parecidas entre sí cuando se trata del aprendizaje en Matemáticas que en el de Lengua. Estas estimaciones de la variación "entre-escuela" aumenta cuando se considera al sector particular (ver más adelante punto IV.2).

Ordenamiento de escuelas. Si bien la diferencia 'entre-escuela' es muy superior a la diferencia 'entre-Estado', una gran proporción de escuelas se muestran estadísticamente equivalentes en un amplio rango de rendimientos promedio institucionales. Así por ejemplo, aproximadamente el 50% de escuelas tiene un intervalo de confianza que contiene el rendimiento promedio del conjunto de todas las escuelas estudiadas (promedio global), es decir, son escuelas que ocupan *la misma posición en el ordenamiento*, a pesar de que puedan parecer diferentes de acuerdo con sus rendimientos promedios *puntuales* (Apéndice).

El nivel de logro de los alumnos de las escuelas urbanas es superior al de los alumnos de escuelas rurales, tanto en *Matemáticas* como en *Lengua*, aunque en esta última la diferencia es mayor. Sin embargo, las distancias entre ambas áreas geográficas no son muy pronunciadas, indicativo de una baja segmentación geográfica del sistema educativo público. No obstante, debe tenerse en cuenta que algunos Estados no incluyeron su sector rural, lo cual pudo haber restado variabilidad no sólo urbano-rural, sino también "entre Estado" y "entre escuela". Además, se detectaron indicios de que la distancia urbano-rural podría oscilar significativamente entre los Estados.

Cuando se toma en cuenta la ubicación geográfica de la escuela, las diferencias de rendimiento promedio entre los Estados desaparecen y por tanto, no es necesario considerar ningún otro aspecto para explicarlas. Por otra parte, un poco más del 12% de la variación 'entre-escuela' del logro, es explicado por esta dicotomía geográfica. A nivel de Estados individuales, se encontró cierta inestabilidad de este efecto, no sólo en su magnitud relativa sino también por área curricular.

Los alumnos de cuarto grado obtienen rendimientos significativamente superiores a los de tercero en ambas materias. El 6% de la desigualdad entre los alumnos que concurren a una escuela, se debe al hecho de cursar uno u otro grado. La distancia 3^o- 4^o en *Lengua* es superior a la verificada en *Matemáticas*, indicando que el pasaje de tercero a cuarto grado implica una distancia mayor en el nivel de aprendizaje de los contenidos y competencias lingüísticas.

Este comportamiento fue constatado también en algunos Estados. Se encontraron indicios leves de que el 'incremento' del aprendizaje por el pasaje de 3^o a 4^o grado sería superior entre los alumnos del área urbana comparados con los de la rural, y que tal comportamiento sería más pronunciado en *Lengua* que en *Matemáticas*. Finalmente, la diferencia de aprendizaje entre los alumnos de tercero y cuarto grado varía significativamente entre las escuelas. Hay escuelas que producen una mayor 'aceleración' del aprendizaje entre grado y grado en relación con otras. La intensidad de estas diferencias entre las escuelas puede variar levemente entre los Estados.

El nivel sociocultural de la familia incide nítidamente sobre el logro escolar. Para *Matemáticas*, además, cuanto mayor es el *capital cultural familiar*, mayor es el incremento en el nivel de logro debido a ese factor. Pero más allá de éste, otros factores condicionan el nivel de logro, es decir, tienen un *efecto propio* sobre el nivel de

rendimiento, aunque a veces sea sólo respecto de alguna de las áreas curriculares evaluadas.

La tenencia de *material didáctico* es un factor positivo y persistente del nivel de logro en ambas áreas curriculares, aún cuando se le considere simultáneamente con el efecto de los otros indicadores de *capital cultural familiar*. El *género* del alumno, en cambio, no está asociado al logro en Matemáticas, pero sí al de Lengua: las mujeres mostraron un nivel de aprendizaje lingüístico notablemente superior al de los varones. Por otra parte, la asistencia al *preescolar* permite predecir mejores logros en Lengua, pero no así en Matemáticas.

La *repetición escolar* anticipa bajos rendimientos en ambas áreas. La distancia de rendimiento entre repetidores y no repetidores es muy pronunciada. Este efecto se interrelaciona con la *edad* del alumno, por una parte, y con las *creencias, percepciones y expectativas familiares* ('cultura educativa familiar') y del propio alumno, por la otra.

En Matemáticas, cuanto mayor es la edad del alumno (en el grado que cursa), menor será su rendimiento. Aunque parte del efecto negativo del desfase en la edad está asociado a la repetición escolar, subsiste un efecto negativo propio: el atraso etario, cualquiera sea su origen, también se asocia con bajos rendimiento. Un alumno con desfase de edad, sea o no repetidor, tenderá a mostrar un nivel de logro más bajo que cualquier otro alumno con edad esperada para el grado. Estas conclusiones, sin embargo, no son válidas para Lengua. Por otra parte, el efecto negativo del ciclo escolar repetido sobre el logro actual se encuentra en parte, *mediatizado, reforzado*, por la propia situación cultural de la familia (ver más abajo).

Ciertamente, el efecto negativo de la repitencia expresa a su vez, los efectos acumulados del origen socioeconómico del alumno y del síndrome de expectativas y valoraciones familiares e institucionales. Pero, aún después de tener en cuenta tales condicionantes, la distancia entre alumnos repetidores y no repetidores continúa siendo muy importante. Entonces, al menos en parte, este indicador podría estar expresando *diferencias reales tanto en el esfuerzo como en la capacidad escolar del alumno*.

Más allá del origen social y del género del alumno, ciertas *actitudes, competencias y comportamientos escolares* suyos inciden sobre sus logros. Ello se constató a través de las *percepciones familiares* (al niño "le gusta estudiar y no tiene dificultades", "usa libros", "hace sus tareas") o del propio alumno ("hago las tareas y me resultan interesantes", "me gusta mucho Matemáticas").

Se detectaron también efectos de ciertos *comportamientos y actitudes escolares de la familia*, con diferencias según la materia. Prácticas como "lectura en edad temprana", "participación en las actividades escolares" y "patrón de comunicación educativa no represivo" se asocian estrechamente sólo con el rendimiento en Lengua, mientras que otros, percibidos por el propio alumno ("los padres lo apoyan en su aprendizaje y revisan sus tareas, sin ayudar a hacerlas") parecen influir en el logro en ambas áreas curriculares.

Las *percepciones sobre la escuela* también exhibieron asociación con el logro académico del alumno. El niño cuya *familia percibe* que su escuela tiene serios problemas de disciplina o 'ambiente educativo', es probable que obtenga resultados más bajos en Lengua; por otro lado, si la familia evalúa que los recursos de la escuela son "adecuados", más probablemente el niño obtendrá alto rendimiento en Matemáticas. Las *percepciones del alumno* acerca de la infraestructura y del ambiente educativo en el aula, y de sus relaciones con el maestro, en cambio, mostraron efectos propios sobre los logros en ambas asignaturas.

Al incluir todas estas *percepciones* del alumno y su familia en el análisis, el 'efecto directo' del origen social y de la repitencia parecen disminuir, sugiriendo que estos dos factores 'operacionalizan' su incidencia *a través de* (las percepciones de) las situaciones descritas. Pero al mismo tiempo, esas percepciones ejercen un *efecto propio*, es decir, ayudan a entender mejor por qué los alumnos de una misma escuela obtienen diferentes rendimientos. Más aún, el conjunto total de los indicadores individuales aporta también a la explicación de por qué las escuelas divergen en sus rendimientos promedios, reflejando la existencia de un cierto grado de segmentación social del sistema educativo público.

La inclusión de mediciones referidas a la *composición del alumnado* de la escuela permitió ampliar el conocimiento de los condicionantes del rendimiento del alumno. El nivel educativo promedio de los padres ('composición sociocultural del alumnado') explica una parte significativa de las desigualdades en los rendimientos promedio de las escuelas. Asimismo, cuando en la composición estudiantil predominan alumnos que perciben un alto apoyo educativo de su familia, se obtendrá un rendimiento promedio más alto. Entonces, la predicción del rendimiento de un alumno cualquiera será más ajustada si, además de conocer su origen social familiar, se conoce también la composición sociocultural de la escuela a la que asiste.

Ordenamiento ajustado de escuelas: Esta constatación significa que cualquier ordenamiento de escuelas que contemple las características socioeconómicas del alumnado será sustancialmente diferente de otro que no las contemple. La evaluación de las escuelas bajo el principio de *justicia distributiva en educación* demanda esa consideración. De lo contrario, a la escuela se le estarían imputando responsabilidades por resultados que son consecuencia de factores no controlados por ella.

Si en la escuela predominan alumnos cuyas familias mantienen patrones de comunicación menos autoritarios (educativamente orientados) o prácticas positivas de evaluación dentro de la escuela, deberán esperarse mejores resultados de aprendizaje de la lengua. En *Matemáticas*, en cambio, parece tener mayor incidencia el nivel promedio de interés y esfuerzo en el cumplimiento de las tareas escolares por parte de los alumnos.

Finalmente, en las aulas donde los alumnos evalúan positivamente sus relaciones con la maestra, se obtienen rendimientos promedios más altos en ambas asignaturas, mientras que la disponibilidad de recursos escolares institucionales (según apreciación de los propios alumnos) se mostró particularmente importante sólo para el aprendizaje matemático.

Todas estas características de la composición escolar y de los recursos institucionales están en la base de las desigualdades de logros asociadas al nivel de urbanización. Estas últimas son en realidad, la consecuencia de variaciones en la composición socioeconómica y cultural de la escuela.

Los indicadores estudiados han 'explicado' la totalidad de las desigualdades de rendimiento escolar entre los Estados en ambas áreas curriculares básicas. Pero no han tenido la misma eficacia respecto de la desigualdad entre las escuelas: mientras que se ha explicado el 60% en Lengua, en Matemáticas apenas supera el 40%. De las diferencias entre los alumnos dentro de la escuela, sólo se ha explicado el 15% en Lengua y el 13% en Matemáticas.

Las variables propiamente escolares, tanto referidas a recursos institucionales como a diferentes aspectos de la cultura, 'clima' y gestión institucional, han mostrado una baja capacidad explicativa, es decir, no consiguen disminuir una proporción importante de la varianza "entre-escuela" dejada sin explicar por las características individuales y familiares del alumno y por la 'composición del alumnado' en la escuela, ambos considerados factores extra-escolares.

Este último es quizás el resultado más inesperado, al menos si se tienen en cuenta los informes producidos anteriormente por el LLECE. Sin duda, es la estrategia de análisis adoptada en el presente estudio la que ha conducido a este desacuerdo. Por otra parte, podría aducirse razonablemente que tal constatación sería más la consecuencia de una baja validez y confiabilidad de las mediciones efectuadas (ver más adelante), que de la propia realidad del sistema. Si, más allá de esta duda metodológica, se acepta provisoriamente este 'resultado inesperado', conviene recordar uno de sus significados más importantes: *que los factores escolares no incidan significativamente en el nivel de rendimiento académico no obsta para que determinadas políticas o intervenciones programáticas futuras puedan tornarlos particularmente relevantes. Es decir, la constatación discutida se refiere al funcionamiento actual del sistema educativo.*

IV.2 Muestra representativa nacional de escuelas públicas y particulares (LLECE)

Los alumnos de las escuelas privadas obtienen rendimientos más altos que los alcanzados por quienes asisten a establecimientos públicos. Desde el punto de vista de los responsables de diseñar la política educativa o implementar los programas en el sector, interesa saber si tal distancia se debe a diferencias en la 'composición social del alumnado' entre ambos sectores, o si por el contrario, debe adjudicarse a prácticas institucionales o pedagógicas distintivas del sector privado y ausentes en el sector público. En este informe se ensaya una respuesta a esta interrogante apelando a la *muestra nacional* (LLECE) puesto que ella contiene tanto escuelas públicas como

privadas. Además, se sabe la ubicación geográfica de la escuela (mega-ciudad, urbana y rural), permitiendo investigar la relación público-privado por estrato demográfico. Los principales hallazgos son:

(i) Al considerar las escuelas particulares la variación 'entre-escuela' experimenta una elevación significativa respecto a la detectada con la muestra de los 13 Estados, justamente debido a la marcada diferencia en los logros escolares entre sector público y privado. Entonces, la variación entre-escuela en Matemáticas sube a 24,5 % y la de Lengua a 27,4%, mientras que anteriormente se habían estimado alrededor de 19% y 21-24%, respectivamente;

(ii) Los alumnos de las escuelas privadas en mega-ciudad son los que obtiene más altos rendimientos, seguidos por los que asisten a escuelas del mismo sector en áreas urbanas. Las públicas con rendimientos más bajos, reproducen esa relación relativa al sector urbano. Los alumnos de las escuelas rurales públicas obtienen los más bajos niveles de rendimiento promedio. Estas conclusiones son válidas tanto para Matemáticas como para Lengua.

(iii) Si bien esas distancias entre los estratos respecto de sus rendimientos promedio experimentan una caída muy importante cuando se les "controla" por el origen social del alumno individual -'educación de los padres'; 'libros en el hogar'- y por sus antecedentes académicos -'repetencia'-, continúan siendo estadísticamente significativas. Sin embargo, cuando se "controla" además, la composición socioeconómica del alumnado de la escuela -'nivel educativo promedio de los padres'-, todas las diferencias entre los estratos respecto del rendimiento promedio dejan de ser significativas. En consecuencia, las diferencias de rendimiento entre el sector público y privado pueden explicarse totalmente por los llamados *factores extra-escolares*.

V. Conclusiones metodológicas: problemas y lecciones

Durante el trabajo con la *muestra de escuelas del sector público en 13 Estados*, se detectaron algunos problemas que pueden haber afectado (a) la representatividad de la muestra y (b) la validez y confiabilidad de las mediciones, por el contenido de los instrumentos. Explicitar esos problemas puede ayudar a mejorar las futuras acciones de evaluación del aprendizaje y de identificación de los factores asociados al mismo, en el sistema educativo de México.

(a) *Integridad y representatividad de la muestra 'real'*.

Toda falta de integridad en la matriz de datos prevista puede afectar la representatividad y confiabilidad del estudio. Se identificaron tres tipos de omisión o errores que afectaron la cobertura deseada de la muestra:

(i) *falta de instrumentos en Entidades o áreas completas:*

- El cuestionario de Alumno no estuvo disponible en tres estados (Baja California Sur, Guanajuato y Nuevo León); por tanto, 4.737 pruebas de Matemáticas o Lengua de esos Estados, no pudieron ‘pegarse’ con el cuestionario de Alumno correspondiente;
- El cuestionario de Padre no estuvo disponible en un Estado (Guanajuato); por tanto, 1.978 resultados de pruebas de Matemáticas o Lengua en ese Estado, no pudieron ‘pegarse’ con un cuestionario de Alumno;
- En un Estado (Nuevo León), del cuestionario de Padre sólo se pudo recuperar el código de la Escuela, imposibilitando “pegar” cada Padre con su Alumno y Prueba; por lo tanto, 991 resultados de las Pruebas de Matemáticas o Español debieron ser ‘pegados’ con los valores promedios del cuestionario de Padre en la escuela.
- Por otra parte, al inicio del estudio se decidió *no incluir el área rural* de Baja California, Baja California Sur, Hidalgo, Nuevo León y Puebla, ni la urbana de Michoacán y San Luis Potosí, impidiendo algunas comparaciones interestatales y el estudio más completo de la distancia urbano-rural en el logro escolar;
- El cuestionario del Maestro incluyó varias mediciones sobre la práctica pedagógica con el objetivo de evaluar su incidencia en el rendimiento. De acuerdo con el diseño muestral, en las escuelas con más de un grupo se debía extraer una muestra de alumnos de cada uno de los grupos del grado correspondiente. Por otro lado, el cuestionario del Maestro se aplicó a todos los docentes de 3° y 4° en la escuela. Para lograr el objetivo propuesto es necesario vincular cada maestro con su grupo de alumnos.

Consecuentemente, se estableció un código de identificación del grupo. Sin embargo, fue totalmente imposible desarrollar el análisis propuesto, por dos razones: (i) El código “grupo” no se usó apropiadamente en la mayor parte de la muestra; (ii) un gran número de grupos quedó conformado por muy pocos alumnos, lo cual obstaculiza la obtención de estimaciones confiables. Ello obligó a trabajar sólo con los valores promedios de los maestros en la escuela.

(ii) *falta de instrumentos en escuelas enteras:*

Del total de escuelas indicadas inicialmente por el diseño muestral (475), en 80 (17%) no se aplicó el juego completo de instrumentos generales (Pruebas, Ficha de empadronamiento y Cuestionario del Director). Además de esta pérdida, en otras 48 escuelas no se aplicó el conjunto completo de todos los instrumentos; por tanto, se dispone de información completa en el 75% de la muestra de escuelas proyectadas.

(iii) *pérdidas por errores en la codificación de los instrumentos:*

Debe existir un sistema de codificación único para 'enlazar' los diversos instrumentos. Sin embargo, al iniciar el estudio, cuando las bases de datos estaban aún separadas, se constató la existencia de tres referencias de identificación del alumno: el número asignado de acuerdo con el Manual del Aplicador; el número de alumno en la lista del maestro y el número de "folio" en el instrumento, impreso automáticamente. Como consecuencia, hubo que invertir gran cantidad de tiempo y esfuerzo para corregir los errores de esta codificación en las bases de datos originales y homogeneizar el sistema de codificación.

Al parecer, una de las causas de este problema fue la captura descentralizada de los instrumentos sin una supervisión rigurosa. La mayoría de los Estados participantes asumieron la responsabilidad de cargar la información, pero no hubo una supervisión estricta que asegurase el ajuste a criterios pre-establecidos y estandarizados. Ello afectó la calidad de la captura no sólo del sistema de código, sino de la información contenida en los cuestionarios.

- La clasificación de la escuela como *urbana o rural* presentó problemas en el momento de reportar la información. Así por ejemplo, en Estados donde supuestamente no se habían evaluado escuelas rurales, algunos planteles (Ficha de Empadronamiento) informaron ser rurales, o viceversa.

La magnitud del efecto de todos estos problemas se vio agravada por el tiempo transcurrido desde la realización del estudio (1997). Los datos, después de su captura, *fueron guardados sin un previo análisis de consistencia e integridad*. Al momento de iniciar el trabajo con las bases de datos, no fue posible encontrar a la mayoría de los técnicos estatales involucrados en la realización del estudio para poder resolver las dudas que iban surgiendo.

(b) *El contenido de los cuestionarios.*

Se identificaron algunos problemas respecto del contenido de los cuestionarios aplicados en el estudio. Si bien todos los instrumentos fueron elaborados por el LLECE y por lo tanto, México no tiene responsabilidad al respecto, las siguientes observaciones parecen pertinentes si se atiende al objetivo de extraer enseñanzas para acciones futuras.

- Existen variables que pueden medirse adecuadamente con un sólo indicador, mientras otras requieren más indicadores por ser más complejas. Saber el género de un alumno requiere de una sola pregunta. En cambio, si se pretende saber la "cultura evaluativa" existente en una escuela, difícilmente se logrará con una pregunta aislada. En tales casos, se precisan varios ítems para producir una

medición confiable. En los cuestionarios aplicados en este estudio se ha intentado la medición de diversos conceptos de este tipo, es decir, relacionados con la dinámica de la escuela y del aula (“cultura o clima institucional”, “gestión”, “liderazgo”, “práctica evaluativa”, etc.), pero en la mayoría de los casos, con uno o muy pocos ítems específicos.

- Cabe recordar aquí que el análisis no consiguió identificar *factores escolares* que explicasen una proporción importante de las desigualdades del logro promedio entre las escuelas. Dada la baja confiabilidad de las mediciones a este respecto, queda la duda de si tal resultado expresa adecuadamente la realidad del sistema público (alta homogeneidad institucional) o si por el contrario, *son el resultado de esta debilidad metodológica*.

- La misma observación puede hacerse respecto de otros tipos de mediciones. Una de ellas es el ‘nivel socioeconómico familiar’ del alumno, variable clave para el análisis de las desigualdades en el logro escolar.

- En todo cuestionario puede incluirse una cantidad limitada de aspectos a evaluar. El contenido final es el resultado del interés político y de los resultados reportados por las investigaciones en esos temas. Este último factor no está libre de polémicas, acuerdos y desacuerdos. Sin embargo, hay ciertos temas que gozan de un consenso generalizado. Uno de ellos es la ‘oportunidad de aprendizaje’, medición que permite captar las diferencias de desarrollo curricular efectivo entre las escuelas. En general, este indicador tiene una alta capacidad predictiva sobre el rendimiento y explicativa respecto de la variación “entre-escuela”. Sin embargo, en este estudio dicha medición no fue incluida, restándose así la posibilidad de alcanzar un nivel explicativo mayor, al menos en relación con las desigualdades ‘entre escuela’.

- La repetición escolar es un indicador clave en el estudio del logro escolar. Si su efecto se controla por los indicadores relativos al origen social del alumno, puede ser considerado como el indicador que mejor expresa la aptitud y el desempeño escolar pasado del estudiante. En el presente estudio fue incluido sólo en el cuestionario del Padre, cuando era previsible una caída importante de la muestra de este instrumento, a diferencia del cuestionario del Alumno.

- En un estudio de este tipo, siempre se deben esperar errores en los códigos de identificación de los instrumentos, originados en la codificación en ‘campo’ o en la carga de tal información. Una forma de facilitar la tarea de recuperación es colocando al menos dos preguntas comunes en más de un cuestionario. Por ejemplo, la edad y el sexo del alumno deberían estar incluidas en las pruebas, en el cuestionario de Alumno y en el cuestionario de Padre. Este aspecto no fue atendido en el presente estudio, cancelándose así la posibilidad de una recuperación de información más confiable y menos costosa.

Lecciones aprendidas

La aplicación de pruebas de rendimiento y simultáneamente, de diferentes instrumentos (cuestionarios), a diversos actores del sistema educativo (alumno, docente, director, padres) torna más complejo el programa de evaluación. A su vez, esta mayor complejidad implica mayor probabilidad de errores u omisiones y en consecuencia, mayores costos.

- ✓ Es importante prestar especial cuidado para no perder informaciones relativas a los niveles superiores de agregación (grupos, escuelas) porque tales faltas tienen un impacto fuerte sobre el tamaño muestral final y la confiabilidad de las estimaciones.
- ✓ Es necesario que el diseño muestral sea completo respecto del entrecruzamiento entre los estratos considerados, dado que las ausencias a este nivel dificultan la obtención de estimaciones generalizables debidamente ponderadas. Un ejemplo de esta situación es la exclusión del área rural (estrato) en algunos Estados (también considerados estratos para efectos del diseño muestral);
- ✓ En este tipo de estudio, con una multiplicidad de instrumentos diferentes, deben tomarse las precauciones operacionales y financieras para asegurar que, apenas el trabajo de campo haya finalizado, las bases de datos queden debidamente integradas después de un minucioso control de calidad y depuración, aún cuando de momento no se puedan analizar. El tiempo es enemigo de la precisión y confiabilidad si esta tarea no se realiza oportunamente.
- ✓ El diseño muestral debe responder a los objetivos principales de la evaluación. Así por ejemplo, si se quieren estudiar las relaciones entre la práctica educativa en el aula y el rendimiento de los alumnos, el diseño de la muestra debe contemplar el tamaño muestral mínimo requerido para tal análisis.
- ✓ Deben establecerse criterios operacionales precisos para clasificar las escuelas en urbanas y rurales, considerando las diferentes fuentes de información existentes. Dada la importancia del estrato rural en México, este tópico es particularmente relevante;
- ✓ Es conveniente realizar todos los esfuerzos necesarios para (i) establecer un sistema único de codificación, consistente e integral para todos los instrumentos a ser aplicados; (ii) capacitar adecuadamente al personal que deberá utilizarlo y (iii) evaluar y supervisar su aplicación en campo y en la tarea de captación de la información. El éxito y los costos de una evaluación dependen, en gran medida, del sistema de codificación y su adecuada aplicación.
- ✓ Los hallazgos de cualquier estudio de este tipo dependen de qué y cómo se miden determinadas variables en los cuestionarios. En relación con los problemas encontrados en el presente estudio, surgen algunas sugerencias:

- ❖ El '*nivel socioeconómico familiar*' del alumno es una variable clave para la comprensión de los resultados de logro escolar. Es recomendable incluir varios indicadores de este concepto, con el objeto de obtener una medición más confiable y además, poder recuperar fácilmente casos de 'no-respuesta' o pérdidas de información en algunos de esos indicadores. A modo de ejemplo, deberían considerarse al menos los siguientes indicadores: educación de los padres, libros en el hogar, disponibilidad de bienes durables en el hogar, acceso a diferentes servicios y grado de hacinamiento habitacional;
- ❖ Otros indicadores -por ejemplo, edad, sexo, repetición escolar y 'cambio de escuela'- son igualmente relevantes y por tanto, deben extremarse los cuidados para su recolección integral;
- ❖ Algunos indicadores referidos a la escuela y al aula, consagrados por la literatura internacional, también deberían considerarse prioritarios. Los recursos disponibles en la escuela y el aula, y la 'oportunidad de aprendizaje' son ejemplos paradigmáticos;
- ❖ La medición de características de la institución escolar (ejemplo 'clima institucional') o del aula ('método de enseñanza'), conceptualmente complejas, requiere de un número adecuado de ítems para obtener un nivel aceptable de confiabilidad. Por ello, la cantidad de características de este tipo a incluir en un cuestionario debería ser limitada;
- ❖ Siempre que sea posible, conviene incluir las variables claves del alumno en el cuestionario del propio alumno. El cuestionario a padres generalmente tiene una alta tasa de pérdida y no respuesta, tornándolo poco útil y costoso.
- ❖ Además, algunas variables claves del alumno -como son: sexo, repetición escolar y 'cambio de escuela'- deberían incluirse en más de un instrumento, por ejemplo, pruebas y cuestionario del alumno, con el objeto de minimizar los costos de recuperación de los registros con problemas de identificación por codificación errada y al mismo tiempo, aumentar la probabilidad de que tales informaciones estén íntegramente disponibles para el análisis.
- ❖ Finalmente, una observación respecto a la estrategia de análisis: los resultados obtenidos sugieren la conveniencia de evaluar separadamente el efecto de las variables '*composicionales*', que deben considerarse *factores extra-escolares* (por ejemplo, el nivel socioeconómico del alumnado en la escuela), y el de las variables institucionales y del aula, considerados *factores escolares*. De lo contrario, no será posible saber cuál es la capacidad explicativa de estas últimas, corriendo el riesgo de sobredimensionarlas. No es aceptable tratar al contexto socioeconómico como si fuese una variable escolar.

CAPÍTULOS

Factores del Logro de Aprendizaje de los Alumnos en Matemática y Lengua
del Tercer y Cuarto Grado de la Educación Básica
en 13 Estados de México

- Informe Final -

Rubén Cervini

Profesor Titular (concurado)
Departamento de Ciencias Sociales
Universidad Nacional de Quilmes
Argentina
e-mail: racervin@infovia.com.ar
Teléfono: (011) 4801-51-09

INTRODUCCION

En 1997, el Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), coordinado por la Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO), e integrado por los Sistemas Nacionales de Medición y Evaluación de la Calidad de la Educación de los países de la región, realizó el Primer Estudio Internacional Comparativo en Lenguaje, Matemática y Factores Asociados, en Tercer y Cuarto grado de Educación Básica.

El objetivo general del estudio del LLECE fue “entregar información útil para formular y ejecutar políticas educativas en los países de la región”, por lo cual se debía “investigar el efecto de un gran número de variables sobre los rendimientos escolares.” (LLECE, 2000:7). Para lograr este objetivo, además de pruebas de Lenguaje y Matemática destinadas a relevar el rendimiento educativo, se administraron cuestionarios a alumnos, tutores, profesores y directores, con el objetivo de producir informaciones necesarias para delinear recomendaciones de políticas educativas.

El universo de atención de la evaluación fueron los estudiantes de tercer grado, cuando “se espera que los alumnos hayan adquirido el dominio elemental de la lecto-escritura y de las operaciones básicas de la Matemática”, y del cuarto grado, para saber “¿cuándo ocurre el conocimiento?” (LLECE, 2001:9), permitiendo eventualmente aportar información sobre los avances que se obtienen entre un año y otro de la Educación Básica

En el estudio participaron 13 países que pudieron conocer y comparar los resultados del rendimiento escolar de sus alumnos: Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Cuba, Honduras, México, Paraguay, Perú, República Dominicana y Venezuela. El LLECE ha divulgado dos informes generales (1998; 2000)¹ y un Informe Técnico (2001)² sobre los resultados obtenidos para el total de la muestra y para cada uno de los países participantes.

México participó en la investigación aplicando el conjunto de instrumentos -pruebas y cuestionarios- a una *muestra nacional representativa*, de acuerdo con el diseño establecido por el organismo coordinador. Adicionalmente, decidió extender el estudio incorporando una *muestra de escuelas del sector público en 13 Estados*: Baja California, Baja California Sur, Coahuila, Chihuahua, Durango, Guanajuato, Hidalgo, Michoacán, Morelos, Nuevo León, Puebla, San Luis Potosí y Veracruz.

Los datos recogidos con ese esfuerzo nunca habían sido analizados hasta ahora. *En este informe se presentan los resultados de un primer análisis de los datos obtenidos con ambas muestras*. Sin embargo, el mayor énfasis se ha puesto en el análisis de la *muestra de escuelas del sector público en trece Estados*. La tarea se centró en las desigualdades entre Estados y escuelas, así como en los factores extraescolares y escolares asociados al nivel de logro de los

¹Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), *Primer Estudio Internacional Comparativo*, OREALC/UNESCO, Santiago: 1er. Informe, 1998; 2do. Informe, 2000.

²Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), *Primer Estudio Internacional Comparativo – Informe Técnico*, OREALC/UNESCO, Santiago, 2001.

alumnos en Matemática y Lengua. No se abordan, por lo tanto, los resultados de las pruebas, es decir, el perfil de los aprendizajes de los alumnos evaluados.

La *muestra nacional representativa* (LLECE)³ es utilizada solamente para (i) responder algunos interrogantes sobre las diferencias entre el sector público y el sector particular, dado que ello no es posible con la otra muestra y (ii) comparar y validar los resultados obtenidos con la *muestra de escuelas del sector público en trece Estados*.

En el Capítulo I se especifican los objetivos específicos del estudio y los principales aspectos de la metodología utilizada en su desarrollo, cuyo conocimiento es necesario para un mejor entendimiento del significado y de las limitaciones de los resultados expuestos. A continuación (Capítulo II) se aborda el análisis de las relaciones entre el nivel y distribución de los logros escolares, por un lado, y la ubicación geográfica (urbano/rural) y el grado del alumno, por el otro. En los Capítulos III y IV se analizan las relaciones entre el logro en las pruebas y los factores escolares y extra-escolares medidos en los cuestionarios de Padre o Tutor, Maestro y Director. A continuación se incorporan al análisis las informaciones provenientes del cuestionario del Alumno (Capítulo V). Finalmente, en el Capítulo VI se analizan las diferencias de rendimiento entre los alumnos que asisten a escuelas de los sectores público y privado. En este último capítulo se usa la *muestra nacional representativa* del LLECE. El informe culmina con un recuento de las principales *constataciones empíricas*, de los principales *problemas metodológicos* encontrados y de las *lecciones aprendidas*.

³ Se trata de los datos de México en el archivo 'Global' proporcionado por el LLECE.

OBJETIVOS Y METODOLOGÍA

1.1. Objetivos.

Los instrumentos aplicados por el LLECE permiten desarrollar dos líneas de análisis. La primera se refiere estrictamente a la calidad de los aprendizajes alcanzados por los alumnos en las dos áreas evaluadas (Ver *Panel 1*). La segunda puede sintetizarse en una pregunta: "¿Bajo qué condiciones han ocurrido los aprendizajes?" (LLECE, 2001:5), es decir, se centra en *los factores que influyen en los aprendizajes alcanzados por los alumnos*. Ambos análisis han sido presentados por el LLECE para el conjunto de datos de la región (LLECE, 2001, Capítulos 3 y 4).

El *objetivo general* del estudio es identificar *las condiciones* en las que los alumnos de tercero y cuarto grados de la Educación Básica alcanzan los aprendizajes en Matemáticas y Lengua, según el resultado registrado en sendas pruebas estandarizadas. El foco de atención, por tanto, son *los factores escolares y extraescolares que influyen en los aprendizajes alcanzados por los alumnos*.

Este objetivo general se desagrega en objetivos específicos definidos respecto de las dos muestras analizadas y de las dos materias evaluadas:

Muestra de escuelas del sector público en trece Estados

Para responder a este interrogante general se adoptan los siguientes criterios (i) cada Entidad es objeto de análisis singular y a su vez, se la considera ‘nivel de agregación’ en el conjunto de todas las entidades incluidas; (ii) la dicotomía urbano/rural y las Entidades se consideran variables de estratificación a los fines de obtener estimaciones insesgadas del nivel de logro; (iii) las variaciones inter-institucionales (escuelas) e individuales (alumnos) son consideradas tanto a nivel de cada entidad como del conjunto total de los datos; (iv) se distinguen y especifican factores individuales y factores contextuales, como así también factores escolares y factores extraescolares. Con base en estos criterios, el objetivo general de este estudio se desagrega en los siguientes *objetivos específicos*, referidos a los logros en Matemática y en Lengua:

- (i) Estimar el rendimiento promedio de cada una y del conjunto de las entidades;
- (ii) Determinar la importancia relativa de cada uno de los tres componentes de la variación total del rendimiento escolar en el conjunto de los datos: la desigualdad de los rendimientos promedios estatales (“inter-Estado”); la desigualdad de los rendimientos promedios de las escuelas (“inter-escuela”) dentro de cada Estado, y la desigualdad de rendimiento entre los alumnos dentro de la escuela (“intra-escuela”). En el ámbito de cada Estado se estiman los últimos dos componentes (“inter-escuela” e “intra-escuela”);

“El estudio comprendió dos disciplinas básicas - Lenguaje y Matemática - indicadoras de la calidad de la educación en cada país. Con la primera, el alumno construye y desarrolla conocimientos y aprendizaje, le da significado a sus experiencias y sentido a los conocimientos de los otros, constituye la base del desarrollo de la capacidad de pensar y la puerta de acceso al conocimiento y la capacidad crítica, sin él todos los demás aprendizajes están comprometidos. Con la segunda, se desarrolla la capacidad para resolver situaciones problemáticas y la rigurosidad en el análisis de datos.

Luego de analizar e identificar los elementos curriculares que definen el proceso educativo de los alumnos de la región, se eligieron cinco tópicos en Lenguaje y otros cinco en Matemática, como base para la construcción de los instrumentos y la posterior interpretación de los resultados. Estos fueron:

Lenguaje: Identificar tipos de texto; distinguir entre emisor y destinatario de un texto; identificar el mensaje de un texto; reconocer la información específica de un texto e identificar vocabulario relacionado con el sentido de un texto.

Matemática: Numeración; operatoria con números naturales; fracciones comunes; geometría y habilidades) entendidas estas últimas como lectura de gráficos, reconocimiento de patrones, nociones de probabilidades y relaciones entre datos dados)” (LLECE,2000: 12)

“El Primer Estudio Internacional procuró determinar el nivel de desempeño que alcanzan los alumnos a partir de lo aprendido en los ámbitos del desarrollo del Lenguaje y de la Matemática, arriba mencionado. Los aprendizajes a evaluar, tanto en Lenguaje como en Matemática, han requerido de elaboraciones complejas, que trascienden la mera presencia o ausencia de un determinado conocimiento, ya que implican poner en práctica niveles elaborados de pensamiento. Es así como la evaluación de Lenguaje se buscó apreciar las competencias que el niño ha desarrollado para **comprender la Lengua escrita**.

En Matemática, se exploraron las competencias que el niño ha desarrollado para **la resolución de problemas que requieran la puesta en práctica de habilidades Matemáticas de complejidad superior**, tales como **interpretación de gráficos, reconocimiento de patrones, manejo de probabilidades y establecimiento de relaciones entre datos**” (LLECE,2003:4)

(iii) Estimar, para *cada uno y el conjunto* de los Estados, las diferencias entre los estratos urbano y rural respecto de (a) los rendimientos promedio y (b) la desigualdad de los rendimientos promedios de las escuelas;

(iv) Estimar, para *cada uno y el conjunto* de los Estados, (a) las distancias de rendimiento promedio de los alumnos de 3° y 4° y (b) las posibles variaciones de esa diferencia entre las escuelas y entre los estratos urbano-rural;

(v) Identificar los factores demográficos, socioeconómicos y culturales propios del alumno individual (*factores extra-escolares individuales*) que afectan el nivel y la distribución del logro escolar;

(vi) Determinar el efecto de la ‘composición’ demográfica, socioeconómica y cultural de la escuela y del Estado sobre el logro de aprendizaje (*factores extra-escolares contextuales*);

(vii) Determinar el efecto de las características de la escuela y del aula (*factores escolares*) sobre el nivel y la distribución de los rendimientos promedios institucionales;

(viii) Identificar factores institucionales y estatales que expliquen las diferencias en el nivel de logro de los Estados participantes en el estudio.

Muestra nacional de escuelas públicas y particulares (LLECE)

(ix) Determinar la importancia relativa de la variación de los rendimientos promedios de las escuelas (“inter-escuela”) y de la variación de los rendimientos de los alumnos dentro de la escuela (“intra-escuela”);

(x) Estimar la distancia entre el rendimiento de los alumnos del sector público y del sector particular;

(xi) Determinar el peso de los factores extraescolares en la explicación de las posibles diferencias en el nivel de rendimiento de los alumnos del sector público y del sector particular.

1.2. Aspectos metodológicos.

El estudio consistió en la aplicación de dos pruebas – Matemática y Lengua –, cuatro cuestionarios - Alumnos, Padres, Docente y Director – y una Ficha de Empadronamiento de la escuela. Para el logro de los objetivos propuestos y sobre la base de la información recogida, se definieron y procesaron modelos de regresión con la técnica estadística de “niveles múltiples”. En cada paso metodológico se aseguró la posibilidad de establecer comparaciones con los resultados obtenidos por el LLECE, aunque también se ofrecen análisis alternativos que mejoran la comprensión de las conclusiones

Tipo de estudio. El presente trabajo es de tipo "correlacional" porque la determinación del efecto del factor (Ej. nivel socioeconómico familiar) sobre el logro escolar del alumno se basa en el *grado de asociación* entre ambas variables. Expresiones tales como "efecto", "explicación", "determinación", etc., están referidas y restringidas a la asociación (correlación) estadística entre variables o en otras palabras, a la capacidad predictiva de alguna/s variable/s respecto de los resultados escolares.

Instrumentos. Según la secuencia temporal establecida por el LLECE, la aplicación debió realizarse en dos días. Durante el primero se debían aplicar las dos pruebas y los cuestionarios del Maestro y del Director, mientras que durante el segundo, era el turno de los cuestionarios de Alumno, Padre (convocados a la escuela con tal finalidad) y la Ficha de Empadronamiento.

Los aspectos metodológicos restantes se especifican para cada una de las dos muestra analizadas.

Población y muestra. Si se seguía el diseño propuesto por el LLECE, la población objetivo del estudio mexicano serían todos los alumnos y alumnas de tercero y cuarto grado de la Educación Primaria General del sector Público (Federal y Estatal) en las áreas urbana y rural de los Estados de Baja California (BCA), Baja California Sur (BCS), Coahuila (COA), Chihuahua (CHI), Durango (DUR), Guanajuato (GUA), Hidalgo (HID), Michoacán (MIC), Morelos (MOR), Nuevo León (NLE), Puebla (PUE), San Luis Potosí (SAN) y Veracruz (VET). El estudio distinguió entre área urbana y rural, pero a diferencia del LLECE, no distinguió entre mega-ciudades (población de 1 millón o más de habitantes) y área urbana¹, además, no fueron incluidas escuelas de administración Particular.

El LLECE justificó la elección del Tercer Grado como objeto de estudio porque “es ahí donde en la mayoría de los currículos de Latinoamérica se espera que los alumnos hayan adquirido el dominio elemental de la lecto-escritura y de las operaciones básicas de la Matemática, que son instrumentos para adquirir de manera eficaz el resto del bagaje cultural que posteriormente les permitirá integrarse a la vida social y al mercado de trabajo” (LLECE, 2001:9). La inclusión del Cuarto grado ayuda a responder más precisamente a la pregunta “¿cuándo ocurre el conocimiento?”, permitiendo eventualmente aportar información sobre los avances que se obtienen entre un año y otro” (LLECE, 2001:9).

De acuerdo a los criterios anteriores, la población-objetivo en cada uno y en el conjunto de los Estados sería, en principio, la presentada en la **Tabla A-2** del *Apéndice A*.

Para poder identificar los factores que inciden en el nivel y distribución de los aprendizajes, el estudio debía relevar información adicional a las pruebas aplicadas. Las fuentes de información utilizadas fueron los propios *alumnos, los padres o tutores, los maestros de 3º y 4º grado y el Director* de la escuela.

Diseño muestral. El diseño de la muestra se define respecto del alumno como la unidad de análisis final. En cada Estado, la muestra es del tipo estratificada, no auto-ponderada, por conglomerado y de selección bi-etápica aleatoria, con probabilidades iguales para todos los alumnos. Los estratos son el área urbana y el área rural y los conglomerados son las escuelas. Para la totalidad de la muestra, los Estados deben ser considerados también como un estrato.

Una vez determinados los Estados que entrarían en el estudio, en el primer paso se seleccionaron aleatoriamente las escuelas en cada Estado y dentro de cada escuela, se seleccionaron aleatoriamente 20 alumnos de 3º grado y 20 alumnos de 4º grado. En el caso de haber más de un grupo en cada grado, la selección es aleatoria sistemática y proporcional al número de alumnos en cada grupo. Este diseño “arrastra” la muestra de los otros actores incluidos. El Cuestionario de Padres se aplica a los padres de los alumnos evaluados; el Cuestionario de Director al director de la escuela seleccionada y el Cuestionario del Maestro a

¹ De cualquier forma, esta distinción no parece relevante dado los Estados incluidos en el estudio. En México, y de acuerdo al diseño muestral del LLECE, alrededor del 10% de la matrícula total en 3º y 4º grado se encontraría en Mega ciudades. Ciertamente, la casi totalidad de esa matrícula se encuentra en México D.F., que no entra en el presente estudio.

todos los maestros de 3º y 4º grado de las escuelas seleccionadas.

Muestra real. La tasa de omisión o de no-respuesta, es decir, la cobertura de la muestra efectiva, difiere según los instrumentos considerados en el análisis. En el *Apéndice A* se presenta la magnitud de la muestra efectivamente conseguida para cada instrumento. En los momentos pertinentes del análisis, el lector será remitido a la tabla que contiene la información correspondiente. Sin embargo, aquí parece conveniente apuntar tres situaciones:

- (i) como era natural, las pruebas alcanzaron la mayor cobertura. Es decir, con algunas variaciones internas relativas al eje urbano-rural, las pruebas se aplicaron en las 13 Entidades propuestas;
- (ii) el cuestionario de Padre no se aplicó (o no estuvo disponible) en un sólo Estado (Guanajuato) y la cobertura en los restantes experimentó una disminución importante en relación a la de las pruebas;
- (iii) el cuestionario de Alumno no se aplicó (o no estuvo disponible) en tres Entidades (Baja California Sur, Guanajuato y Nuevo León), pero por otro lado, su cobertura en las Entidades restantes es muy superior al de Padre.

Estas situaciones determinaron la secuencia de análisis adoptada bajo los criterios de maximizar el uso de los datos disponibles y obtener las estimaciones más confiables (ver más abajo el punto *Estrategia de análisis*).

Variables-criterio. Las pruebas fueron del tipo estandarizadas con ítems de respuesta con opciones múltiple. La prueba de Matemática estuvo compuesta de 32 ítem, mientras que la de Lengua fue de 19 ítem². La variable criterio es el puntaje total obtenido por el alumno en la prueba. Los puntajes fueron escalados de acuerdo al método de Rasch, con una media total de 250 y una desviación estándar de 50³.

Factores del logro escolar. Los cuestionarios permiten construir indicadores referidos (i) al alumno y su familia, (ii) al *contexto* institucional y estadual y (iii) a la “cultura” y prácticas pedagógicas y de organización y gestión institucional (escuela). Por tanto, algunas mediciones son *individuales* (alumno) y otras *grupales*, es decir, afectan igualmente a todos los miembros de la escuela o del Estado. Estas últimas pueden ser originalmente grupales cuando provienen de una fuente singular de información (Ej. el director) o *agregadas*, cuando se forman por la agregación de informaciones individuales (Ej. alumnos de la escuela). Por otra parte, los indicadores construido se refieren a *factores extra-escolares* (no pueden ser modificados por la decisión del sistema educativo, al menos en el corto plazo) y *factores escolares* (pasibles de ser modificados por el sistema educativo).

Se analizan los siguientes conjuntos de variables:

- *Variables individuales del alumno*

² Esta prueba incluyó también un ítem abierto de producción. Sin embargo, sus resultados no están disponibles y por tanto, no se incluyen en el análisis.

³ Tanto la corrección de las pruebas como el cálculo de los puntajes y el reescalamiento (Rasch) fueron realizados y proporcionados por la Dirección General de Evaluación de la Secretaría de Educación Pública.

- Características demográficas y educativas: Ejemplo: Grado, Sexo, Edad, Repitencia⁴;
 - Origen socioeconómico familiar: Educación de los padres; horas hogar; libros;
 - Experiencias educativas previas: pre-escolar; lectura; utilización libros;
 - Actitudes y Práctica educativas familiares: involucramiento, recursos didácticos;
- *variables contextuales institucionales*
 - Gran parte de las variables individuales se agregan a nivel escuela y se incluyen en el análisis como mediciones del contexto en el aspecto correspondiente;
 - Area geográfica;
 - Cultura y práctica pedagógica;
 - Cultura y práctica institucional.

El significado y alcance de algunas mediciones es presentado y discutido al momento de incorporarla al análisis. Las definiciones operacionales de todas las mediciones se encuentran en el *Anexo A*. A no ser que se indique lo contrario, y con la finalidad de mantener comparabilidad con el estudio del LLECE, las variables serán centralizadas en su media.

Imputación de valores. Normalmente, la auto-aplicación de cuestionarios genera un nivel importante de “missing” en cada uno de los ítems del instrumento. Otra fuente importante de pérdida de información es el captación incorrecta de códigos de identificación para unir registros de archivos conformados por diferentes instrumentos (pruebas y cuestionarios). Para poder desarrollar el análisis sin una caída importante de la muestra, es necesario ‘imputar’ valores a los ‘missing’. Uno de los métodos más razonables es utilizar los valores promedios esperados del ‘entorno inmediato’, en nuestro caso, la escuela. Esta es la metodología aplicada en el presente estudio (ver *Apéndice A*).

Técnica de análisis. Se utiliza la técnica de “análisis estadístico por niveles múltiples.” Esta es una técnica “correlacional” adecuada para analizar variaciones en las características de los individuos (Ej. rendimiento en Matemática) que son miembros de un grupo (Ej. escuela) que a su vez, hace parte de otra agregación (Ej. Estado), o sea, mediciones que forman parte de una estructura agrupada y jerárquica. La técnica permite la descomposición de la variación de una variable (Ej. rendimiento) en sus componentes "dentro del grupo" (intra-escuela; intra-Estado) y "entre grupo" ('inter-escuela'; 'inter-Estado') y el análisis de la asociación entre variables en esos diferentes niveles de agregación. El modelo se compone de una *Parte Fija*, con los parámetros que definen una línea promedio para *todos* los alumnos de *todas* las escuelas de *todos* los Estados, y de una *Parte Aleatoria*, que muestra en cada nivel de agregación, la estimación de la variación de los parámetros determinados en la Parte Fija. La principal ventaja de esta técnica es que modela *simultáneamente* los diferentes niveles de variación (por ejemplo, alumno, escuela, Estado), permitiendo, por tanto, saber qué proporción de la variación del rendimiento escolar se debe *principalmente* a características del alumno, de la escuela y del Estado.

⁴ En el análisis de LLECE, la repitencia se trata como variable-criterio y no como factor del rendimiento. Más allá de su dudosa validez como variable-criterio de resultado institucional, no cabe duda que su omisión como factor es altamente cuestionable, pudiendo conducir a resultados muy diferentes.

Test estadístico. El criterio para determinar si una variable es *factor* del logro escolar refiere a su correlación estadística. Para decidir si la asociación es estadísticamente significativa se usa el test de la razón de máxima verosimilitud. Bajo hipótesis de nulidad de diferencia igual a 0 (cero), la diferencia entre los valores de máxima verosimilitud de dos modelos sigue la distribución de chi-cuadrado con grados de libertad (gl) igual al número de nuevos parámetros. Para indicar el nivel de significación de cada estimación se usan como referencia los límites de probabilidad más usuales (0,05; 0,01 y 0,001).

Estrategia de análisis: niveles de agregación. En cada Estado, los datos permiten trabajar con dos niveles: alumno y escuela⁵. Para el conjunto de los datos es posible incluir un tercer nivel de agregación: el Estado. Para mantener comparabilidad con los datos del LLECE, en este último caso también se analizan modelos con sólo dos niveles (sin Estado).

Estrategia de análisis: la secuencia. En general, en este tipo de investigación la secuencia del análisis está determinada por la técnica empleada (“multinivel”) y por los objetivos específicos propuestos. Sin embargo, en el presente estudio se considera otro factor adicional: la conformación final de las bases de datos utilizadas. La importante variación en la cobertura de los diferentes instrumentos aplicados (ver arriba punto *Muestra real*), acompaña por el criterio de maximizar el uso de la información para obtener estimaciones más estables y confiables, aconsejó realizar el análisis de tres bases de datos, y en el siguiente orden:

- 1°. Pruebas de Matemática y de Español;
- 2°. Pruebas + Padre + Director + Docente;
- 3°. Pruebas + Alumno + Padre + Director + Docente.

En la *primera*, la más extensa, se analizan solamente las pruebas y dos variables: grado al que asiste el alumno y situación geográfica de la escuela (*Capítulo II*). Además, se utilizan diferentes sub-archivos, determinados por la aplicación del sistema de ponderación y los niveles de desagregación (análisis total y Estatal). En la *segunda*, el criterio dominante es la existencia del cuestionario del Padre y por lo tanto, no se incluye el cuestionario del Alumno (*Capítulo III y IV*). En la *tercera*, la más acotada, son incluidos todos los instrumentos aplicados (*Capítulo V*). Al iniciar el análisis de cada base de dato se harán las aclaraciones pertinentes y se presenta la secuencia de análisis correspondiente. Para mayores detalles ver *Apéndice A*.

Muestra nacional de escuelas públicas y particulares (LLECE)

Se usan los datos relativos a México contenidos en el archivo denominado ‘Global’, producido por el LLECE para todos los países participantes en el estudio. El uso de esta base de datos tiene una finalidad muy acotada: evaluar la distancia de rendimiento promedio de las escuelas de los sectores público y particular. Ello es posible porque esta muestra incluye escuelas del sector particular, a diferencia de la muestra de los 13 Estados. El diseño detallado de la

⁵ Es importante destacar que a pesar que el estudio posee variables a nivel del maestro y del aula, el diseño muestral no permite incluir el nivel "aula" como tal. Por lo tanto, las variables referidas al aula y el maestro deben agregarse a nivel escuela.

muestra y otros aspectos metodológicos se encuentra en el Capítulo Segundo del Informe Técnico del LLECE. Las muestras analizadas consisten en 4.913 alumnos en 130 escuelas para Lengua y 4.932 alumnos en 131 para Matemática. Se usan los ponderadores incluidos en el archivo 'Global' para Matemática ('mathwt') y Lengua ('langwt'). El análisis incluye unos pocos factores escolares y usa modelos de dos niveles (escuela y alumno). Se adopta una estrategia de análisis orientada a distinguir los efectos de los factores individuales del alumno, de la 'composición' social del alumnado y de los posibles factores escolares. Los resultados se presentan en el *Capítulo VI*.

LAS DIFERENCIAS GEOGRAFICAS Y DE GRADO ESCOLAR

En este capítulo se abordan los cuatro primeros objetivos específicos propuestos. Por lo tanto, los focos de interés son (i) las variaciones del logro escolar entre los Estados y entre las escuelas, (ii) el efecto del área geográfica (urbano/rural) y del grado (3° o 4°) del alumno evaluado y (iii) las variaciones ‘entre-escuela’ y ‘entre área geográfica’ de ese efecto (objetivos 3b. y 4b). Por lo tanto, además de los puntajes de las pruebas, se considerarán solamente la situación geográfica y el grado al que asiste el alumno.

Muestra. Se consideran diversas bases de datos, dependiendo del nivel de agregación y de las variables que intervienen. La muestra obtenida en cada prueba se presenta en la **Tabla A-1** del Apéndice A. Es importante notar que en cuatro Estados (Baja California Sur, Hidalgo, Nuevo León y Puebla) no se incluyó el área rural y en uno (Guanajuato) no se cuenta con la información acerca del estrato. Además, existe variación estatal en el nivel de cobertura efectivamente conseguido. Con la finalidad de poder comparar las estimaciones de rendimiento de los Estados y de estimar el rendimiento del conjunto de los Estados participantes, es necesario definir los pesos que ajusten la super o sub-numeración muestral (por Estado y por área geográfica). El detalle sobre este procedimiento se expone en el Apéndice A.

Estrategia de análisis. El igual que en el resto de este trabajo, la técnica utilizada es el “análisis estadístico multinivel”. Con base en los objetivos propuestos y la técnica utilizada, se decidió la siguiente secuencia en el análisis:

1. *Modelo "vacío"*: descomposición de varianza, media y error estándar para cada uno de los Estados y para el total de la muestra (Objetivos 1 y 2);
2. *Modelo geográfico*: determinación de las diferencias urbano-rural del logro escolar en cada uno de los Estados y en el total de la muestra (Objetivo 3a);
3. *Modelo de Grados*: determinación de las diferencias de logro entre alumnos de 3° y 4° grado en cada uno de los Estados y en el total de la muestra (Objetivo 4^a);
4. *Modelos de aleatorización e interacción*: determinación de la variación intra-Estatal e inter-institucional de la distancia urbano-rural (Objetivo 3b.) y de las posibles variaciones intra-estadales e inter-sectoriales (urbano-rural) en el grado de desigualdad 3-4 grado (Objetivo 4b).

Entonces, en cada paso se consideran modelo a nivel global y a nivel de Entidad.

II.1. Las desigualdades ‘entre-escuela’ y ‘entre-Estado’.

Ambas desigualdades pueden tratarse simultáneamente sólo con la totalidad de la muestra, mientras que, a nivel de Estado, sólo puede estudiarse la desigualdad ‘entre-escuela’.

II.1.1. Las desigualdades en el conjunto de los Estados. Para responder este interrogante se ejecuta el primer paso del ‘análisis multinivel’, consistente en la descomposición simultánea de la varianza en los diferentes niveles de agregación. Al resultado se lo

denomina comúnmente modelo “vacío”, “nulo” o “incondicional”, por no poseer ningún predictor de la variable-criterio (logro escolar). En este modelo se deben especificar los niveles de agregación; en nuestro caso, los niveles son: Estado, escuela y alumno.

* *Nota técnica 1: El modelo 'vacío'.* La técnica distingue dos tipos de estimaciones. Por un lado, se encuentran las estimaciones de los parámetros basados en la totalidad de la muestra, por ejemplo, la *media global*. Estas estimaciones conforman la *Parte fija* del modelo. Las otras se refieren a las variaciones de los parámetros (estimados en la Parte fija) en cada nivel de agregación ('entre Estado', 'entre-escuela' y 'entre-alumno') y se la denomina *Parte aleatoria* del modelo. Así por ejemplo, para calcular el rendimiento promedio global en Matemática y las tres variaciones ('entre-Estado', 'entre-escuela' y 'entre-alumno'), se regresan los rendimientos escolares de cada alumno (matematica_{ijk}) sobre una constante (cons) que asume un valor = 1 para todos los alumnos. Formalmente, la operación se expresa así:

$$\begin{aligned} \text{matematica}_{ijk} &\sim N(\beta_0, \Omega) \\ \text{matematica}_{ijk} &= \beta_0 + \text{cons} \\ \beta_0 &= \beta_0 + v_{0k} + u_{0jk} + e_{0ijk} \\ \begin{bmatrix} v_{0k} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} u_{0jk} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

, donde $(\text{matematica})_{ijk}$ es el rendimiento del alumno i en la escuela j en el Estado k ; (cons) es una constante igual a 1; β_0 es el rendimiento promedio estimado (*Parte fija*); e_{0ijk} es el "residuo" a nivel alumno (nivel 1), para el i -ésimo alumno en la j -ésima escuela del k -ésimo Estado; u_{0jk} es el residuo a nivel escuela (nivel 2), para la j -ésima escuela del k -ésimo Estado, y v_{0k} es el residuo de nivel 3 (Estado). Las última tres (e_{0ijk} , u_{0jk} y v_{0k}) son cantidades **aleatorias**, con una media=0, no correlacionadas y con distribución normal (*Parte aleatoria*). Por lo tanto, podemos estimar sus varianzas, indicadas como σ_e , σ_u y σ_v , respectivamente, quedando especificado así los porcentajes de la variación total del rendimiento que se deben a las diferencias entre Estados, entre escuelas y entre alumnos. Las dos primeras representan *principalmente*, aunque no exclusivamente, el peso que tienen las características grupales en la explicación de las variaciones totales de los rendimientos escolares.

Se analizan dos archivos de datos. El primero incluye a todas las escuelas; el segundo en cambio, considera sólo las escuelas de los Estados donde se estudiaron ambas áreas geográficas (urbano-rural)¹. Por lo tanto, a este último es dable aplicarle las ponderaciones definidas para la muestra total (ver Apéndice A), operación no posible en el primero. El objetivo de esta doble presentación es poder comparar ambas situaciones y tener un criterio de evaluación en el análisis de factores que será realizado posteriormente. Con esa misma finalidad, se presentan los resultados obtenidos con modelos de 2 niveles (alumno y escuela) y 3 niveles (alumno, escuela y Estado) (**Tabla II.1.**).

¹ Son los archivos 'muestra completa' (B) y 'muestra total' (D), respectivamente. Ver Apéndice A.

Se constata que los resultados obtenidos con el total de la muestra sin ponderación son notablemente cercanos a los que surgen con el archivo completo con ponderación combinada geográfico-Entidad. Tal comportamiento es metodológicamente relevante porque el análisis de factores será realizado con la totalidad de muestra y por tanto, prescindiendo del sistema de ponderación.

En primer lugar, los datos indican que la variación ‘entre-Estado’, similar en ambas materias, es un componente menor de la variación total del logro escolar. Con el archivo más restringido pero ponderado, las diferencias entre los Estados, aunque estadísticamente significativas (al 1%), son extremadamente bajas (Matemática: 1,8; Lengua: 2,0). A juzgar por estas informaciones, entonces, la variación del rendimiento promedio de los Estados, tanto en Matemática como en Lengua, no tiene mayor peso en la desigualdad total del rendimiento escolar del sector público.

Ordenamiento de Estados. Cuando las estimaciones de los rendimientos promedio de los alumnos de cada Estado, acompañadas por el *intervalo de confianza* correspondiente, se ordenaron de menor a mayor, se constató que la mayoría de tales estimaciones eran estadísticamente equivalentes. Respecto de los resultados de Matemática en el área urbana, por ejemplo, de los 12 Estados con información, 10 deben considerarse estadísticamente similares, a pesar de que, con base en los *promedios puntuales* estimados, parezcan diferentes (*Apéndice B*).

Este no es el caso de la desigualdad entre las escuelas. El 16–20% de la variación total del rendimiento se puede imputar a la desigualdad de los promedios alcanzados por las escuelas. En general, los datos parecen indicar una mayor variación en Lengua que en Matemática. Más adelante se intentará identificar los factores escolares que ‘explican’ al menos parte de esta variación.

Ordenamiento de escuelas. Si bien la diferencia ‘entre-escuela’ es muy superior a la diferencia ‘entre-Estado’, una gran proporción de escuelas se muestran estadísticamente equivalentes en un amplio rango de rendimientos promedio institucionales. Así por ejemplo, aproximadamente el 50% de escuelas tiene un intervalo de confianza que contiene el rendimiento promedio del conjunto de todas las escuelas estudiadas (promedio global), es decir, son escuelas que ocupan *la misma posición en el ordenamiento*, a pesar de que puedan parecer diferentes de acuerdo a sus rendimientos promedios *puntuales* (*Apéndice B*).

La *comparación* de estos resultados con los informados por el LLECE debe tener en cuenta una restricción muy importante: en la muestra del LLECE fueron incluidas escuelas Particulares, mientras que el presente estudio sólo considera escuelas del sector público. Según el LLECE, las diferencias de logro entre los sectores público y privado en México son muy altas y a favor de este último² (ver *Capítulo VI*). Por lo tanto, la *muestra de escuelas del sector público en trece Estados* debería subestimar el nivel de logro respecto a los datos de México analizados por el LLECE. A pesar de ello, el nivel de logro promedio en Lengua informado por el LLECE para México (=250) es inferior al calculado con los datos de los trece Estados (=264-6)³. Con Matemática, en cambio, sucede lo inverso (255 y

² En el conjunto de los países incluidos en el estudio del LLECE, México expone, junto con Perú, la más alta diferencia público-privado en Lengua y junto con Brasil, la segunda en Matemática (LLECE, 2003: Tabla 2).

³ Obviamente, este resultado altera la posición relativa de México en el conjunto de los países del

II.1. Promedio estimado y descomposición (%) de la varianza en modelos 'vacíos' del rendimiento en Matemática y Lengua con de 2 y 3 niveles - Muestra Total y Muestra Completa

Parámetros	Muestra Total (sin ponderación)				Muestra Completa (con ponderación)			
	Matemática		Español		Matemática		Español	
	2 niveles	3 niveles	2 niveles	3 niveles	2 niveles	3 niveles	2 niveles	3 niveles
<i>Promedio</i>	242	242	266	266	240	239	264	263
Entidad (%)	---	3,9	---	4,3	---	1,8	---	2,0
Escuela (%)	18,9	15,6	20,9	17,1	19,4	17,8	23,9	22,2
Alumno (%)	81,1	80,5	79,1	78,6	80,6	80,4	76,1	75,8
<i>Total</i>	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
(alumnos n=)	(16303)		(16207)		(10517)		(10443)	
(escuelas n=)	(456)				(308)			

240-2, respectivamente). Nuevamente, esta constatación debe aceptarse con reparos dado las distancias entre los estratos estimadas por el LLECE para México (LLECE,2001: Tabla 2): el sector particular-urbano sobrepasa al público-urbano en más de 15 puntos. *En resumen*, a partir de la muestra analizada en este capítulo, por cierto mucho más extensa que la del LLECE, este último estudio podría haber subestimado el nivel de logro en Lengua, mientras que, en Matemática, ambas estimaciones convergen notablemente.

La '*variación entre-escuela*' estimada por el LLECE para Matemática (24,5%) y Lengua (27,4%) (2001, Cap.4, Tabla 1) se aproximan razonablemente a las calculadas en el presente estudio – alrededor de 19% en Matemática y 24% en Lengua. Las diferencias deben adjudicarse principalmente, a que el estudio del LLECE incluyó el sector Particular, aumentando la heterogeneidad en los resultados institucionales. En el Capítulo VI se presenta un análisis completo de este aspecto.

II.1.2. *Las desigualdades en los Estados*. En este punto se analizan los resultados obtenidos al procesar el modelo "vacío" en cada uno de los Estados participantes y para el total (Tabla II.2.).

Para el *total*, se presentan los resultados obtenidos con dos opciones de conformación del archivo: (i) sólo con los Estados que tienen información de ambas áreas geográficas; en este caso, los valores han sido ponderados considerando la estratificación combinada de Estado y área geográfica (Apéndice A, archivo 'B': muestra 'Completa');

(ii) con el total de registros que poseen la especificación de la ubicación geográfica; en este caso no se aplica ninguna ponderación (Apéndice A, archivo ‘C’: muestra ‘Cuasi-total’). Puede observarse que las estimaciones producidas por ambos métodos – logro promedio y variación ‘entre-escuela’ - son muy similares y dado que uno de ellos ya fue presentado anteriormente (**Tabla II.1**), no es necesario ningún comentario adicional.

A nivel de Estado, la máxima descomposición posible de la varianza total que se puede realizar incluye dos niveles: alumno y escuela. *En Matemática*, los valores extremos de los promedios estatales son 221 (MIC) y 268 (NLE). Es importante observar que la estimación de NLE se refiere exclusivamente al área urbana. Más allá de esta amplitud, se observa que el resto de los Estados, con excepción de SAN, se encuentran próximos a la media global (alrededor de 240). Este comportamiento ilustra la conclusión extraída anteriormente: la variación ‘entre-Estado’ es un componente menor de la variación total del logro en Matemática.

En Lengua, se percibe que la variación ‘inter-Estado’ es levemente superior. Los mismos Estados figuran en el extremo superior – NLE - e inferior – MIC -. Entre esos extremos, se observan dos Estados – BCA y HID - con 10 puntos por arriba del promedio, y otros tres – BCS, GUA y SAN - con 15 puntos por abajo. No obstante, estas variaciones representan, al igual que en Matemática, un porcentaje pequeño respecto de la variación total del logro escolar.

Respecto de la *variación entre escuela*, los resultados de ambas disciplinas están, en general, bastante próximos, aunque existen algunas diferencias puntuales. *En Matemática*, los Estados con muestras extensas y escuelas en ambas áreas geográficas presentan altas variaciones ‘inter-institucionales’ (en torno del 20% o más). Este es el caso de COA, DUR, CHI y VET. Una excepción evidente es MOR, con un valor muy bajo. *En Lengua*, con excepción de VET, los datos se comportan de manera similar. Para la mayoría de los Estados con un solo sector - PUE, HID, BCS – o una muestra no balanceada – MIC, BCA -, la variación ‘inter-escuela’ es menor. Entonces, salvo algunas excepciones, la variación entre escuela detectada a nivel de Estado puede haber sido afectada por la variación en el tamaño de la muestra y obviamente, por la composición urbano-rural de la misma. En el punto siguiente se analizará la relación de estas desigualdades con el efecto del área geográfica y del grado cursado por el alumno.

II.2. Estimación del promedio, desvío estándar y variación 'entre-escuela' del logro en Matemática y Español, por Entidad y para el total el conjunto de las Entidades

Indicadores	ENTIDADES							TOTALES
	BCA*	BCS	COA*	CHI*	DUR*	GUA	HID	Total**
<i>Matemática</i>								
Media	250	246	242	240	242	232	250	240
Desviación Típica	47,0	52,4	50,3	52,9	47,1	46,5	47,5	49,6
Var. Entre escuelas (%)	9,61	14,54	19,46	29,19	20,02	12,94	4,05	19,35
(n=)	(958)	(773)	(1917)	(1269)	(1660)	(1953)	(946)	(10517)
	MOR*	NLE	PUE	SAN*	VET*	MIC*		Total***
Media	241	268	240	231	242	221		243
Desviación Típica	48,1	53,0	46,1	47,4	48,6	44,8		49,8
Var. Entre escuelas (%)	7,68	24,80	12,70	22,96	24,17	6,43		19,0
(n=)	(1702)	(989)	(994)	(649)	(1513)	(849)		(14219)
<i>Español</i>								
	BCA*	BCS	COA*	CHI*	DUR*	GUA	HID	Total**
Media	279	246	272	264	262	252	278	264
Desviación Típica	61,7	73,0	67,6	58,5	65,0	64,1	62,3	65,5
Var. Entre escuelas (%)	14,44	14,54	17,66	42,39	25,00	17,01	8,45	23,9
(n=)	(956)	(771)	(1895)	(1256)	(1660)	(1948)	(933)	(10443)
	MOR*	NLE	PUE	SAN*	VET*	MIC*		Total***
Media	265	297	263	250	268	238		268
Desviación Típica	61,5	67,2	60,3	62,0	64,4	61,4		65,0
Var. Entre escuelas (%)	8,81	19,80	14,06	16,20	3,61	8,66		20,2
(n=)	(1686)	(988)	(993)	(645)	(1496)	(849)		(14128)

(*) Estados con área urbana y rural; los valores han sido ponderados; (**) Se refiere al conjunto de Estados que tienen registros en ambas áreas (Urbano y Rural) y donde se ha calculado el Ponderador para el total, considerando como estratos a la ENTIDAD y a la ubicación Urbano-Rural (ver Apéndice A); (***) Se refiere al total de los registros con especificación de la ubicación Urbano-Rural, sin ponderación.

II.2. El efecto de la ubicación geográfica y del grado escolar.

La definición operacional de ambas variables es la siguiente:

- área geográfica: codificado como 0 = rural ("base") y 1 = *urbana* ("muda");
- grado que cursa: codificado como 0= tercero ("base") y 1 = *cuarto* ("muda").

Para analizar la incidencia de ambas variables se sigue el siguiente procedimiento: (i) primero, las variables 'dummy' referidas a la ubicación geográfica de la escuela (*urbano*) y al grado que cursa el alumno (*cuarto*), son introducidas separadamente en el modelo 'vacío'; (ii) a continuación, se introducen las dos simultáneamente. Este procedimiento sólo es posible con las muestras de Estados que poseen alumnos en ambas área geográfica. Para las restantes sólo es posible analizar el efecto del grado del alumno (*cuarto*). Los resultados de ambas operaciones son presentados en la **Tablas II.3a.** para Matemática y en la **Tabla II.3b.** para Lengua.

* *Nota técnica 2. Determinación del efecto de las variables 'dummy'.* Varios de los factores que analizaremos a lo largo de este estudio deben tratarse como variables nominales. Para poder incluir este tipo de variables en el análisis hay que definir las como "clasificaciones fijas", usando el método de variables "mudas" ('dummy'). En primer lugar, respecto a una variable cualquiera (ej. 'grado que el alumno cursa'), cada observación (en este caso, cada alumno) debe estar asignada en una y sólo en una categoría (ej. 'alumno de tercero' o 'alumno de cuarto'). A seguir, hay que decidir cuál será la categoría 'base' (por ejemplo, 'alumno de tercero') y como consecuencia, las categorías restantes serán variables 'muda' (ej. 'alumno de cuarto'). A toda observación (alumno) se le asignará 0 (cero) si pertenece a la categoría 'base' y 1 si pertenece a la variable 'muda' ($z_{ij} = 1$, si es 'alumno de cuarto'; $z_{ij} = 0$, si no lo es). Generalizando, tendremos tantas variables "mudas" como el número de categorías, menos una (correspondiente a la "categoría base").

Para ilustrar su formulación, usaremos el nivel de logro en Matemática y el 'grado del alumno'. La relación o 'efecto' del grado (variable de "clasificación fija") sobre el rendimiento en Matemática se expresa así:

$$\begin{aligned} \text{matematica}_{ij} &\sim N(XB, \Omega) \\ \text{matematica}_{ij} &= \beta_{0ij}\text{cons} + \beta_{1\text{cuarto}_{ij}} \\ \beta_{0ij} &= \beta_0 + u_{ij} + e_{0ij} \\ \begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} &\sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

donde '*matematica_{ij}*' es el rendimiento en Matemática del alumno *i* en la escuela *j*; β_0 es la estimación del rendimiento promedio de los alumnos de tercero ('base'); β_1 es la diferencia esperada entre el rendimiento de los alumnos de tercero y de cuarto grado, es decir, una estimación de la ventaja que tienen los alumnos de cuarto sobre los de tercero; y '*cuarto_{ij}*' es el valor de la variable 'muda' del alumno *i* en la escuela *j*.

II.2.1. Distancia urbano-rural. Para el conjunto de los Estados, con o sin ponderación, los alumnos de las escuelas urbanas superan a los de las rurales en el nivel de logro, tanto en *Matemática* como en *Lengua*. Aunque estadísticamente significativas, las distancias encontradas no indican una segmentación geográfica muy pronunciada del sistema educativo público. Esta interpretación es más evidente en Matemática – donde la diferencia media esperada es de 15 puntos ó 0,16 unidades de desvíos estándar – que en Lengua, con distancias esperadas superiores a 21 puntos ó 0,20 unidades de desvío estándar.

Los datos presentado por el LLECE para México son en general, coincidentes con estos resultados (LLECE,2003: Tabla 2). La distancia en Matemática entre el área rural por un lado, y la mega-ciudad y el área urbana, por el otro, llega a 15 y 9 puntos, respectivamente, siendo este último estadísticamente no significativo. Esas distancias ascienden a 10 y 14 puntos, respectivamente, cuando se trata del logro en Lengua.

De los 13 Estados participantes en el estudio, cinco de ellos no relevaron las dos áreas o no fue posible identificarlas (Guanajuato). De los restantes, Coahuila, Durango y Veracruz muestran un patrón nítido de diferencia urbano-rural en ambas materias. Mientras que en los dos primeros, tales distancias esperadas son iguales en Matemática – 16-17 puntos – y levemente diferentes en Lengua -22,2 y 29,6 puntos -, en Veracruz

aparecen valores notablemente más altos y diferentes – 29,5 y 43,7 puntos, respectivamente.

En los Estados restantes la distancia urbano-rural es no significativa, es decir, en esos Estados no se deberían esperar niveles de logro superiores de acuerdo a la ubicación geográfica de la escuela. No obstante, esta conclusión debería tomarse con prudencia. Cuatro de esos Estados – BCA, MIC, MOR y SAN – poseen muestras muy desbalanceadas, con pocas escuelas urbanas o rurales (ver Tabla A-1, Apéndice A), afectando probablemente la confiabilidad de esas estimaciones. Chihuahua es el único caso más sólido a favor de aquella hipótesis. En consecuencia, se mantiene la idea de que en Lengua existe una mayor diferenciación urbano-rural y además, parece prudente concluir que a nivel de Estado, estas distancias podrían oscilar significativamente.

II.2.2. La distancia entre grados. El análisis de las diferencias de logro entre los alumnos de tercero y cuarto grado sigue los mismos pasos que el análisis realizado anteriormente con la estratificación geográfica. Los resultados también son presentados en las **Tablas II.3.a y b.**

Para el *conjunto de los Estados*, con o sin ponderación, los datos se comportan de acuerdo a lo esperado: los alumnos de cuarto grado obtienen rendimientos significativamente superiores a los de terceros en ambas materias, aunque la distancia media esperada en Lengua (más de 28 puntos) es superior a la correspondiente en Matemática (entre 21,6 y 23,5 puntos). En principio, entonces, el pasaje de tercero a cuarto grado tiene un efecto importante respecto del nivel de aprendizaje de los contenidos y competencias evaluados por ambas pruebas, efecto más notable para Lengua que para Matemática.

Estos resultados pueden ser contrastados nuevamente con los informados por el LLECE para México. Según ese estudio, las diferencias promedio esperadas son 27,3 en Lengua y 20,75 en Matemática (LLECE,2003: Tabla 3), es decir, muy próximos a las estimaciones que se acaban de presentar (ver también *Capítulo VI*).

A *nivel de Estados*, el comportamiento de esta variable es más estable y consistente que el de la estratificación geográfica. Todos los Estados presentan diferencias estadísticamente significativas de logro promedio esperado entre los alumnos de tercero y cuarto grado. *En Matemática*, Chihuahua presenta la menor diferencia esperada (=11,1) e Hidalgo la mayor (=32,6); mientras que *en Lengua*, esas posiciones son ocupadas respectivamente, por Durango (=17,2) y Coahuila (=39,2). En consecuencia, en Coahuila, por ejemplo, el rendimiento promedio esperado para los alumnos de 3° en Lengua es 20 puntos inferior al promedio esperado para el total de los alumnos en ese Estado. En Durango en cambio, esa distancia desciende a 8 puntos.

II.2.3. Capacidad explicativa de ambas variables. Hasta aquí se ha discutido el efecto de cada variable por separado. Ahora se analiza la capacidad ‘explicativa’ de ambas variables respecto a la variación del logro escolar en Matemática y Lengua, pero cuando actúan conjuntamente. La ubicación geográfica es una variable grupal, es decir, es igual para todos los alumnos de una misma escuela. El grado que el alumno cursa, en cambio, es una variable individual. En principio, entonces, se espera que la primera ‘explique’ parte de la variación ‘inter-escuela’ del logro, mientras que la segunda haga lo propio con

la variación 'intra-escuela'. Ello obviamente, siempre y cuando la variable se asocie significativamente con el logro escolar.

En la parte inferior de las **Tablas II.3a.** y **II.3b.** se presenta la disminución relativa de las variaciones 'inter-escuela' ($-\Delta\text{Escuela}\%$) e 'inter-alumno' ($-\Delta\text{Alumno}\%$) que se produce cuando ambas variables son incorporadas conjuntamente en el modelo 'vacío' de cada disciplina en cada Estado y en el total de la muestra⁴.

En el *conjunto de los Estados*, un poco más del 12% de la variación 'entre-escuela' del logro en Lengua (**Tabla II.3a.**) es explicada por la situación geográfica; en otras palabras, el 87% de las desigualdades entre los rendimientos promedio de las escuelas se debe a factores diferentes a los vinculados con la dicotomía urbano-rural de emplazamiento. Si se atiende a los datos no ponderados (muestra mayor), esta variación 'entre-escuela inexplicada' representa el 17,7% de la variación total del rendimiento, y es en parte y potencialmente atribuible a otro tipo de factores institucionales. Las estimaciones para *Matemática* son del mismo orden de magnitud (**Tabla II.3b.**).

Respecto de la variación 'entre-alumno' (ó 'intra-escuela'), el efecto promedio esperado de la diferencia de grado es en torno del 6% en ambas asignaturas.

A *nivel de Estado*, el efecto de la ubicación geográfica sólo amerita revisarse cuando su estimación ha resultado estadísticamente significativa. Tanto en Lengua como en Matemática, esa condición se cumple sólo en tres Estado. Los comportamientos de Coahuila y de Durango son muy similares en Matemática, pero en Lengua la dicotomía urbano-rural parecería ejercer un efecto superior en Durango. Veracruz sigue un patrón muy diferente puesto que la reducción relativa de la variación 'inter-escuela' es notablemente mayor en ambas materias. En Lengua, la reducción del 42,5% podría no llamar la atención dado la prácticamente inexistente variación 'inter-escuela' - 3,61%. Es decir, en esta materia lo más inesperado es la altísima homogeneidad institucional en los rendimientos promedios de Lengua. Esta conclusión sin embargo, no se sostiene en Matemática. Allí, junto con una la variación 'entre-escuela' alta (=24,17), se constata una reducción extremadamente alta de esa variación al controlar por la ubicación geográfica (36%). La resolución o explicación de esta aparente inconsistencia deberá aguardar al futuro avance y profundización del análisis.

⁴ Se obvia la presentación de las estimaciones de este nuevo modelo porque no se verificaron cambios significativos en las estimaciones de los modelos singulares de cada variable anteriormente comentados.

II.3a. Estimación del efecto de la ubicación geográfica y del grado sobre el logro escolar en Español, por Entidad y para el total.

	BCA *	BCS	COA *	CHI *	DUR *	GUA	HID	MIC *	MOR *	NLE	PUE	SAN *	VET *	TOTAL **	TOTAL ***
Media	279	276	272	264	262	252	278	238	265	297	263	250	268	264	268
Var. entre escuela (%)	14,44	14,54	17,66	42,39	25,00	17,01	8,45	8,66	8,81	19,80	14,06	16,20	3,61	23,9	20,2
<i>Sector Rural</i>	273	---	258	272	245	---	---	238	266	---	---	246	245	251	253
Efecto Urbano	7,71	---	22,21	-13,0	29,6	---	---	2,26	-.85	---	---	29,3	43,7	21,6	22,6
err.std.	11,10	---	8,12	12,63	8,88	---	---	10,70	9,38	---	---	17,34	7,89	3,65	3,15
<i>Tercer Grado</i>	265	264	251	250	254	237	260	227	249	282	251	235	253	249	254
Efecto Cuarto	26,7	24,1	39,2	30,3	17,2	29,7	36,0	24,2	31,1	31,1	25,0	29,8	31,1	28,9	28,2
err. std.	5,08	7,71	3,65	6,38	5,66	2,56	3,71	4,94	3,53	4,18	4,69	4,23	4,86	2,06	1,45
<i>Ubicación geográfica + Grado</i>															
- Δ Escuela (%)	---	---	10,8	---	19,0	---	---	---	---	---	---	---	42,5	12,6	12,4
- Δ Alumno (%)	5,8	3,2	9,8	7,3	2,4	6,6	9,3	4,5	7,3	6,9	5,1	6,5	7,7	6,4	5,9

(*) Estados con áreas urbana y rural; los valores han sido ponderados; (**) Se refiere al conjunto de Estados que tienen ambas áreas Urbana y Rural y donde se ha calculado el ponderador para el total en base a considerar como estratos al área geográfica y al Estado; (***) Se refiere al total de los registros que poseen la especificación de la ubicación geográfica, pero sin ponderación

NOTA: la negrilla indica significo

(prob. = .0027) en el efecto 'urbano'

II.3b. Estimación del efecto de la ubicación geográfica y del grado sobre el logro escolar en Matemática, por Entidad y para el total.

	BCA *	BCS	COA *	CHI *	DUR *	GUA	HID	MIC *	MOR *	NLE	PUE	SAN *	VET *	TOTAL **	TOTAL ***
Media	250	246	242	240	242	232	250	221	241	268	240	231	242	240	243
Var. Entre escuelas (%)	9,61	14,54	19,46	29,19	20,02	12,94	4,05	6,43	7,68	24,80	12,70	22,96	24,17	19,35	19,0
<i>Sector Rural</i>	243	---	232	245	233	---	---	223	242	---	---	227	227	232	232
Efecto Urbano	8,8	---	16,9	-7,9	16,4	---	---	-5,8	-1,1	---	---	25,4	29,5	14,5	15,5
err.std.	6,91	---	6,22	7,41	6,10	---	---	7,09	7,34	---	---	14,20	5,9	2,53	2,36
<i>Tercer Grado</i>	238	233	227	234	230	220	233	211	228	256	228	222	231	229	231
Efecto Cuarto	24,4	26,9	28,1	11,1	24,1	24,0	32,6	21,4	25,9	24,8	23,7	18,9	23,2	21,6	23,5
err. std.	3,27	3,34	1,97	6,69	3,74	1,88	2,83	7,15	3,10	3,19	2,60	8,26	3,12	2,09	1,18
<i>Ubicación geográfica + Grado</i>															
- Δ Escuela (%)	---	---	13,3	---	12,9	---	---	---	---	---	---	---	36,0	9,5	9,3
- Δ Alumno (%)	7,8	7,9	9,8	1,5	8,1	7,9	12,6	6,3	8,0	7,5	7,7	5,2	7,5	6,2	7,0

(*) Estados con áreas urbana y rural; los valores han sido ponderados; (**) Se refiere al conjunto de Estados que tienen ambas áreas Urbana y Rural y donde se ha calculado el ponderador para el total en base a considerar como estratos al área geográfica y al Estado; (***) Se refiere al total de los registros que poseen la especificación de la ubicación geográfica, pero sin ponderación.

NOTA: la negrilla indica significación estadística al 1 por mil, con excepción de COA (prob. = .0086) y DUR (prob. 1%) en el efecto 'Urbano'

11.3. Interacción y aleatorización del 'efecto grado'.

Ahora estamos en condiciones de evaluar (i) la posible interacción entre las distancias 'tercero-cuarto' y 'urbano-rural' del logro (*interacción*), y (ii) la posible variación de la distancia 'tercero-cuarto' entre las escuelas (*aleatorización*).

- (i) Hasta aquí, el análisis se había limitado al *efecto propio* de los dos factores – grado y área geográfica –sobre el logro, sin considerar posibles variaciones de la intensidad del efecto de un factor cuando el otro cambia (*interacción*). Con este objetivo, debemos crear un término multiplicativo entre las dos variables 'dummy' (*cuarto*urbano*) e incluirlo en la parte fija del modelo. De esta forma, podremos averiguar si la distancia de rendimiento entre los alumnos de cuarto y tercer grado, calculada para el total de la muestra, es diferente en cada uno de los sectores geográficos estudiados;
- (ii) Por otro parte, el análisis anterior había supuesto que la intensidad de asociación entre grado y el logro del alumno era similar en todas las escuelas (nivel 2). Ahora se abandona tal supuesto, permitiendo que esa relación varíe de escuela en escuela. También se estima la varianza del promedio de la variable "base" (alumno de tercero) y la co-varianza entre ese promedio y el efecto del grado. Estas son las estimaciones incluidas en la denominada "*aleatorización*".

Datos. El análisis será desarrollado para el total de la muestra y para algunos Estados. Para el total, se toma la base de datos más amplia posible, es decir, el total de registros con especificación del área geográfica de pertenencia (archivo 'C' en Apéndice A). Se especifican modelos con tres niveles: Estado, escuela y alumno. Posteriormente, se analizan los datos de aquellos Estados que tienen muestras grandes y que incluyan ambas áreas geográficas – Coahuila, Durango y Veracruz. En este caso, sólo podemos especificar dos niveles: escuela y alumno.

- Inicialmente, se había realizado la aleatorización de los logros en Matemática y Lengua, es decir, se había permitido que los rendimientos promedios de las escuelas y de los Estados variasen libremente (modelo 'vacío'). Ahora, se trata de aleatorizar el *efecto de un factor* del rendimiento. Si por ejemplo, ese factor es 'el grado al que asiste el alumno' (variable 'muda': *cuarto*), habrá tantas estimaciones de la 'distancia 3º- 4º' que representen ese efecto como escuelas y Estados existan en la muestra, y posiblemente esas distancias se situarán a diferentes niveles de rendimiento promedio y serán de diferentes magnitudes. Aplicado al ejemplo referido y aleatorizando sólo a nivel de escuela (nivel 2), esta idea se formaliza de la siguiente forma:

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + \beta_{1ijk} \text{cuarto}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = \beta_0 + v_{0k} + u_{0jk} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{1ijk} = \beta_1 + u_{1jk}$$

$$\begin{bmatrix} v_{0k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} \sigma_{v0}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0jk} \\ u_{1jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} \sigma_{u0}^2 & \\ & \sigma_{u1}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} \sigma_{e0}^2 \end{bmatrix}$$

, donde (*matematica*)_{ijk} es el nivel de logro del alumno *i* en la escuela *j* del Estado *k*; (*cons*) es una constante igual a 1; β_{0ijk} es el logro promedio estimado (*Parte fija*); e_{0ijk} , μ_{0jk} y v_{0k} son los residuos del nivel 1, 2 y 3, respectivamente, y cantidades aleatorias (*Parte aleatoria*), cuyas varianzas σ_{e0} , $\sigma_{\mu0}$ y σ_{v0} , serán estimadas. Obsérvese que β_{0ijk} incluye el parámetro fijo estimado (β_0) (logro promedio global) y la estimación de su variación aleatoria a nivel de alumno (e_{0ijk}), de escuela (μ_{0jk}) y del Estado (v_{0k}). En la Parte fija, *cuarto*_{ijk}, indica si el alumno *i* en la escuela *j* del Estado *k* es de tercero (=0) o de cuarto (=1), y el coeficiente β_{1j} es la estimación de la distancia promedio de logro entre los alumnos de tercero y de cuarto, pero teniendo en cuenta su *variación a lo largo de las unidades denominadas con la j, es decir, las escuelas* (por eso muestra el subscripto *j*); este coeficiente también será estimado; μ_{1jk} es el residuo del nivel 2 (escuela), cantidad aleatoria (*Parte aleatoria*) cuya varianza $\sigma_{\mu1}$ será estimada. Obsérvese nuevamente aquí, que β_{1j} incluye el parámetro fijo estimado β_1 (distancia promedio de logro entre los alumnos de tercero y de cuarto) y la estimación de su variación aleatoria a nivel de escuela μ_{1jk} .

En resumen, se estiman los dos parámetros que expresan la relación (*matematica*)/(*cuarto*), es decir, la distancia (β_1) y el logro promedio ajustado (β_0) (*Parte Fija*), y simultáneamente, se estima $\sigma_{\mu1}$ o sea, *la variación de esas distancias de las escuelas en torno a la distancia promedio global*; el término μ_{1jk} expresa la cuantificación de la diferencia que existe entre la distancia en la *j*-ésima escuela y la distancia promedio global, cuya varianza ha de ser estimada. Como el rendimiento promedio de la escuela (μ_{0jk}) y la distancia que separa el rendimiento de los alumnos de cuarto y tercero (μ_{1jk}) varían aleatoriamente en el mismo nivel, pueden estar correlacionados entre sí y por tanto, debe estimarse también su covarianza ($\sigma_{01\mu}$)

II.3.1. Resultados con total. En la **Tabla II.4.** se presentan los resultados obtenidos en cada uno de los pasos con los datos totales de la muestra. Como punto de partida, se debe calcular la (des)composición de la varianza en los tres niveles (Modelo ‘vacío’)⁵. Se confirma el perfil

⁵ En la Tabla B-II.1 del Anexo B se presentan los valores absolutos de las estimaciones con sus correspondientes errores estándar.

de la distribución de las desigualdades comentadas anteriormente en relación a los resultados presentados en el Cuadro II.1. En el Modelo A se incorporan los dos factores bajo estudio - grado y ubicación geográfica - a la *Parte fija* del modelo. Se confirma la hipótesis adelantada anteriormente respecto al desvanecimiento de la desigualdad 'inter-Estado' cuando se considera la dicotomía urbano-rural. Las estimaciones de la varianza de este nivel, tanto en Matemática (=1,9) como en Lengua (=1,8) han dejado de ser estadísticamente significativas. En principio, entonces, no sería necesario incluir ninguna nueva variable de nivel estatal para explicar supuestas diferencias entre los Estados (ver Objetivo 8).

Finalmente, el Modelo B presenta los resultados de incluir el *término interactivo* (*urbano*cuarto*) en la Parte Fija y '*aleatorizar*' la distancia de logro entre grados a nivel de escuela (nivel 2). Los términos interactivos resultan significativos, aunque no al nivel deseado del 1 por mil (Matemática: prob.≤5%; Lengua: prob.≤1%). Por su signo y la definición de ambas variables 'muda', esos valores constituyen indicios de que en el área urbana la distancia entre los logros de los alumnos de cuarto y de tercer grado sería mayor que en área rural. Entonces, los datos sugieren una mayor aceleración del aprendizaje en el pasaje de 3° a 4° grado de los alumnos del área urbana con relación a sus pares rurales. Se observa que ese comportamiento es más pronunciado en Lengua que en Matemática. Debe enfatizarse nuevamente que ambas estimaciones no alcanzan niveles de significación próximos al 1 por mil, más esperables con este tamaño muestral. Por lo tanto, no deberían esperarse diferencias urbano-rural muy acentuadas a este respecto.

De las estimaciones en la Parte Aleatoria se pueden extraer varias conclusiones:

- (i) La varianza 'Escuela' (ver Tabla B-II.1 del Anexo B), ahora varianza del rendimiento promedio de los alumnos de tercer grado, continúa siendo significativa; por lo tanto, las escuelas también divergen significativamente respecto del logro promedio de sus alumnos de tercer grado. Además, procesamientos realizados demostraron que la introducción de la variable de estratificación geográfica en la Parte Fija del modelo produce una disminución muy leve - 3% - de esa varianza, o sea, la variación de los rendimientos promedios institucionales de los alumnos de tercero tiene poco que ver con la dicotomía urbano-rural;
- (ii) El término *cuarto/cuarto* resulta nítidamente significativo en ambas asignaturas, indicando que la diferencia de logro entre los alumnos de tercero y cuarto grado varía significativamente entre las escuelas. Existen escuelas donde las diferencias en los niveles de aprendizaje de Matemática y Lengua entre los alumnos de tercero y cuarto grado son más acentuadas que en otras. Además, el procesamiento de los datos mostró que el nivel de variación del 'efecto grado' se mantiene inalterado cuando la variable geográfica es introducida en la Parte Fija del modelo, sugiriendo que la diferencia urbano/rural no tienen ninguna incidencia en la variabilidad de ese efecto;

II.4. Descomposición (%) de la varianza, estimación de interacción entre área geográfica y grado, y 'aleatorización' del efecto del grado. Matemática y Lengua –Total

Indicadores	MATEMATICA			ESPAÑOL		
	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B
Parte Fija						
<i>Promedio</i>	243	222	223	268	240	242
Urbano		13,1***	11,6***		20,0***	16,6***
Cuarto		23,5***	21,2***		28,2***	24,0***
Urbano X Cuarto			3,1*			6,2**
Parte Aleatoria						
<i>Estado</i>	3,6	1,9	1,9	3,7	1,8	1,8
<i>Escuela</i>	16,1	15,5		17,0	16,0	
Promedio/Cuarto			-147,6***			-265,9***
Cuarto/Cuarto			337,4***			476,8***
<i>Alumno</i>	80,3	74,7	71,3	79,3	74,6	71,8
Variación total	100,0	92,1		100,0	92,4	
(n alumnos =)		14219			14128	
(n escuelas =)		402			402	

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.

(iii) Finalmente, el término que indica la covarianza entre el nivel del logro institucional promedio del alumno de tercer grado y el efecto del grado que el alumno cursa resulta significativo y de signo negativo. Dado la definición de la variable 'dummy' relativa al grado, esta covariación negativa implica que la diferencia 'tercero-cuarto' es menor cuanto mayor es el nivel de logro de los alumnos de tercero. Por lo tanto, en las escuelas donde la diferencia tercero/cuarto tiende a ser menor, es más probable que los alumnos de tercero obtengan mejores rendimiento escolar. Aunque ello es válido para ambas asignaturas, en Lengua esa correlación es suavemente superior⁶.

⁶ La correlación entre la distancia '3º y 4º' y el promedio de rendimiento esperado es: -.377 (= -147,6/(453,8*337,4)^{0.5}) en Matemática y -.423 (= -265,9/(827,2*476,8)^{0.5}) en Lengua.

II.3.2. Resultados en los Estados. Los resultados relacionados a la interacción y aleatorización de los efectos de (*cuarto*) en Coahuila, Durango y Veracruz, obtenidos con el mismo procedimiento aplicado a la muestra total, se presentan en la **Tabla II.5.a** para Lengua y **II.5.b.** para Matemática. En la **Tabla B-II.2** del Anexo B se encuentran las estimaciones absolutas de las varianzas en cada nivel de agregación (Escuela y alumno) con los errores estándares correspondientes.

Respecto de la interacción ubicación geográfica*grado, el comportamiento de los Estados es variable. *En Lengua*, Coahuila y Durango exhiben niveles consistentes de interacción geográfico * grado, acompañando al comportamiento del conjunto de los Estados. En Veracruz, por el contrario, los datos sugieren que la distancia esperada de logro entre los alumnos de cuarto y tercer grado es similar en ambas áreas geográficas. *En Matemática*, mientras que en Durango se mantiene un fuerte grado de interacción, en Coahuila, al igual que en Veracruz, no se detecta interacción significativa. Estos últimos resultados no deberían extrañarnos ya que en el conjunto de los Estados, el grado de la interacción en Matemática es muy suave. *En resumen*, la aceleración del aprendizaje de la lengua entre tercero y cuarto grado parece estar más afectada por la dicotomía urbano-rural que la del conocimiento matemático. De cualquier forma, los datos disponibles permiten inferir provisoriamente, que debe esperarse cierta variabilidad estatal en la intensidad de la interacción estudiada.

La aleatorización del 'efecto grado' resulta más consistente. En los tres Estados, la distancia del logro entre los alumnos de cuarto y tercer grado varía significativamente entre las escuelas, aunque también debe alertarse para el hecho de que la intensidad de esa variación a su vez varía entre los Estados. Así por ejemplo, en Coahuila las escuelas parecen ser más homogéneas a este respecto (ambas estimaciones *de cuarto/cuarto* sólo resultan significativas al 5%) que las escuelas de Durango, significativas al 1 por mil. *En resumen*, en todos los Estados y en ambas disciplinas es razonable esperar variaciones institucionales significativas del efecto del grado cursado por el alumno, pero la intensidad de esa variación puede ser suavemente diferente entre los Estados.

Finalmente, *la co-variación* entre el efecto grado y el nivel de rendimiento promedio institucional tampoco mantiene un patrón definido de comportamiento, al igual que el término interactivo anteriormente comentado. En Coahuila, el término '*promedio/cuarto*' no es significativo en ninguna de las dos materias; en Durango sucede exactamente lo contrario y en Veracruz, sólo lo es en Lengua. Por lo tanto, la predicción ajustada de altos (o bajos) rendimientos de los alumnos de tercero a partir de la ampliación (o disminución) de la distancia de rendimiento entre alumnos de cuarto y tercero, varía entre los Estados y depende de la materia bajo estudio.

(INSERTAR TABLAS II.5. a y b.)

II.5a. Descomposición (%) de la varianza, estimación de interacción área geográfica
Lengua -Coahuila, Durango y Veracruz.

INDICADORES	COAHUILA			DURANGO			VERACRUZ		
	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B
<i>Promedio</i>	272	237	244	262	236	242	267	230	230
Urbano		22,7***	14,7***		30,4***	20,6***		43,4***	43,6***
Cuarto		39,2***	26,2***		17,3***	7,5***		31,1***	31,5***
Ubica*Grado			15,1***			16,4***			-0.36
<i>Escuela</i>	17,7	15,8	---	25,0	20,3	---	3,6	2,1	
Prom/Cuarto			-115,3			-812,1***			-500,2***
Cuarto/Cuarto			158,3*			1174,5**			819,5***
<i>Alumno</i>	82,3	74,3	73,3	75,0	73,2	66,0	96,4	89,0	82,9
Variación total	100,0	90,1	----	100,0	93,5		100,0	91,1	---
(n alumnos =)		1917			1660			1513	
(n escuelas =)		50			49			49	

(*) Prob. ≤ 0,05; (**) Prob. ≤ 0,01; (***) Prob. ≤ 0,001

II.5b. Descomposición (%) de la varianza, estimación de interacción área geográfica y grado, y 'aleatorización' del efecto del grado. Matemática -Coahuila, Durango y Veracruz.

INDICADORES	COAHUILA			DURANGO			VERACRUZ		
	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B
<i>Promedio</i>	242	218	218	242	220	224	242	215	213
Urbano		16,7***	17,1***		17,7***	11,7***		29,3***	34,6***
Cuarto		27,3***	29,0***		24,1***	17,4***		23,1***	28,9***
Ubica*Grado			-2,0						-10,7
<i>Escuela</i>									
Prom/Cuarto	19,4	16,9	---	20,0	17,4	---	24,2	15,5	---
Cuarto/Cuarto			-100,0			-393,4***			-84,1
			172,9*			476,4***			255,3*
<i>Alumno</i>									
Variación total	80,6	72,9	71,0	80,0	73,5	68,0	78,2	70,1	67,2
(n alumnos =)	100,0	89,8	---	100,0	90,0	68,0	100,0	85,6	---
(n escuelas =)		1917			1660			1496	
		50			49			49	

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001

LA FAMILIA Y EL CONTEXTO DE LA ESCUELA

Corresponde ahora evaluar el efecto que tienen las características demográficas, socioeconómicas y culturales referidas (i) al alumno individual y a su familia (factores extra-escolares individuales) y (ii) al contexto de la escuela (factores extra-escolares contextuales), sobre el logro escolar. Es decir, se trata de identificar los factores individuales y contextuales que afectan el rendimiento académico y sobre los cuales la escuela tiene poco o ningún control, tarea propuesta inicialmente en los objetivos 5 y 6 del estudio.

Datos. Para realizar este cometido, se utiliza un archivo conformado por la unión de las pruebas - Matemática y Español - y los datos provenientes del cuestionario de padres. En el Capítulo V se incorporarán también las variables del cuestionario del alumno. El criterio de maximizar el uso de las informaciones disponibles aconseja esta secuencia de análisis, según fuera argumentado en el Capítulo 1 (ver también Apéndice A). En los modelos del presente capítulo se incorporan también todas las mediciones referidas a ‘recursos educativos institucionales’, provenientes de los cuestionarios del director y del docente. Las bases así construidas están conformadas por 13.928 registros en Matemática y 13.827 registros en Español. En el punto II.1 del Apéndice A se encuentran mayores detalles sobre los criterios adoptados en la conformación de estas bases de datos y la evaluación de su cobertura.

Variables. Además de las dos variables investigadas anteriormente (ubicación geográfica y grado escolar), se analizan cuatro conjuntos de variables individuales o familiares del alumno extraídas del cuestionario de padre, a saber: (i) antecedentes educativos y origen sociocultural del alumno; (ii) informaciones o percepciones familiares sobre el comportamiento escolar del alumno; (iii) involucramiento educativo familiar y (iv) percepción familiar de la escuela a la que asiste el alumno. A continuación, todas esas variables son agregadas – promedios o proporciones - a nivel de escuela y de esta forma, se transforman en mediciones de ‘composición’ ó ‘contexto’ institucional. Además y como parte de este contexto, se incorpora un conjunto amplio de indicadores de tamaño y de disponibilidad de recursos del establecimiento, provenientes de los cuestionario del director y de los docentes.

La definición operacional detallada de cada una de las variables se encuentra en el Anexo A. Sin embargo, parece conveniente proporcionar aquí informaciones adicionales sobre algunas de ellas:

- (i) *Ubicación geográfica.* En el capítulo anterior fue analizada la dicotomía urbano/rural. Por otro lado, la Ficha de Empadronamiento de la Escuela (Pregunta 2) solicitó que se clasificase la ciudad o localidad donde estaba emplazada la escuela, ofreciendo para ello una escala de tamaño poblacional de 5 puntos (de menos de 500 a más de un millón de habitantes). Procesamientos realizados mostraron que la fuerza de la correlación entre esta medición de urbanización y el logro era superior al conseguido con la simple dicotomía urbano/rural; por lo tanto, se decidió su substitución en el análisis subsiguiente;

- (ii) *Educación de los padres.* Se probaron dos mediciones diferentes relativas al nivel educativo familiar, a saber: la suma del nivel educativo y el más alto nivel educativo de los padres. Los procesamientos realizados demostraron que la primera medición era más eficaz para predecir el logro escolar del alumno;
- (iii) *Educación secundaria.* El estudio del LLECE incluyó una variable ‘dummy’ que establecía si algún padre había alcanzado el nivel secundario o más, lo cual permite evaluar la existencia de efecto no-lineal entre educación de los padres y logro del alumno. Con este mismo objetivo, se ha incluido la variable *secundaria*;
- (iv) *Educación pre-escolar.* El ítem en el cuestionario permitió construir dos mediciones: si había asistido o no al preescolar y los años que había asistido. Los procesamientos indicaron que esta última forma era más eficaz;
- (v) *Permanencia en el hogar.* Fueron construidas dos mediciones: las horas de permanencia durante los días laborales y si pasa o no mediodía en el hogar, resultando ésta última la más asociada con el rendimiento del alumno.

El resto de las variables no requiere comentarios adicionales ya que las definiciones presentadas en el *Anexo A* son auto-explicativas.

Estrategia de análisis. De acuerdo a los objetivos propuestos en este capítulo, la secuencia de análisis es la siguiente:

1º. *Modelo “vacío” y efecto de cada variable individual.* Dado que se trata de una nueva base de datos, es necesario recalcular el modelo de descomposición de la varianza, el cual servirá como referencia para evaluar el efecto que tiene cada una de las variables individuales y familiares del alumno sobre su logro académico. Se incluyen también la ubicación geográfica y el grado que cursa el alumno, ya analizadas en el capítulo anterior.

* *Nota técnica 3: Determinación del efecto de las variables intervalares.* Al efecto del análisis, la mayoría de las variables incluidas en este estudio se asumen como intervalares. El objetivo consiste en determinar la proporción de la varianza del rendimiento (variable criterio) en cada nivel de agregación (Entidad, escuela y alumno) que es "explicada" por cada factor. Si, para fines de ejemplificación, se toman el logro en *matemática* (variable criterio) y la *educación* de los padre (factor), la operación para lograr el objetivo consiste en controlar (*educación*) y analizar los efectos sobre (*matemática*) en los tres niveles (Entidad, escuela y alumno). Para ello, se introduce (*educación*) en la parte fija del modelo "vacío" (ver Nota técnica 1, Capítulo II) y se estiman nuevamente los parámetros. La operación se expresa así:

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + \beta_1 \text{educacion}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = \beta_0 + v_{0k} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [\sigma_{v_0}^2]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [\sigma_{u_0}^2]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [\sigma_{e_0}^2]$$

, donde (*matematica*)_{ijk} es el rendimiento del alumno *i* en la escuela *j* de la Entidad *k*; (*cons*) es una constante igual a 1; β_{0ij} es el rendimiento promedio estimado (*Parte fija*); e_{0ijk} , μ_{0jk} y v_{0k} son los residuos del nivel 1, 2 y 3, respectivamente, y cantidades **aleatorias** (*Parte aleatoria*), cuyas varianzas σ_e , σ_u y σ_v , serán estimadas. El componente adicionado a la parte fija, *educacion*_{ijk}, indica el nivel educativo de los padres del alumno *i* en la escuela *j* de la jurisdicción *k* y β_1 es la pendiente de la línea promedio que representa la relación entre (*matemática*) y (*educacion*), parámetro que también será estimado. Obsérvese que β_{0ij} incluye el parámetro fijo estimado (β_0) (rendimiento promedio) y la estimación de su variación aleatoria a nivel de alumno (e_{0ijk}), de escuela (μ_{0jk}) y de la Entidad (v_{0k})

En la **parte fija** de este modelo se estiman los parámetros que definen una línea promedio para *todos* los alumnos de *todas* las escuelas de *todas* las Entidades. Se supone que la intensidad de la asociación entre (*educacion*) y (*matematica*) es constante para todas las escuelas del sistema. Ello es así porque en la **parte fija** del modelo se estiman: (i) el valor promedio de (*matematica*), ajustado por (*educacion*); ese valor está indicado por el punto donde la línea que representa la relación entre ambas variables corta a la ordenada (*matematica*), y (ii) el valor promedio de la fuerza de la relación entre (*matematica*) y (*educacion*), es decir, la pendiente de la línea que representa la relación entre ambas variables.

- 2º. Efecto conjunto de los antecedentes académicos y socioculturales familiares del alumno;
- 3º. Efecto conjunto de todas las variables individuales y familiares del alumno;
- 4º. Al modelo anterior se adicionan todas las variables contextuales generadas por la agregación (a nivel de escuela) de todas las variables individuales que resultaron significativas;
- 5º. Incorporación de todas las variables de recursos institucionales.

Esta secuencia permitirá conocer el peso relativo de los subconjuntos de indicadores de significados diferentes, a saber: los antecedentes educativos y socioculturales de los alumnos considerados individualmente, el comportamiento y las percepciones y actitudes de la familia del alumno y la ‘composición’ del alumnado en la escuela (contexto institucional). Es importante destacar también que esta estrategia de análisis conlleva la posibilidad de distinguir el efecto de la composición de la escuela (*factor extra-escolar*) del que tienen otras dimensiones de la institución escolar (clima, cultura y organización institucional, práctica pedagógica, etc.), modificables políticamente (*factores escolares*). Estas últimas serán analizadas en el próximo capítulo, pero con base en el “control estadístico” de todas las variables que resulten significativas en el presente capítulo. Por lo tanto, será posible evaluar si

los aspectos políticos institucionales aportan realmente a la explicación de las desigualdades en el rendimiento de los alumnos, una vez controlados todos los factores extra-escolares individuales y contextuales.

Resultados.

1. *Modelo "vacío" y el efecto inicial de los indicadores individuales.* En la parte superior del **Cuadro III.1** se presenta la descomposición porcentual de la varianza entre los tres niveles de agregación. Puede observarse que no existen diferencias importantes respecto de las estimaciones obtenidas anteriormente (Capítulo II, **Cuadro II.1**) y por lo tanto, los comentarios realizados en esa oportunidad continúan válidos.

III.1- Modelo 'vacío' y efecto de las características y comportamientos del alumno y su familia – Matemática y Español

Modelo 'vacío' e indicadores	MATEMÁTICA		LENGUA	
Modelo 'vacío'				
Entidad	3,9	***	4,6	***
Escuela	16,0	***	16,0	***
Alumno	80,1	***	79,4	***
<i>Total</i>	<i>100,0</i>		<i>100,0</i>	
Indicador				
urbaniza	5,45	***	8,15	***
cuarto	23,56	***	28,08	***
repitencia	-10,59	***	-14,16	***
an_presc	1,70	***	2,73	***
educacion	1,81	***	2,49	***
secundaria	12,77	***	16,45	***
libros	5,01	***	8,07	***
mediodia	2,35	***	4,03	***
debe_rec	-3,96	***	-5,10	***
gust_est	5,52	***	7,37	***
usa_lib	6,04	***	7,91	***
inv_pad	2,20	***	3,44	***
lect_pad	1,56	***	2,66	***
conv_pad	-4,49	***	-8,96	***
recur_esc	3,193	***	3,59	***
prob_esc	-0,90	***	-1,15	***
maest_fam	2,675	***	3,57	***
mae_falta	0,951	ns	1,43	ns
tarea_frec	-0,499	ns	1,64	ns
tarea_int	0,055	ns	0,900	ns

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.; ns: no significativo

Casi todas las variables se comportan de acuerdo a lo esperado, es decir, se asocian fuertemente (Prob. ≤ 1 por mil) con el logro, tanto en Matemática como en Español. En principio entonces, a mayor urbanización, educación de los padres y libros en la casa, se deben esperar mayores niveles de logro, es decir, el nivel sociocultural de la familia incide nítidamente sobre el logro escolar. Por otro lado, los alumnos que menos han asistido al pre-escolar y que más han repetido de grado conseguirán menores rendimientos. Las mediciones que recogen las percepciones y evaluaciones familiares relativas al comportamiento escolar del alumno se muestran consistentes en su relación con el logro: cuando, según la familia, al niño le gusta estudiar y no tiene dificultades para hacerlo, usa libros y no hay que recordarle hacer las tareas, sus logros son más altos. La misma consistencia muestran los indicadores de la relación educativa intra-familiar, es decir, si los padres reforzaron las prácticas de lectura en la primera infancia, si participan en las actividades escolares y si mantienen un ‘patrón de comunicación’ educativa no represiva con el alumno, son esperables mejores logros académicos. Finalmente, serán mayores los logros cuanto, de acuerdo a la percepción familiar, más alta sea la calidad docente del maestro, mejor sea el clima (disciplina) que predomina en la escuela y más adecuado sean los recursos institucionales disponibles. La evaluación de la frecuencia y calidad de las tareas asignadas al alumno no registró asociación con el rendimiento. Tampoco lo hizo la opinión sobre ‘faltas a clase del maestro’.

2. *Antecedentes educativos y socioculturales del alumno (Modelo A)*. Todos los indicadores relativos a estos dos aspectos son incluidos simultáneamente en el modelo “vacío”. Por ello, las estimaciones presentadas en el **Cuadro III.2**, Modelo A¹, indican el efecto propio de cada variable, una vez controlado el de las otras. Todos los indicadores se mantuvieron significativos, a excepción del tiempo de permanencia de los padres en el hogar (*mediodía*), aconsejando su exclusión del análisis. El indicador ‘años de asistencia a la preescola’ parece perder su fuerza inicial. Ello se debe a su colinealidad con los otros indicadores socioculturales, es decir, los niños socialmente más aventajados son los que al mismo tiempo, tienen mayor probabilidad de tener experiencias pre-escolares más extensas. Finalmente, la significación del término *secundaria* en Matemática sugeriría que la relación entre educación de los padres y logro no es lineal, es decir, los alumnos de padres con educación superior a la secundaria (aproximadamente) tendrían una ventaja adicional en el incremento del nivel de logro. Esta conclusión no es válida, sin embargo, cuando se trata de Español.

En *Matemática*, si se compara la variación total residual de este modelo con la variación total del modelo “vacío”, se podrá inferir que el conjunto de las variables incluidas ha ‘explicado’ el 14% de la variación total del rendimiento. La variación ‘inter-alumno’ inicial – 80,1% -ha descendido a 73,1%, es decir, el 8,7%. Por otro lado, la variación ‘inter-Entidad’ ha dejado de ser significativa y la ‘inter-escuela’ no-explicada inicial – 16% - ha descendido a 12,4%, o sea, el 22,5%. En *Español* se observa que los factores considerados producen una caída más pronunciada de la variación ‘inter-escuela’ (de 16 a 11%), comportamiento diferencial constantemente reiterado por la investigación sobre este tema. Estas caídas se deben en parte, a la variable urbanización, confirmándose la conclusión expuesta en el capítulo

¹ En el Anexo B, Cuadro III.2, se encuentran los errores estándar de las estimaciones y la varianza estimada para cada nivel de agregación

anterior a este respecto. Pero también han incidido las variables individuales consideradas en el modelo. Una variable individual (alumno) afecta la variación en un nivel superior de agregación (escuela) cuando la composición de los grupos de este nivel respecto de la variable individual no es similar en todos ellos. En este caso, entonces, el comportamiento verificado refleja un cierto grado de segmentación social del sistema educativo público.

III. 2 - Modelos multinivel – Efecto de las variables individuales del alumno y su familia
Matemática y Lengua

Indicadores	MATEMATICA		ESPAÑOL	
	Modelo A	Modelo B	Modelo A	Modelo B
urbaniza	4,21 ***	3,98 ***	6,25 ***	5,91 ***
cuarto	23,56 ***	23,3 ***	28,04 ***	27,91 ***
repitencia	-9,03 ***	-7,09 ***	-11,92 ***	-9,08 ***
An_presc	0,757 *	0,528 ns	1,42 *	1,07 *
educacion	0,878 ***	0,80 ***	1,37 ***	1,62 ***
secundaria	4,861 **	4,41 ***	3,92 ns	
libros	2,25 ***	0,586 ns	4,49 ***	2,77 ***
mediodia	-0,34 ns		0,21 ns	
debe_rec		-2,18 ***		-2,66 ***
gust_est		4,25 ***		5,57 ***
usa_lib		1,88 ***		1,12 ns
inv_pad		0,777 ns		1,20 *
lect_pad		0,370 ns		0,87 *
conv_pad		-1,43 ns		-4,76 ***
recur_esc		1,18 ***		0,705 ns
prob_esc		-0,26 ns		-0,377 *
maes_fam		1,16 *		1,42 *
mae_falta		0,16 ns		-0,205 ns
tarea_frec		-0,80 ns		1,20 ns
tarea_int		-1.16 ns		-0,612 ns
<i>NIVELES</i>				
Entidad (%)	0,6	0,7	0,9	0,8
Escuela (%)	12,4 ***	12,0 ***	11,0 ***	10,4 ***
Alumno (%)	73,1 ***	71,7 ***	73,3 ***	71,9 ***
Total (%)	86,1	84,4	85,2	83,1
Test	144938,6	144675,1	151358,8	151077,9

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.; ns: no significativo

3. *Percepciones y comportamientos familiares (Modelo B)*. El Modelo B en el **Cuadro III.2** resulta de incluir en el Modelo A, todas las mediciones familiares restantes. Tal cual debía esperarse, varios indicadores pierden significación estadística, con algunas diferencias entre ambas materias evaluadas.

En Matemática, la asistencia a preescolar, los libros en el hogar y todas las variables de involucramiento familiar han perdido significación. *En Español* en cambio, todas ellas mantienen un efecto propio, aunque a veces más atenuado. Nuevamente, se constata un comportamiento confirmatorio de la hipótesis que adjudica a la escuela mayor responsabilidad en el aprendizaje de la matemática, mientras que, por otro lado, el efecto de la familia sobre el aprendizaje de la lengua parece prolongarse más profundamente a lo largo de la experiencia escolar. Indicadores de *capital cultural*, adquirido con la experiencia pre-escolar (*an_presc*) o reflejado en la situación familiar actual (*libros*), son mejores predictores de las habilidades lingüísticas que del saber matemático. De la misma forma, los indicadores de involucramiento o prácticas educativas familiares son relevantes para el logro en Español pero no para el de Matemática. Por el contrario, y consistente con esa interpretación, las variables referidas a (las percepciones familiares de) la escuela se ajustan más estrechamente al logro en Matemática que al de Español².

Finalmente, las descripciones familiares del alumno respecto de algunos comportamientos escolares se ajustaron estrechamente al logro en ambas materias. Es posible que, más allá de las determinaciones socioeconómicas ‘objetivas’, las percepciones, creencias o actitudes de los actores familiares respecto del alumno afecten significativamente sus resultados escolares.

De todas las alteraciones que ha provocado la inclusión de todos estos nuevos indicadores en el Modelo A, la disminución del efecto de (*repitencia*) es, sin duda, la más notable (disminuye de -9,03 a -7,09). Entonces, parece razonable adherirse provisoriamente a la siguiente hipótesis interpretativa: el efecto negativo de la repitencia pasada sobre el logro actual se encuentra en parte, mediatizada, reforzada, por las creencias, percepciones y expectativas de la propia familia. Pero, al mismo tiempo, deberá aceptarse que otra parte no menos importante, se debe a diferencias reales en las capacidades personales del alumno, expresadas por los episodios de repitencia escolar.

Finalmente, el efecto conjunto de las variables consideradas ocasiona una disminución de dos puntos porcentuales en la variación ‘inter-escuela’ e ‘inter-alumno’. Además de esta contribución, la inclusión de estas variables ayuda a entender mejor la matriz de interrelaciones de los factores familiares y su incidencia sobre el logro.

4. *Las familias de las escuelas: la ‘composición’ institucional (Modelo C)*. En este paso se procede a incorporar todas las variables contextuales construidas por agregación (promedio en la escuela) de las variables del cuestionario de padre analizadas hasta aquí, y a recalcular todas

² Se detectó colinealidad entre (*recur_esc*) y (*prob_esc*) lo cual explica que cuando actúan conjuntamente, alguna o ambas pierdan significación. En el paso siguiente se seleccionó aquella que fuese la más eficaz, resultando la primera para Matemática y la segunda para Español.

las estimaciones. Previamente, fueron extraídos los indicadores que resultaran no significativos en el modelo anterior. Las nuevas estimaciones se presentan en el Modelo C del **Cuadro III.3.**

- (a) El principal indicador de la composición sociocultural de la escuela – promedio del nivel educativo familiar – es altamente significativo para ambas asignaturas. Es importante notar que el efecto de su equivalente individual (*educación*) experimenta sólo un breve descenso y por tanto, continúa siendo también altamente significativo. Entonces, el efecto del contexto sociocultural se adiciona al del estatus propio de la familia del alumno individual;
- (b) Mientras que en Matemática aquél es el único indicador contextual significativo, en Lengua, el indicador del ‘patrón de comunicación intrafamiliar con el alumno’ (*conypad_e*) tiene también un efecto específico. En principio, entonces, ambientes escolares conformados por alumnos que provienen de hogares con relaciones educativas no autoritarias propiciarían mejores condiciones de aprendizaje de la lengua;
- (c) Se detectó colinealidad entre (*maefam_e*) y (*probesc_e*), lo cual torna aparentemente no significativa a ambas. Si se selecciona una de ellas – la de mayor eficacia – se constata que esta dimensión del contexto institucional – la imagen que las familias tienen sobre la escuela a la que asisten sus hijos – sí tiene un efecto adicional sobre el logro escolar;
- (d) La inclusión de estos indicadores contextuales ha producido pocas alteraciones en las estimaciones logradas en el Modelo B. La más evidente e importante de ellas es la caída abrupta del efecto de la urbanización, a punto de perder su significación estadística. Entonces, las desigualdades del rendimiento escolar asociadas al nivel de urbanización del entorno físico inmediato del establecimiento escolar se deben leer, en realidad, como el efecto de la composición socioeconómica y cultural de la escuela;
- (e) Finalmente, es interesante observar que mientras el efecto de los antecedentes de repitencia individual del alumno no se altera, la “composición de repitencia” de la escuela no afecta los niveles de logros de sus alumnos, tanto en matemática como en español.

Tal cual era esperado, la inclusión de este conjunto de variables contextuales produce una disminución significativa en la variación ‘inter-escuela’ no explicada. En Matemática, el nuevo modelo explicar el 15% del residuo del nivel ‘escuela’ que había quedado inexplicado en el modelo anterior, o sea, lo disminuye en 1,8 puntos porcentuales. En Lengua, el impacto es bastante mayor – 28% y 3 puntos porcentuales, respectivamente.

5. *Los recursos escolares (Modelo D).* En base a los cuestionarios de director y de maestro se construyeron indicadores relativos a diferentes tipos de insumos, considerados también aspectos del contexto³, tales como: (i) el tamaño del establecimiento (cantidad de maestros y de alumnos matriculados); (ii) la disponibilidad de recursos educativos (materiales didácticos en la escuela y en el aula, libros en general y textos gratuitos); (iii) la disponibilidad edilicia (infraestructura de la escuela, del aula y del sector administrativa, relación superficie/alumno) y (iv) las características del personal docente (relación alumno/docente; antigüedad promedio como maestro en general y como maestro en la escuela, cantidad promedio de cursos realizados en servicio). Ver la definición operacional de cada indicador en el Anexo A.

³ Se consideran contextuales porque estos insumos le son dados a la escuela, sin grandes posibilidades de ser modificados sustancialmente a través de políticas institucionales.

III.3 - Modelos multinivel – Efecto de las variables individuales del alumno y su familia, y de los recursos institucionales – Matemática y Lengua

Indicador	MATEMATICA				ESPAÑOL			
	.Modelo C		Modelo D		Modelo C		Modelo D	
urbaniza	1,41	ns	1,31	ns	1,84	ns	1,11	ns
cuarto	23,27	***	23,27	***	27,96	***	27,95	***
repitencia	-7,11	***	-7,03		-8,73	***	-8,60	***
An_presc					0,82	*	0,95	*
educacion	0,73	***	0,73	***	1,24	***	1,22	***
secundaria	3,95	**	3,95	**				
libros					2,76	***	2,91	***
debe_rec	-2,22	***	-2,21	***	-2,67	***	-2,63	***
gust_est	4,34	***	4,36	***	5,56	***	5,56	***
usa_lib	2,34	***	2,34	***				
inv_pad					1,35	*	1,29	*
lect_pad					0,95	*	0,94	*
conv_pad					-4,41	***	-4,39	***
prob_esc					-0,39	*	-0,43	*
recur_esc	1,51	***	1,44	***				
maest_fam	1,05	**	1,24	*	1,25	ns		
repite_e	3,25	ns			6,29	ns		
educa_e	4,05	***	3,44	***	4,35	***	4,69	***
libros_e					6,42	ns		
anpresc_e					2,79	ns		
deberes_e	-0,13	ns			1,38	ns		
gustest_e	0,914	ns			-0,11	ns		
usalib_e	0,39	ns						
invpad_e					-2,19	ns		
lectpad_e					0,58	ns		
convpad_e					-19,03	***	-20,16	***
probesc_e					-1,56	¿?		
recurso_e	-1,91	ns						
maefam_e	6,41	ns			7,112	¿?	9,65	***
matdid_dir			1,61	***				
recur_adm							1,72	*
Entidad (%)	0,2	ns	0,2	ns	0,2	ns	0,3	ns
Escuela (%)	10,2	***	10,0	***	7,5	***	7,4	***
Alumno (%)	71,8	***	71,8	***	71,9	***	71,9	***
Total (%)	82,3		82,0		79,5		79,6	
Test	444630		144624		150960		150963	

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.; ns: no significativo

Todas estas variables fueron evaluadas, una por vez, con el Modelo C anteriormente analizado. Sólo tres resultaron significativas: los recursos didácticos en la escuela y en el aula y los recursos e infraestructura administrativa. Dado la existencia de colinealidad entre ellas, se escogió la más fuertemente asociada con el logro del alumno. Respecto de Matemática, 'recursos didácticos en la escuela según lo informado por el director' (*matdid_dir*) cumplió esa condición; en Lengua en cambio, la elección recayó en 'recursos de sector administrativo' (*recu_adm*)⁴. El Modelo D (**Cuadro III.3**) expone las estimaciones recalculadas después de incluir ambos indicadores y de extraer los que resultaran no significativos en el modelo anterior. De esta forma, el modelo es la expresión más parsimoniosa del efecto de los factores individuales, familiares y contextuales sobre los logros en Matemática y en Español.

Por la significación estadística de la estimación, los recursos escolares parecen tener mayor incidencia sobre el logro en Matemática que sobre el de Español. A esta diferencia le acompaña otra, posiblemente relacionada: la estimación de (*educap_e*) en Matemática experimenta una reducción importante, al contrario de lo observado en Español. Estos comportamientos parecen sugerir que el efecto de la composición social de la escuela sobre el rendimiento en Matemática se ejerce en parte, a través de la dotación de recursos institucionales, mediación inexistente en el aprendizaje de la lengua. Esta interpretación es consistente con la hipótesis de la mayor influencia de la escuela en el aprendizaje de Matemática, formulada anteriormente. *En resumen*, la inclusión de los recursos institucionales en este modelo devela la forma en que opera la determinación social del aprendizaje escolar, más que aumentar la capacidad predictiva ya alcanzada. De hecho, la variación 'inter-escuela' en ambas asignatura no experimenta prácticamente ninguna disminución.

El efecto del conjunto de las variables consideradas en el Modelo D ha 'explicado' poco más del 20% de la variación total del rendimiento, explicación que se distribuye desigualmente entre los diferentes niveles de agregación. La desigualdad 'inter-Entidad' ha dejado de ser significativa, es decir, ha sido totalmente explicada y por lo tanto, cualquier investigación de nuevas variables respecto a esta desigualdad no revestiría mayor interés. La desigualdad no explicada entre escuelas también ha sufrido una disminución importante –más del 50% -, pero aquí sí continúa válida la tarea de investigar otros tipos de factores vinculados al residuo no-explicado - alrededor del 7,5% de la variación total del rendimiento. Finalmente, estos modelos han explicado apenas el 10% de las desigualdades de rendimiento entre los alumnos dentro de las escuelas. En el próximo apartado se tratará de aumentar la capacidad predictiva sobre los logros en Matemática y Lengua disminuyendo estos residuos.

⁴ Es importante percibir que esto no significa que sean los recursos administrativos los que ocasionan mayores rendimientos, sino que este indicador representa sintética y apropiadamente al conjunto de las mediciones de recursos institucionales.

CULTURA INSTITUCIONAL Y PRÁCTICA EN EL AULA

Los cuestionarios del Director y del docente incluyeron preguntas acerca de las características de los actores implicados y del funcionamiento de la escuela, así como también sobre algunas dimensiones de la práctica en el aula. Todos estos aspectos, al contrario de los analizados en el capítulo anterior, podrían ser alterados por los actores implicados. El objetivo del presente capítulo¹ es identificar cuáles de todas las variables relevadas por ambos cuestionarios demuestran asociación importante con el logro de los alumnos y por tanto, inferir consecuencias para las políticas de transformación institucional. En términos más técnicos, se trata de saber si algunas de las mediciones disponibles ayudan a disminuir la varianza no-explicada (residuo) en el modelo final del capítulo anterior (*Modelo D*).

Datos. Para desarrollar este análisis se adicionan las informaciones provenientes de los cuestionarios del director y del maestro a la base de datos utilizada en el capítulo anterior. Por lo tanto, las estimaciones permanecen totalmente comparables.

Variables. Las mediciones analizadas en este apartado se reorganizan en dos bloques: (i) dimensiones o aspectos de la organización, cultura y ‘clima’ institucional (escuela) y (ii) práctica y clima en el aula. Más específicamente, a *nivel de escuela* se investigan (las percepciones de ambos actores respecto de) la participación de los padres, el grado de autonomía en las decisiones, el ‘liderazgo’ del director y las condiciones laborales, además de las actitudes frente a los problemas de aprendizaje (atribución de causas) y expectativas educacionales en relación a los alumnos. A *nivel del aula*, se incluyen indicadores de algunas prácticas relevantes (extensión del tiempo de enseñanza, uso de pruebas objetivas para evaluar, retroalimentación, agrupamiento de alumnos), de percepción del ‘clima’ (disciplina y ambiente educativo) y de composición (multigrado o simple). La definición detallada de cada variable se encuentra en el *Anexo A*. Las variables provenientes del cuestionario del maestro consisten en el promedio de todos los maestros encuestados en la escuela. Tal cual se viene haciendo, todas las variables han sido centradas en su media.

Estrategia de análisis. De acuerdo al objetivo propuesto, se proponen dos pasos en el análisis:

1°. *Modelo “vacío” y efecto de cada variable individual.* Dado que se trata de la misma base de datos que la utilizada en el capítulo anterior, se usa el modelo de descomposición de la varianza ya calculado (Cuadro III.1, Capítulo III), el cual sirve como referencia para evaluar el efecto que tiene cada una de las variables institucionales sobre el logro en ambas asignaturas;

2°. *Modelo institucional singular con ‘control’ de los factores extra-escolares en Modelo D.*

¹ Corresponde al objetivo n° 7 formulado en el Capítulo 1.

Cada medición institucional se evalúa con el modelo final del capítulo anterior, es decir, el modelo que contiene las variables individuales, familiares y contextuales, considerados factores extra-escolares;

3º. *Modelo institucional final.* Se permite que todas las variables con significación estadística en el paso anterior, actúen conjuntamente.

Esta secuencia permite determinar cuál es la contribución de los factores institucionales una vez que se ha considerado el efecto de la ‘composición institucional’, referida a aspectos extra-escolares. De no hacerlo así, podría sobre-estimarse la importancia de los llamados *factores escolares*².

Resultados.

1. *Efecto inicial (“no-controlado”) de cada indicador institucional.* Se trata de conocer en qué medida cada indicador construido se asocia con el logro escolar, sin considerar el probable efecto de los otros factores. Para ello, cada variable se introduce en el modelo “vacío” y se evalúan los cambios producidos. Las estimaciones del efecto sobre el logro de aquellas que resultaron significativas³ se presentan bajo el título ‘Con Modelo vacío’ en el **Cuadro IV.1**.

En principio, las aulas multigrado tienen más bajos rendimientos que las simples; cuanto más altas son las expectativas educacionales que maestros y director tienen sobre sus alumnos, más altos serán sus rendimientos; la intensidad con que los maestros adjudican el logro a las características de la familia del alumno, se asocia con el logro efectivamente conseguido; la participación educativa de los padres (percibida tanto por los maestros como por el director) propicia más altos rendimientos y cuanto mayor es el sentimiento de “autonomía de decisión” sentida por el director, más altos serán los rendimientos. Estas asociaciones son fuertes en ambas áreas curriculares.

El sentimiento que el maestro tiene sobre el “control” del ambiente educativo y la disciplina en el aula se asocia fuertemente con el logro en Matemática, aunque no parece ser tan relevante para el aprendizaje de la lengua. En cambio, la ‘atribución del logro a características del alumno’ se relaciona fuertemente sólo con Español. Finalmente, existe un indicio muy débil de relación entre la “satisfacción salarial” del maestro con el rendimiento de sus alumnos. El resto de las mediciones no muestran inicialmente, ninguna relación con los rendimientos escolares estudiados.

² En el estudio del LLECE, el ‘status socioeconómico de la escuela’ es incluido simultáneamente con los factores escolares (ver Tabla 5, LLECE, 2001), razón por la cual no es posible saber la relevancia específica de los factores escolares. Ver Capítulo VI del presente informe.

³ En este caso, para determinar el nivel de significación estadística se usa el test de la razón de máxima verosimilitud con g.l. igual 1. Los resultados del test para *todas las variables* analizadas se encuentran en la **Tabla B-IV.1** del Anexo B.

IV.1. Modelo multinivel – Efecto de variables institucionales (Director y maestros) en el Modelo ‘vacío’ y en el Modelo D – Matemática y Lengua.

Indicadores Institucionales	MATEMATICA		ESPAÑOL	
	Con Modelo vacío	Con Modelo D	Con Modelo vacío	Con Modelo D
Cultura Escolar				
part_padd	4,12 ***		5,84 ***	
part_padm	3,94 ***		6,89 ***	
expe_mar	5,31 ***	1,73 *	7,66 ***	2,43 *
expec_dir	6,18 ***	2,35 **	7,27 ***	1,96 *
autono_dir	0,94 ***		1,32 ***	
atrib_fam	4,35 ***		6,44 ***	3,15 *
atrib_alu			3,57 ***	
sal_adeq	-6,53 *			
Prácticas de aula				
amb_edu	4,11 **		4,73 *	
disc_amb	3,04 ***	1,53 *	2,68 *	
au_simple	19,16 ***		26,48 ***	
retro_al		-2,58 *		-4,18 ***

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.

2. Efecto institucional “controlado”. Las asociaciones identificadas en el paso anterior deben ser ahora controladas por el conjunto de variables ‘extra-escolares’ significativas (ver Modelo D en Capítulo III). Con ello se pretende establecer si cada una de esas características institucionales tienen un *efecto propio* sobre el nivel de logro escolar o si por el contrario, no son sino algunos de los mecanismos a través de los cuales los factores extra-escolares ejercen su efecto. Si este es el caso, probablemente perderán significación estadística cuando se las hace actuar conjuntamente con los otros factores. Para realizar esta evaluación, cada variable se introduce en el Modelo D y se re-estiman los parámetros. En el **Cuadro IV.1** (bajo el título ‘Con Modelo D’) se exponen las nuevas estimaciones de cada variable que resultara significativa en el paso anterior.⁴

La constatación más sobresaliente es que la gran mayoría de las mediciones investigadas no sostienen su significación. La *expectativa educacional*, un indicador ‘fuerte’ de la cultura institucional y recurrentemente utilizado en la investigación, muestra un comportamiento consistente en ambas disciplina y actores involucrados (maestro y director). Es evidente, sin embargo, la abrupta caída de la magnitud de su efecto. La intensidad de la ‘atribución del logro a la familia’ continúa siendo significativa sólo para Español. Por otro lado, la percepción del maestro sobre el clima educativo y la disciplina en el aula persiste como factor relevante para el logro en Matemática.

⁴ En el Cuadro B-IV.1 del Anexo B se encuentran los valores del test de máxima verosimilitud correspondiente al modelo conformado por todas las variables del Modelo D más cada factor individual, inclusive los no significativos..

Finalmente, la ‘retroalimentación al alumno’ registra un comportamiento inesperado. En primer lugar, su asociación con el residuo del Modelo D es altamente significativa, particularmente con Español. En segundo lugar, el signo de esa relación es negativo. Por la forma de construcción de la medición, este comportamiento indica que cuanto más bajo sean los rendimientos, mayor será la frecuencia con que el docente “comenta con sus alumnos sus avances y dificultades”. Es posible que, en vez de la ‘retroalimentación evaluativa’, con supuestos beneficios pedagógicos, esta medición haya captado el llamado de atención del maestro a sus alumnos frente a los bajos niveles de atención y esfuerzo, y por tanto, de aprendizaje. En otras palabras, cuanto más bajos sean los niveles de aprendizaje del grupo de alumno, más frecuentes serán estas ‘reprimendas docentes’.

3. *El efecto total de la institución escolar.* El conjunto de variables institucionales significativas ahora son incorporadas *conjuntamente*. De esta forma, estaremos “controlando” el efecto de cada una no sólo por las variables individuales y contextuales (Modelo D), sino también por las institucionales restantes. Las nuevas estimaciones aparecen en el **Cuadro IV.2**. Se muestran también las estimaciones de las variables que componen el Modelo D, con el objeto de evaluar posibles alteraciones debidas a la inclusión de las nuevas variables institucionales. El error estándar de cada estimación se encuentra en el **Cuadro B-IV.2** del Anexo B.

Procesamientos mostraron que, en ambas asignaturas, las expectativas educacionales del director y de los maestros se superponen fuertemente (colinealidad) y por tanto, debió elegirse una de ellas. Se decidió dejar la primera de ellas por ser la más potente. La percepción de ‘disciplina y ambiente educativo en el aula’ pierde significación, al tiempo que en Español, la ‘atribución del logro a la familia’ mantiene su efecto propio. Finalmente, el indicador de retroalimentación evaluativo persiste con efecto propio en ambas asignaturas.

La inclusión de estas nuevas variables ha producido leves modificaciones en las estimaciones del Modelo D, con excepción de las referidas a los indicadores de recursos institucionales, informados por el establecimiento y el director. En el caso de Matemática (*matdid_dir*), el nivel de significación ha caído abruptamente al 5%, mientras que en Español, (*recur_adm*) ha dejado de mostrar efecto propio. Es posible inferir como hipótesis razonable que *en parte*, el efecto de la dotación de recursos escolares incide en el nivel de logro de los alumnos según cuál sea la organización, las prácticas y la textura cultural de la escuela o del aula.

Este modelo final es la forma más parsimoniosa de visualizar el efecto de las características de la institución educativa (escuela) y del aula, en base a las mediciones incluidas en los cuestionarios del director y de los maestros de la escuela. La constatación más notable es que, con los indicadores institucionales considerados, se ha conseguido explicar una proporción extremadamente pequeña de la variación “entre-escuela” residual del Modelo D. Es decir, una vez controlado el efecto de las variables individuales y familiares del alumno y del contexto socioeconómico y cultural de la escuela, la contribución explicativa de las variables disponibles ha sido extremadamente pobre⁵.

⁵ Ver también esta conclusión respecto de la *muestra representativa nacional* del LLECE en el Capítulo VI.

IV.2. Modelo multinivel – Efecto de las variables individuales y familiares del alumno, de las variables del contexto y de las variables institucionales - Matemática y Lengua

Indicador	MATEMATICA		ESPAÑOL		Indicador	MATEMATICA		ESPAÑOL	
	Efecto		Efecto			Efecto		Efecto	
urbaniza	1,31		0,84	ns	prob_esc			-0,43	*
cuarto	23,26	***	27,96	***	recur_esc	1,44			
repitencia	-7,05	***	-8,62	***	maest_fam	1,25	*	1,24	ns
an_presc			0,97	*					
educación	0,72	***	1,22	***	educap_e	3,20	***	4,33	***
secundaria	3,99	***			convpad_e			-20,66	***
libros			2,92	***	maefam_e			9,54	***
debe_rec	-2,21	***	-2,63	***	matdid_dir	1,21	*		
gust_est	4,36	***	5,56	***	recur_adm			1,51	ns
usa_lib	2,34	***			expec_dir	2,40	**	1,93	*
inv_pad			1,30	*	atrib_fam			3,05	***
lect_pad			0,96	*	retro_al	-2,68	*	-4181	***
conv_pad			-4,38	***					
<i>Niveles</i>	MATEMATICA				<i>Niveles</i>	LENGUA			
Entidad %	02	ns			Entidad	0,3	ns		
Escuela %	9,7	***			Escuela	7,0	***		
Alumno %	71,8	***			Alumno	71,9	***		
Total	81,7				total	79,2			
TEST	144611,8				TEST	150945,1			

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.

ALUMNO, FAMILIA Y CONTEXTO ESCOLAR

El objetivo de este apartado es analizar las relaciones entre las diversas mediciones construidas con base en el cuestionario del alumno y los logros en matemática y lengua, pero teniendo en cuenta también las características familiares y contextuales analizadas anteriormente. Por lo tanto, al igual que en los capítulos anteriores, se mantiene el objetivo de evaluar el efecto que tienen las características demográficas, socioeconómicas y culturales (i) del alumno individual y de su familia (factores extra-escolares individuales) y (ii) del contexto de la escuela (factores extra-escolares contextuales), agregando ahora, algunos nuevos indicadores provenientes del cuestionario del alumno.

Datos. La base de datos analizada en este capítulo difiere de las anteriores. La condición principal para integrarla es la disponibilidad del cuestionario del alumno. Mientras que el cuestionario de padre no estuvo disponible en una Entidad – Guanajuato -, el de alumno faltó en esa y otras dos Entidades – Baja California y Nuevo León. Pero en compensación, la cobertura del cuestionario del alumno en los Estados donde estaba disponible fue muy superior a la del cuestionario de padre. Bajo el criterio de maximizar el uso de las informaciones disponibles, estas situaciones llevaron a la decisión de realizar el análisis en dos etapas, la primera con la condición de disponibilidad del cuestionario del padre; en la segunda, la condición se refiere al cuestionario del alumno.

Las bases construidas para el presente capítulo están conformadas por 12.260 registros en Matemática y 12.164 registros en Español. En el Apéndice A se encuentran mayores detalles sobre los criterios adoptados en la conformación de estas bases de datos y la evaluación de su cobertura.

Variables. Las mediciones construidas con base en el cuestionario de Alumno pueden clasificarse de acuerdo a la taxonomía utilizada para Padres. A las variables investigadas anteriormente y que resultaran significativas, se adicionan las siguientes variables, por subconjuntos: (i) características demográfica, educativa y sociocultural del alumno: edad, género y disponibilidad de material escolar; (ii) informaciones o percepciones del comportamiento escolar del alumno: motivación para Matemática y Español, esfuerzo y realización de tareas escolares; (iii) involucramiento educativo familiar: apoyo escolar al alumno, y (iv) percepción del alumno sobre la escuela a la que asiste: ‘clima’ social, relaciones con el maestro e infraestructura. Todas esas variables se tratan a nivel individual, pero también se agregan a nivel de escuela – promedios - y de esta forma, se transforman en mediciones del *contexto institucional*. La definición operacional detallada de cada una de las variables se encuentra en el Anexo A. Sin embargo, parecen oportunos aquí algunos breves comentarios:

- ✓ La inclusión de la edad del alumno (*edad*) permite distinguir los efectos del desfase etario y de la repitencia. Dado que se trata de alumnos de dos grados diferentes, su uso sólo es posible cuando se controla el grado al que asiste el alumno (*cuarto*);

- ✓ La disponibilidad de materiales escolares (*dida_al*) puede ser considerado tanto *capital cultural familiar*, como insumo o recurso educacional; agregado a nivel de escuela se torna indicador de contexto, sea de la composición sociocultural como de la disponibilidad de recursos escolares;
- ✓ El indicador de apoyo educativo familiar (*apoy_fam*) incorpora tres ítem del cuestionario, sobre la hipótesis de mayor eficacia positiva cuando el niño no siente que sus problemas de aprendizaje en la escuela se deben a falta de apoyo de los padres; cuando siente que tendrá apoyo de sus padres toda vez que lo necesite y cuando sus padres supervisan pero no ayudan a hacer las tareas escolares;
- ✓ El indicador de ‘cumplimiento con las tareas escolares’ (*tarea_alu*) por parte del alumno integra dos dimensiones: la frecuencia y el interés con que se realizan;
- ✓ Más allá de los recursos institucionales, los dos únicos indicadores sobre el ‘clima’ o cultura institucional con que se disponen se refieren al ‘clima’ del aula, definida por la percepción de los alumnos acerca del comportamiento de sus compañeros de aula (*climaal_e*) y de sus relaciones con la maestra (*relamae_e*).

Estrategia de análisis. El criterio general consiste en incorporar las mediciones extraídas del cuestionario del alumno a los modelos construidos en base a las informaciones provenientes del cuestionario de padre y que fueran analizados en el Capítulo III. De acuerdo a este criterio y a los objetivos propuestos en este capítulo, la secuencia de análisis es la siguiente:

- 1º. *Modelo “vacío” y efecto de cada variable individual.* Dado que se inicia el análisis con otra base de datos, es necesario re-estimar el modelo ‘vacío’ (sin ningún predictor), o sea, la descomposición inicial de la varianza. Con este modelo se evalúa el efecto inicial (sin “control”) que tiene cada una de las variables individuales del alumno sobre su logro académico;
- 2º. Efecto de cada indicador individual de características demográficas, antecedentes académicos y socioculturales familiares del alumno, “controlando” el efecto de los indicadores restantes;
- 3º. Incorporación de informaciones y percepciones del alumno y de su familia relativas a comportamientos y situaciones educacionales – en el hogar, en la escuela y en el aula;
- 4º. Al modelo anterior se adicionan todas las variables contextuales generadas por la agregación (a nivel de escuela) de todas las variables individuales que resultaron significativas;
- 5º. Incorporación de indicadores de recursos y cultura institucional.

Dado que los modelos de referencia son los analizados en el Capítulo III, se mantiene la misma denominación.

1. *Efecto inicial (“no-controlado”) de cada indicador.* La estimación de los parámetros del modelo “vacío” se presenta en la parte superior del **Cuadro VI**. Si se compara estos

resultados con los obtenidos en el Capítulo III (Cuadro III.1), con una base de datos parcialmente diferente, se observa que la variación “entre-Entidad” ha disminuido (de 3,9% a 2,39% en Matemática y de 4,6% a 3,65 en Español). La explicación de este último comportamiento debe adjudicarse a la exclusión de tres Entidades en la muestra, reducción que tiene un natural impacto sobre la varianza en ese nivel. Por otra parte, la estimación de la variación “entre-escuela” es prácticamente la misma – 16% -. Esta gran similitud, además de otorgarle mayor confiabilidad a estas estimaciones, permitirá comparar la eficacia de las mediciones construidas con base en (*las percepciones de*) padres, directores y maestros, por un lado, y de alumnos, por la otra.

Al igual que en los capítulos anteriores, en este primer paso se trata de conocer en qué medida cada indicador se asocia con el logro escolar, sin considerar el probable efecto de los otros. Para ello, cada variable se introduce en el modelo “vacío” y se evalúan los cambios producidos. La estimación del efecto de casi la totalidad de las mediciones resulta significativa (**Cuadro V.1**)¹.

En general, entonces, el comportamiento de los datos se ajusta a lo esperado. Por la forma de construir los indicadores y el signo de la estimación correspondiente, las siguientes situaciones o características de los alumnos predicen más altos rendimientos tanto en Matemática como en Español:

- ✓ poseer mayor cantidad de materiales escolares;
- ✓ hacer las tareas y sentirlas interesantes;
- ✓ apoyar en las tareas del hogar, además de hacer las tareas y estudiar;
- ✓ sentir un fuerte y adecuado apoyo familiar en las obligaciones escolares;
- ✓ percibir un buen ‘clima’ social en la escuela;
- ✓ sentir que se tienen buenas relaciones con la maestra.
- ✓ tener alta motivación para la asignatura.

Con excepción de este último, todos los otros indicadores se asocian más fuertemente con el rendimiento en Español. En cambio, la falta de motivación para Matemática parece tener un impacto negativo superior al ocasionado por la baja motivación para Español.

No se detectan diferencias de rendimiento en Matemática por género, es decir, los logros se distribuyen por igual entre ambos sexos. En cambio, la ventaja de las mujeres sobre los varones en Español es muy marcada.

La ayuda de los padres para “hacer la tarea” (*tarea_fam*) no predice, inicialmente, buenos rendimientos. En cambio, cuando el niño percibe que los padres lo apoyan en su aprendizaje y que revisan las tareas (sin ayudar a hacerlas), sí habrá mayor probabilidad de altos rendimientos

Finalmente, no se incluye la ‘edad del alumno’ porque no tiene una interpretación inequívoca (‘magnitud del atraso etario’), dado que se refiere a alumnos de diferentes grados (3º y 4º). Esta limitación será superada en el paso siguiente

¹ Como anteriormente, el nivel de significación estadística se usa el test de la razón de máxima verosimilitud con g.l. igual 1. En la **Tabla B-V.1** del Anexo B se presenta el error estándar de cada estimación

V1. – Modelo 'vacío' y efecto de las características y comportamientos del alumno y su familia –
Matemática y Español

	MATEMATICA		ESPAÑOL	
<i>Modelo 'vacío'</i>				
Entidad	2,39	***	3,65	***
Escuela	15,93	***	16,46	***
Alumno	81,68	***	79,89	***
Total	100,00		100,00	
<i>Indicadores</i>				
femenino	0,62		11,81	***
dida_al	5,01	***	6,92	***
repitencia	-9,86	***	-13,28	***
gusta_mat/esp	5,04	***	3,70	***
tareas_alu	3,19	***	6,31	***
tarea_fam	-0,13		-0,27	
apoy_fam	7,29	***	10,83	***
no-juego	-0,745	*	-2,39	***
juego	2,127	***	3,10	***
clima_al	5,24	***	6,44	***
relac_mae	7,08	***	11,03	***
infra_al	8,14	***	11,52	***

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.

2. *Antecedentes educativos y socioculturales del alumno (Modelo A')*. Las variables referidas al género, a la edad y a la posesión de materiales escolares son incluidas simultáneamente en el Modelo A del Cuadro III.2 (Capítulo III) y se procede a re-calcular las estimaciones. Los resultados se denominan Modelo A' en el **Cuadro V.2** y representan el efecto propio de cada variable, una vez controlado el de las otras².

Dado que ahora la *edad* del alumno está controlada por el grado, se puede interpretar adecuadamente su estimación. Su alta significación estadística y signo negativo (-) indican que cuanto mayor es la edad del alumno (en el grado que cursa), menor será su rendimiento en ambas asignaturas. Por otra parte, la distancia inicial entre alumnos repitentes y no repitentes cuando esta variable actúa individualmente (**Cuadro V1**), ha caído abruptamente – de 9,86 a -6,64 en Matemática y de -13,28 a -9,42 – como consecuencia de controlar esa distancia por la edad del alumno. De ambos comportamientos se puede inferir, por una parte, que la repitencia se asocia negativamente con el nivel de logro, más allá de la edad del alumno, y por la otra, que el atraso etario, cualquiera sea su origen, también se asocia negativamente con el rendimiento³, es decir, tiene un efecto propio y distinguible del que fuera detectado por el número de veces que el alumno repitió de grado (*repitencia*). Un alumno con desfase etario, sea o no repitente,

² En el **Cuadro B-V2** del Anexo B se encuentran el error estándar de cada estimación y las estimaciones de las varianzas de cada nivel de agregación.

³ También es válida una conclusión metodológica, no menos importante: prestar un especial cuidado para relevar esta información de forma confiable y si posible, en el mismo cuestionario del alumno.

tenderá a mostrar un nivel de logro más bajo que cualquier otro alumno con edad esperada para el grado. Aún cuando estas relaciones son provisoriamente válidas para ambas materias, sus intensidades son diferentes. Mientras que en Matemática ambos indicadores (*repitencia y edad*) son altamente significativos, en Español la magnitud de su efecto sólo es significativa al 5%.

La inclusión de la edad del alumno ocasiona otro cambio: el efecto de la experiencia pre-escolar (*an_presc*) sobre el logro en Matemática pierde significación ya en este modelo, probablemente como consecuencia de una relación estrecha entre asistir a la pre-escuela, por un lado, e iniciar el nivel primario a la edad establecida por el sistema educativo, por el otro, cualquiera sea el origen social del alumno. Esta relación, sin embargo, no consigue absorber todo el efecto del pre-escolar cuando se trata del logro en Español.

La disponibilidad de materiales didácticos (*dida_al*) mantiene significación estadística, aún cuando actúa conjuntamente con los otros dos indicadores de *capital cultural familiar (educación y libros)*.

Finalmente, se constata que no existe desigualdad entre los géneros respecto del rendimiento en Matemática, aún cuando sean controlados los efectos de las restantes variables. En Español en cambio, las mujeres logran rendimientos muy superiores a los varones.

De la comparación entre las estimaciones en Matemática y en Español se puede inferir que, con excepción de la edad, todos los indicadores considerados en este modelo se asocian más fuertemente con el logro en Español, resultado consistente con los hallazgos reiteradamente informados por investigaciones en este tema.

En este modelo, compuesto por variables provenientes de los cuestionarios de padres y de alumnos, la varianza “entre-alumno” no-explicada se ha reducido en alrededor de 7 puntos porcentuales en ambas asignaturas (Matemática: de 81,7% en el modelo “vacío” a 74,7%; en Lengua, de 79,89 a 72,83). Pero también ha disminuido la desigualdad “entre-escuela” (de 15,9 a 12,4% y de 16,46 a 11,31%), debido a que la composición referida a estas variables no es similar en todas las escuelas, denotando cierto nivel de segmentación social del sistema educativo público.

Si, con las debidas limitaciones, se comparan estas cifras con las obtenidas exclusivamente con los cuestionario de padres (Modelo A, Cuadro III.2), se podrá observar una gran similitud. Entonces, más que ganar en poder predictivo, las informaciones provenientes del alumno aportan claros indicios para la formulación de hipótesis acerca de cómo los factores influyen sobre el nivel de aprendizaje.

3. Percepciones y comportamientos del alumno y su familia (Modelo B'). En este paso se incorporan las mediciones individuales del cuestionario del alumno que resultaron significativas en el modelo anterior, junto con las variables significativas del Modelo B del Cuadro III.2 (Capítulo 3). Las nuevas estimaciones conforman el *Modelo B'* del **Cuadro V.2.**

En primer lugar, casi todos los nuevos indicadores resultan significativamente asociados con el rendimiento del alumno. En principio, entonces, las inferencias realizadas inicialmente (Cuadro V.1) se mantienen válidas, aún cuando se haya controlado por el efecto de todas las otras variables incluidas en el análisis. La única excepción es *gust_esp* con el logro en Español. Es decir, mientras que el rendimiento en Matemática es fuertemente afectado por la motivación del alumno (hacia ese saber), el de Español parece menos sensible a esa cualidad.

En segundo lugar, se constata que, tanto en Matemática como en Español, casi todas las mediciones de *percepción* provenientes del cuestionario de padre, si bien parecen haber disminuido la magnitud de su efecto, conservan la significación estadística que poseían. Este comportamiento sugiere que la superposición entre las percepciones familiares y del alumno es más bien débil. Las únicas excepciones son *maest_fam* en Matemática y *lect_pad* en Español.

Finalmente, la mayoría de los indicadores del Modelo A' – demográfico y sociocultural –ha disminuido la magnitud de su efecto, dando apoyo a la hipótesis de que las nuevas mediciones señalizan el papel de ‘intermediación’ desempeñado por (*la percepción del alumno sobre*) determinadas situaciones. Si las estimaciones correspondientes al origen social disminuyen (*educación*) o se desvanecen casi totalmente (*libros*), o si la distancia entre alumnos repitentes y no-repitentes se acorta notablemente, es porque, *en parte*, tales factores ejercen su influencia a través de (*las percepciones de*) las situaciones descritas por los nuevos indicadores considerados.

La inclusión de estas variables ha producido una caída de 3,9 puntos porcentuales en la varianza “entre-alumno” no-explicada en Matemática y de 4,6 puntos en Español, diferencia que refleja la mayor asociación de estos indicadores con el logro en esta última asignatura. Además, la varianza “entre-escuela” no-explicada en Matemática y Lengua ha disminuido 1,8 y 2,3 puntos, respectivamente. Todas estas magnitudes son significativamente superiores a las ocasionadas por las variables familiares del cuestionario de padre cuando actúan solas; por lo tanto, el modelo con alumnos tiene un efecto adicional, los indicadores incluidos miden aspectos diferentes o mejoran la medición de dimensiones ya consideradas.

V.2. Modelos Multinivel – Efecto de las variables individuales de Padre y Alumno y varianza no-explicada – Modelos A y B - Matemática y Español

Indicadores y niveles	MATEMATICA				ESPAÑOL			
	Modelo A'		Modelo B'		Modelo A'		Modelo B'	
urbaniza	4,12	***	3,10	***	6,43	***	4,97	***
cuarto	25,31	***	23,0	***	28,96	***	25,70	***
repitencia	-6,64	***	-4,31	***	-9,42	***	-5,96	***
an_presc	0,66	ns			1,37	***	1,17	***
educacion	1,21	***	1,08	***	1,65	**	1,36	***
libros	2,38	***	0,56	ns	4,88	***	3,09	***
edad	-2,61	***	-2,46	***	-1,34	*	-1,16	Ns
femenino	0,10	ns			11,35	***	8,76	***
dida_al	3,71	***	2,74	***	4,96	***	3,44	***
debe_rec			-1,86	***			-1,90	***
gust_est			3,60	***			4,47	***
usa_lib			2,06	***				
prob_esc							-0,43	*
recur_esc			1,28	**				
maest_fam			1,02	ns			1,50	*
inv_pad							1,08	*
lect_pad							0,771	Ns
conv_pad							-3,70	***
gusta_mat			3,70	***			-1,35	Ns
apoy_fam			5,53	***			8,39	***
tareas_alu			1,94	***			4,43	***
tarea_fam			-1,66	***			-2,68	***
no-juego			1,03	***			0,97	*
juego			1,15	***			1,74	***
infra_al			4,42	***			6,37	***
clima_al			2,79	***			3,13	***
relac_mae			4,55	***			7,32	***
<i>Varianza no explicada</i>								
entidad	0,93	***	0,76	***	1,57	***	1,16	***
escuela	12,40	***	10,62	***	11,31	***	8,95	***
alumno	74,68	***	70,83	***	72,83	***	68,19	***
total	89,01		82,21		85,71			
test	127499,8		126807,6		132760,0		131889,2	

(*). Prob.≤0,05; (**). Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001; ns: no significativo.

4. *Las familias de las escuelas o contexto institucional (Modelo C)*. Ahora, se procede a incorporar las nuevas variables del alumno en su forma agregada (promedio en la escuela) en el Modelo C (Cuadro III.3, Cap. 3), con excepción de las referidas a la institución escolar, las cuales serán analizadas en el modelo siguiente. También se agrega la edad promedio para verificar si su comportamiento es diferente al observado anteriormente con la repitencia (ver Cap. 3). Todas estas mediciones, más las agregadas provenientes del cuestionario del padre, pueden considerarse indicativas de algunas características del “contexto institucional”, referido a la composición del alumnado de la escuela. Las nuevas estimaciones se presentan bajo el título Modelo C’ en el **Cuadro V.3a**.

En general, los nuevos indicadores de contexto o composición institucional parecen afectar más intensamente al rendimiento en Español que al de Matemática. Sin embargo, un aspecto de esa composición – la percepción de los alumnos acerca del apoyo de sus familias (*apoyfam_e*) –, muestra efectos relevantes en ambas áreas curriculares. En *Matemática*, un ambiente de mayor esfuerzo, cumplimiento y motivación en la realización de las tareas escolares –*tarealu_e*– parecen tener un efecto propio sobre el logro, por encima del que ocasiona esa cualidad a nivel individual del alumno. Por otra parte, la composición etaria guarda una correlación significativa con el rendimiento en Español, aunque no la edad del alumno considerado individualmente. La relación de la edad con el logro en Matemática es nítidamente inversa. La comprensión de este comportamiento de los datos requiere, sin dudas, mayor investigación.

Tal cual era esperado, la inclusión de estos nuevos indicadores de contexto no ha producido ningún cambio relevante en las estimaciones de los indicadores individuales del alumno y su familia. En cambio, los indicadores grupales sí experimentan variaciones. El indicador de urbanización pierde significación en Matemática y mantiene una relación muy débil con Español. Este comportamiento ya ha sido comentado anteriormente (Capítulo III) y no requiere comentario adicional. Por otra parte, el efecto de la composición sociocultural de la escuela – *educap_e* – es notablemente menor en este modelo que en el registrado anteriormente⁴. Esta caída está sugiriendo que el efecto de la composición sociocultural de la escuela sobre el rendimiento ‘opera’, *en parte*, a través de determinados aspectos contextuales definidos por comportamientos escolares de la familia y las correspondientes percepciones del alumno (como por ejemplo, *apoyfam_e*) o al generar comportamientos compartidos de mayor esfuerzo y cumplimiento de las tareas escolares (como por ejemplo, *tarealu_e*).

⁴ En el Modelo C del Cuadro III.3, Capítulo III, el coeficiente de *educap_e* es 4,05 en Matemática y 4,35 en Español

V.3a. Modelos Multinivel – Efecto de variables individuales, de contexto e institucionales (Padre, Alumno, Maestro y Director) – Matemática y Español

Indicador	MATEMÁTICA				ESPAÑOL			
	Modelo C'		Modelo D'		Modelo C'		Modelo D'	
urbaniza	1,65	ns			1,79	*	1,30	ns
cuarto	22,96	***	23,00	***	24,78	***	24,09	***
repitencia	-4,28	***	-4,32	***	-6,15	***	-6,19	***
an_presc					1,02	*	1,03	*
educacion	0,94	***	0,94	***	1,05	***	1,05	***
libros					3,04	***	3,00	***
edad	-2,34	***	-2,66	***				
femenino					8,83	***	8,83	***
dida_al	2,69	***	2,63	***	3,26	***	3,21	***
debe_rec	-1,88	***	-1,90	***	-1,86	***	-1,88	***
gust_est	3,65	***	3,65	***	4,54	***	4,55	***
usa_lib	2,28	***	2,27	***				
prob_esc					-0,38	*	-0,38	*
recur_esc	1,17	***	1,16	***				
maest_fam					1,04	ns		
inv_pad					1,31	*	1,27	*
conv_pad					-3,44	***	-3,46	***
Gusta_mat/esp	3,79	***	3,63	***				
apoy_fam	5,22	***	5,26	***	7,81	***	7,82	***
tareas_alu	1,77	***	1,83	***	4,19	***	4,32	***
tarea_fam	-1,69	***	-1,74	***	-2,51	***	-2,52	***
no-juego	0,99	***	0,99	***	0,86	ns		
juego	1,12	***	1,15	***	1,53	***	1,53	***
infra_al	4,25	***	4,17	***	5,92	***	5,88	***
clima_al	2,74	***	2,60	***	3,00	***	2,91	***
relac_mae	4,47	***	4,20	***	7,20	***	6,86	***
educap_e	1,85	***	1,65	***	3,40	***	2,98	***
convpad_e					-14,61	***	14,22	***
maefam_e					10,38	***	11,09	***
edad_e	-0,96	ns			-5,63	**	-5,36	**
gustmat_e	6,94	ns			10,32	ns		
apoyfam_e	8,78	***	6,85	*	13,76	***	12,76	***
tarealu_e	7,13	***	4,43	*	5,94	ns		
tarefam_e	-0,06	ns			-5,87	*	-6,68	***
nojuego_e	0,50	ns			0,302	ns		
juego_e	1,68	ns			7,74	***	6,85	***
matdid			0,91	*				
recur_adm							1,07	ns
relame_e			8,91	***			9,97	***
climaal_e			4,07	ns			1,65	ns

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.

5. *Recursos y 'clima' institucionales (Modelo D')*. En este último ejercicio, se incorporan al análisis las variables de 'recursos institucionales' que resultaran significativas anteriormente (Cuadro III, Capítulo 3), provenientes del cuestionario del director, y de 'clima' social en la escuela, basadas en el cuestionario del alumno. Los resultados se presentan como Modelo D' en el **Cuadro V.3a**.

El efecto de los recursos institucionales – *matdid* y *recu_adm* – es muy débil o inexistente⁵. Es importante atender a dos factores que explican este resultado. En primer lugar, procesamientos realizados demostraron que el efecto inicial de estas variables cae abruptamente cuando los indicadores de composición socioeconómica de la escuela, principalmente *educap_e*, se integran al análisis. Una segunda razón es la disminución que produce la entrada de las nuevas variables, situación que se comprueba al comparar las estimaciones del Cuadro V.3a con las presentadas en el Cuadro III.3 (Capítulo III).

La medición construida con base en la agregación promedio de las percepciones (o evaluaciones) de los alumnos acerca de las relaciones con sus maestras (*relamae_e*) es altamente significativa para ambos logros curriculares. En cambio, el 'clima' educativo y la disciplina en el aula (*climaal_e*), medidos por la agregación de las percepciones de los alumnos respecto al comportamiento de sus compañeros de clase, no mostró poseer una correlación significativa con el logro escolar.

El Modelo D' es la formulación más parsimoniosa de las relaciones entre el rendimiento en Matemática y Español, por una parte, y los factores estudiados, por la otra. En el *Cuadro V3b*, se presenta la distribución porcentual de la varianza residual para los Modelo C' y D'. Las estimaciones en valores absolutos y los errores estándar correspondientes se encuentran en el Cuadro B-V3b. del Anexo B.

La consideración de las mediciones grupales ha producido una caída importante en la variación "entre-escuela". Esta disminución es más pronunciada en Español (de 8,95 a 6,51%) que en Matemática (de 10,62 a 9,52%), constatación congruente con las correlaciones más altas de estos factores con Español que con Matemática. El hecho de que la mayoría de los indicadores considerados se sitúan más próximo a la vida familiar que a la de la escuela, puede explicar, al menos en parte, estos resultados. De hecho, si se compara la variación "entre escuela" no explicada en los Modelos C' y D', se constata que la inclusión de los factores típicamente institucionales no ha producido cambios significativos.

En estos últimos modelos, las diferencias asociadas a la urbanización se han desvanecido, sugiriendo que ellas se deben justamente a las variaciones en las características grupales estudiadas, tal cual fuera detectado anteriormente (ver Capítulo III).

En resumen, la capacidad explicativa del conjunto de los indicadores tratados en este capítulo es diferente en ambas asignaturas. Mientras que en Matemática resta por explicarse poco más del 80% de su variación total, en Español esa magnitud desciende a 75%. Por otra parte, en esta asignatura se ha conseguido explicar el 60% de las

⁵ Procesamientos realizados demostraron que las dos mediciones de recursos construidas en base a la apreciación de los alumnos – *infla_al* y *dida_al* – son menos eficientes que las consideradas en este modelo.

desigualdades en los rendimientos promedios de las escuelas del sector público, mientras que en Matemática, esta estimación desciende al 42%. Entonces, la magnitud de las diferencias entre escuela que resta por explicar, expresada como porcentaje de la variación total inicial (modelo “vacío”), es superior en Matemática (9,3%) que en Español (6,43%).

*V.3b. distribución Porcentual de la varianza no-explicada, por niveles de agregación
Modelos C y D - Matemática y Español*

Niveles	MATEMATICA		ESPAÑOL	
	Modelo C	Modelo D	Modelo C	Modelo D
Entidad (%)	0,57 ns	0,56 ns	0,67	0,69
Escuela (%)	9,52 ***	9,30 ***	6,51 ***	6,43 ***
Alumno (%)	70,91 ***	70,86 ***	68,17 ***	68,17 ***
Total (%)	81,00	80,74	75,35	75,29
Test	126767,0		131764,0	

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001; ns: no significativo.

El análisis de la *muestra de 13 Estados* y de la *muestra representativa nacional* (LLECE) ha permitido profundizar el conocimiento acerca de los perfiles de la distribución y de la desigualdad de los aprendizajes escolares básicos de 3° y 4° – Matemáticas y Lengua – así como de las relaciones entre tales aprendizajes y algunas de las características del alumno individual y su familia, de la ‘composición’ del alumnado de la escuela, de la institución escolar y de las prácticas en el aula. Los hallazgos realizados se presentan de acuerdo con la muestra correspondiente, sin desmedro de comparaciones puntuales entre ambas muestras cuando sea pertinente.

1 *Muestra de escuelas del sector público en trece Estados*

El nivel de logro escolar varía significativamente. Sin embargo, las diferencias entre los Estados estudiados, uno de los componentes de esa variación, no es muy importante. Ellos no difieren sustancialmente entre sí respecto del rendimiento promedio que obtienen sus alumnos, tanto en Matemáticas como en Lengua. Asistir a una escuela del sector público en algún Estado determinado no permite predecir de forma ajustada si el rendimiento será más probablemente alto o bajo. Tal probabilidad depende escasamente del Estado al que se pertenece. De acuerdo con los datos, el sistema educativo público es estatalmente homogéneo, es decir, el logro promedio de la mayoría de los Estados se encuentra muy próximo al logro promedio global.

Ordenamiento de Estados. Cuando las estimaciones de los rendimientos promedio de los alumnos de cada Estado, acompañadas por el *intervalo de confianza* correspondiente, se ordenaron de menor a mayor, se constató que la mayoría de tales estimaciones eran estadísticamente equivalentes. Respecto de los resultados de Matemáticas en el área urbana, por ejemplo, de los 12 Estados con información, 10 deben considerarse estadísticamente similares, a pesar de que, con base en los *promedios puntuales* estimados, parezcan diferentes (Apéndice B).

Otro componente de la desigualdad educativa total se expresa como desigualdad entre los rendimientos promedio de las escuelas. Este componente es sin duda, mucho más importante que el anterior, aunque su magnitud no es la misma en ambas materias. En Lengua, representa el 24% de la desigualdad total; en Matemáticas, en cambio, es un poco menor: 19%. Es decir, las escuelas son más parecidas entre sí cuando se trata del aprendizaje en Matemáticas que en el de Lengua. Estas estimaciones de la variación “entre-escuela” aumenta cuando se considera al sector particular (ver adelante punto 2).

Ordenamiento de escuelas. Si bien la diferencia ‘entre-escuela’ es muy superior a la diferencia ‘entre-Estado’, una gran proporción de escuelas se muestran estadísticamente equivalentes en un amplio rango de rendimientos promedio institucionales. Así por ejemplo, aproximadamente el 50% de escuelas tiene un intervalo de confianza que contiene el rendimiento promedio del conjunto de todas las escuelas estudiadas (promedio global), es decir, son escuelas que ocupan *la*

misma posición en el ordenamiento, a pesar de que puedan parecer diferentes de acuerdo con sus rendimientos promedios *puntuales* (Apéndice B).

El nivel de logro de los alumnos de las escuelas urbanas es superior al de los alumnos de escuelas rurales, tanto en *Matemáticas* como en *Lengua*, aunque en esta última la diferencia es mayor. Sin embargo, las distancias entre ambas áreas geográficas no son muy pronunciadas, indicativo de una baja segmentación geográfica del sistema educativo público. No obstante, debe tenerse en cuenta que algunos Estados no incluyeron su sector rural, lo cual pudo haber restado variabilidad no sólo urbano-rural, sino también “entre Estado” y “entre escuela”. Además, se detectaron indicios de que la distancia urbano-rural podría oscilar significativamente entre los Estados.

Cuando se toma en cuenta la ubicación geográfica de la escuela, las diferencias de rendimiento promedio entre los Estados desaparecen y por tanto, no es necesario considerar ningún otro aspecto para explicarlas. Por otra parte, un poco más del 12% de la variación ‘entre-escuela’ del logro, es explicado por esta dicotomía geográfica. A nivel de Estados individuales, se encontró cierta inestabilidad de este efecto, no sólo en su magnitud relativa sino también por área curricular.

Los alumnos de cuarto grado obtienen rendimientos significativamente superiores a los de tercero en ambas materias. El 6% de la desigualdad entre los alumnos que concurren a una escuela, se debe al hecho de cursar uno u otro grado. La distancia 3°- 4° en *Lengua* es superior a la verificada en *Matemáticas*, indicando que el pasaje de tercero a cuarto grado implica una distancia mayor en el nivel de aprendizaje de los contenidos y competencias lingüísticas.

Este comportamiento fue constatado también en algunos Estados. Se encontraron indicios leves de que el ‘incremento’ del aprendizaje por el pasaje de 3° a 4° grado sería superior entre los alumnos del área urbana comparados con los de la rural, y que tal comportamiento sería más pronunciado en *Lengua* que en *Matemáticas*. Finalmente, la diferencia de aprendizaje entre los alumnos de tercero y cuarto grado varía significativamente entre las escuelas. Hay escuelas que producen una mayor ‘aceleración’ del aprendizaje entre grado y grado en relación con otras. La intensidad de estas diferencias entre las escuelas puede variar levemente entre los Estados.

El nivel sociocultural de la familia incide nítidamente sobre el logro escolar. Para *Matemáticas*, además, cuanto mayor es el *capital cultural familiar*, mayor es el incremento en el nivel de logro debido a ese factor. Pero más allá de éste, otros factores condicionan el nivel de logro, es decir, tienen un *efecto propio* sobre el nivel de rendimiento, aunque a veces sea sólo respecto de alguna de las áreas curriculares evaluadas.

La tenencia de *material didáctico* es un factor positivo y persistente del nivel de logro en ambas áreas curriculares, aún cuando se le considere simultáneamente con el efecto de los otros indicadores de *capital cultural familiar*. El *género* del alumno, en cambio, no está asociado al logro en *Matemáticas*, pero sí al de *Lengua*: las mujeres mostraron un nivel de aprendizaje lingüístico notablemente superior al de los varones. Por otra parte, la asistencia al *preescolar* permite predecir mejores logros en *Lengua*, pero no así en *Matemáticas*.

La *repetición escolar* anticipa bajos rendimientos en ambas áreas. La distancia de rendimiento entre repetidores y no repetidores es muy pronunciada. Este efecto se

interrelaciona con la *edad* del alumno, por una parte, y con las *creencias, percepciones y expectativas* familiares ('cultura educativa familiar') y del propio alumno, por la otra.

En Matemáticas, cuanto mayor es la edad del alumno (en el grado que cursa), menor será su rendimiento. Aunque parte del efecto negativo del desfase en la edad está asociado a la repetición escolar, subsiste un efecto negativo propio: el atraso etario, cualquiera sea su origen, también se asocia con bajos rendimiento. Un alumno con desfase de edad, sea o no repetidor, tenderá a mostrar un nivel de logro más bajo que cualquier otro alumno con edad esperada para el grado. Estas conclusiones, sin embargo, no son válidas para Lengua. Por otra parte, el efecto negativo del ciclo escolar repetido sobre el logro actual se encuentra en parte, *mediatizado, reforzado*, por la propia situación cultural de la familia (ver más abajo).

Ciertamente, el efecto negativo de la repitencia expresa a su vez, los efectos acumulados del origen socioeconómico del alumno y del síndrome de expectativas y valoraciones familiares e institucionales. Pero, aún después de tener en cuenta tales condicionantes, la distancia entre alumnos repetidores y no repetidores continúa siendo muy importante. Entonces, al menos en parte, este indicador podría estar expresando *diferencias reales tanto en el esfuerzo como en la capacidad escolar del alumno*.

Más allá del origen social y del género del alumno, ciertas *actitudes, competencias y comportamientos escolares* suyos inciden sobre sus logros. Ello se constató a través de las *percepciones familiares* (al niño "le gusta estudiar y no tiene dificultades", "usa libros", "hace sus tareas") o del propio alumno ("hago las tareas y me resultan interesantes", "me gusta mucho Matemáticas").

Se detectaron también efectos de ciertos *comportamientos y actitudes escolares de la familia*, con diferencias según la materia. Prácticas como "lectura en edad temprana", "participación en las actividades escolares" y "patrón de comunicación educativa no represivo" se asocian estrechamente sólo con el rendimiento en Lengua, mientras que otros, percibidos por el propio alumno ("los padres lo apoyan en su aprendizaje y revisan sus tareas, sin ayudar a hacerlas") parecen influir en el logro en ambas áreas curriculares.

Las *percepciones sobre la escuela* también exhibieron asociación con el logro académico del alumno. El niño cuya *familia percibe* que su escuela tiene serios problemas de disciplina o 'ambiente educativo', es probable que obtenga resultados más bajos en Lengua; por otro lado, si la familia evalúa que los recursos de la escuela son "adecuados", más probablemente el niño obtendrá alto rendimiento en Matemáticas. Las *percepciones del alumno* acerca de la infraestructura y del ambiente educativo en el aula, y de sus relaciones con el maestro, en cambio, mostraron efectos propios sobre los logros en ambas asignaturas.

Al incluir todas estas *percepciones* del alumno y su familia en el análisis, el 'efecto directo' del origen social y de la repitencia parecen disminuir, sugiriendo que estos dos factores 'operacionalizan' su incidencia *a través de* (las percepciones de) las situaciones descritas. Pero al mismo tiempo, esas percepciones ejercen un *efecto propio*, es decir, ayudan a entender mejor por qué los alumnos de una misma escuela obtienen diferentes rendimientos. Más aún, el conjunto total de los indicadores individuales aporta también a la explicación de por qué las escuelas divergen en sus rendimientos promedios, reflejando la existencia de un cierto grado de segmentación social del sistema educativo público.

La inclusión de mediciones referidas a la *composición del alumnado* de la escuela permitió ampliar el conocimiento de los condicionantes del rendimiento del alumno. El nivel educativo promedio de los padres ('composición sociocultural del alumnado') explica una parte significativa de las desigualdades en los rendimientos promedio de las escuelas. Asimismo, cuando en la composición estudiantil predominan alumnos que perciben un alto apoyo educativo de su familia, se obtendrá un rendimiento promedio más alto. Entonces, la predicción del rendimiento de un alumno cualquiera será más ajustada si, además de conocer su origen social familiar, se conoce también la composición sociocultural de la escuela a la que asiste.

Ordenamiento ajustado de escuelas: Esta constatación significa que cualquier ordenamiento de escuelas que contemple las características socioeconómicas del alumnado será sustancialmente diferente de otro que no las contemple. La evaluación de las escuelas bajo el principio de *justicia distributiva en educación* demanda esa consideración. De lo contrario, a la escuela se le estarían imputando responsabilidades por resultados que son consecuencia de factores no controlados por ella.

Si en la escuela predominan alumnos cuyas familias mantienen patrones de comunicación menos autoritarios (educativamente orientados) o prácticas positivas de evaluación dentro de la escuela, deberán esperarse mejores resultados de aprendizaje de la lengua. En *Matemáticas*, en cambio, parece tener mayor incidencia el nivel promedio de interés y esfuerzo en el cumplimiento de las tareas escolares por parte de los alumnos.

Finalmente, en las aulas donde los alumnos evalúan positivamente sus relaciones con la maestra, se obtienen rendimientos promedios más altos en ambas asignaturas, mientras que la disponibilidad de recursos escolares institucionales (según apreciación de los propios alumnos) se mostró particularmente importante sólo para el aprendizaje matemático.

Todas estas características de la composición escolar y de los recursos institucionales están en la base de las desigualdades de logros asociadas al nivel de urbanización. Estas últimas son en realidad, la consecuencia de variaciones en la composición socioeconómica y cultural de la escuela.

Los indicadores estudiados han 'explicado' la totalidad de las desigualdades de rendimiento escolar entre los Estados en ambas áreas curriculares básicas. Pero no han tenido la misma eficacia respecto de la desigualdad entre las escuelas: mientras que se ha explicado el 60% en Lengua, en Matemáticas apenas supera el 40%. De las diferencias entre los alumnos dentro de la escuela, sólo se ha explicado el 15% en Lengua y el 13% en Matemáticas.

Las variables propiamente escolares, tanto referidas a recursos institucionales como a diferentes aspectos de la cultura, 'clima' y gestión institucional, han mostrado una baja capacidad explicativa, es decir, no consiguen disminuir una proporción importante de la varianza "entre-escuela" dejada sin explicar por las características individuales y familiares del alumno y por la 'composición del alumnado' en la escuela, ambos considerados factores extra-escolares.

Este último es quizás el resultado más inesperado, al menos si se tienen en cuenta los informes producidos anteriormente por el LLECE. Sin duda, es la estrategia de análisis adoptada en el presente estudio la que ha conducido a este desacuerdo. Por otra parte, podría aducirse razonablemente que tal constatación sería más la consecuencia de una baja validez y confiabilidad de las mediciones efectuadas (ver más adelante), que de la propia realidad del sistema. Si, más allá de esta duda metodológica, se acepta provisoriamente este ‘resultado inesperado’, conviene recordar uno de sus significados más importantes: *que los factores escolares no incidan significativamente en el nivel de rendimiento académico no obsta para que determinadas políticas o intervenciones programáticas futuras puedan tornarlos particularmente relevantes. Es decir, la constatación discutida se refiere al funcionamiento actual del sistema educativo.*

2 Muestra representativa nacional de escuelas públicas y particulares (LLECE)

Los alumnos de las escuelas privadas obtienen rendimientos más altos que los alcanzados por quienes asisten a establecimientos públicos. Desde el punto de vista de los responsables de diseñar la política educativa o implementar los programas en el sector, interesa saber si tal distancia se debe a diferencias en la ‘composición social del alumnado’ entre ambos sectores, o si por el contrario, debe adjudicarse a prácticas institucionales o pedagógicas distintivas del sector privado y ausentes en el sector público. En este informe se ensaya una respuesta a esta interrogante apelando a la *muestra nacional* (LLECE) puesto que ella contiene tanto escuelas públicas como privadas. Además, se sabe la ubicación geográfica de la escuela (mega-ciudad, urbana y rural), permitiendo investigar la relación público-privado por estrato demográfico. Los principales hallazgos son:

(i) Al considerar las escuelas particulares la variación ‘entre-escuela’ experimenta una elevación significativa respecto a la detectada con la muestra de los 13 Estados, justamente debido a la marcada diferencia en los logros escolares entre sector público y privado. Entonces, la variación entre-escuela en Matemáticas sube a 24,5 % y la de Lengua a 27,4%, mientras que anteriormente se habían estimado alrededor de 19% y 21-24%, respectivamente;

(ii) Los alumnos de las escuelas privadas en mega-ciudad son los que obtiene más altos rendimientos, seguidos por los que asisten a escuelas del mismo sector en áreas urbanas. Las públicas con rendimientos más bajos, reproducen esa relación relativa al sector urbano. Los alumnos de las escuelas rurales públicas obtienen los más bajos niveles de rendimiento promedio. Estas conclusiones son válidas tanto para Matemáticas como para Lengua.

(iii) Si bien esas distancias entre los estratos respecto de sus rendimientos promedio experimentan una caída muy importante cuando se les “controla” por el origen social del alumno individual –‘educación de los padres’; ‘libros en el hogar’– y por sus antecedentes académicos –‘repitencia’–, continúan siendo estadísticamente significativas. Sin embargo, cuando se “controla” además, la composición socioeconómica del alumnado de la escuela –‘nivel educativo promedio de los padres’–, todas las diferencias entre los estratos respecto del rendimiento promedio dejan de ser significativas. En consecuencia, las diferencias de rendimiento entre el sector público y privado pueden explicarse totalmente por los llamados *factores extra-escolares*.

La aplicación de pruebas de rendimiento y simultáneamente, de diferentes instrumentos (cuestionarios), a diversos actores del sistema educativo (alumno, docente, director, padres) torna más complejo el programa de evaluación. A su vez, esta mayor complejidad implica mayor probabilidad de errores u omisiones y en consecuencia, mayores costos.

- ✓ Es importante prestar especial cuidado para no perder informaciones relativas a los niveles superiores de agregación (grupos, escuelas) porque tales faltas tienen un impacto fuerte sobre el tamaño muestral final y la confiabilidad de las estimaciones.
- ✓ Es necesario que el diseño muestral sea completo respecto del entrecruzamiento entre los estratos considerados, dado que las ausencias a este nivel dificultan la obtención de estimaciones generalizables debidamente ponderadas. Un ejemplo de esta situación es la exclusión del área rural (estrato) en algunos Estados (también considerados estratos para efectos del diseño muestral);
- ✓ En este tipo de estudio, con una multiplicidad de instrumentos diferentes, deben tomarse las precauciones operacionales y financieras para asegurar que, apenas el trabajo de campo haya finalizado, las bases de datos queden debidamente integradas después de un minucioso control de calidad y depuración, aún cuando de momento no se puedan analizar. El tiempo es enemigo de la precisión y confiabilidad si esta tarea no se realiza oportunamente.
- ✓ El diseño muestral debe responder a los objetivos principales de la evaluación. Así por ejemplo, si se quieren estudiar las relaciones entre la práctica educativa en el aula y el rendimiento de los alumnos, el diseño de la muestra debe contemplar el tamaño muestral mínimo requerido para tal análisis.
- ✓ Deben establecerse criterios operacionales precisos para clasificar las escuelas en urbanas y rurales, considerando las diferentes fuentes de información existentes. Dada la importancia del estrato rural en México, este tópico es particularmente relevante;
- ✓ Es conveniente realizar todos los esfuerzos necesarios para (i) establecer un *sistema único de codificación*, consistente e integral para todos los instrumentos a ser aplicados; (ii) capacitar adecuadamente al personal que deberá utilizarlo y (iii) evaluar y supervisar su aplicación en campo y en la tarea de captación de la información. El éxito y los costos de una evaluación dependen, en gran medida, del sistema de codificación y su adecuada aplicación.
- ✓ Los hallazgos de cualquier estudio de este tipo dependen de qué y cómo se miden determinadas variables en los cuestionarios. En relación con los problemas encontrados en el presente estudio, surgen algunas sugerencias:
 - ❖ El '*nivel socioeconómico familiar*' del alumno es una variable clave para la comprensión de los resultados de logro escolar. Es recomendable incluir varios indicadores de este concepto, con el objeto de obtener una medición más

confiable y además, poder recuperar fácilmente casos de 'no-respuesta' o pérdidas de información en algunos de esos indicadores. A modo de ejemplo, deberían considerarse al menos los siguientes indicadores: educación de los padres, libros en el hogar, disponibilidad de bienes durables en el hogar, acceso a diferentes servicios y grado de hacinamiento habitacional;

- ❖ Otros indicadores -por ejemplo, edad, sexo, repetición escolar y 'cambio de escuela'- son igualmente relevantes y por tanto, deben extremarse los cuidados para su recolección integral;
- ❖ Algunos indicadores referidos a la escuela y al aula, consagrados por la literatura internacional, también deberían considerarse prioritarios. Los recursos disponibles en la escuela y el aula, y la 'oportunidad de aprendizaje' son ejemplos paradigmáticos;
- ❖ La medición de características de la institución escolar (ejemplo 'clima institucional') o del aula ('método de enseñanza'), conceptualmente complejas, requiere de un número adecuado de ítems para obtener un nivel aceptable de confiabilidad. Por ello, la cantidad de características de este tipo a incluir en un cuestionario debería ser limitada;
- ❖ Siempre que sea posible, conviene incluir las variables claves del alumno en el cuestionario del propio alumno. El cuestionario a padres generalmente tiene una alta tasa de pérdida y no respuesta, tornándolo poco útil, además de costoso.
- ❖ Además, algunas variables claves del alumno -como son: sexo, repetición escolar y 'cambio de escuela'- deberían incluirse en más de un instrumento, por ejemplo, pruebas y cuestionario del alumno, con el objeto de minimizar los costos de recuperación de los registros con problemas de identificación por codificación errada y al mismo tiempo, aumentar la probabilidad de que tales informaciones estén íntegramente disponibles para el análisis.
- ❖ Finalmente, una observación respecto a la estrategia de análisis: los resultados obtenidos sugieren la conveniencia de evaluar separadamente el efecto de las variables 'composicionales', que deben considerarse *factores extra-escolares* (por ejemplo, el nivel socioeconómico del alumnado en la escuela), y el de las variables institucionales y del aula, considerados *factores escolares*. De lo contrario, no será posible saber cuál es la capacidad explicativa de estas últimas, corriendo el riesgo de sobredimensionarlas. No es aceptable tratar al contexto socioeconómico como si fuese una variable escolar.

ANEXOS

APENDICE A

INFORME DE MUESTREO Y PONDERACIÓN

Muestra de escuelas del sector público en trece Estados

Este Apéndice se refiere a la ‘*muestra de escuelas del sector público en trece Estados*’ y consta de dos partes. En la primera se exponen el diseño general, los criterios de ponderación y los resultados reales del muestreo, tomando como referencia a las pruebas de Matemática y de Lengua. En la segunda, se presentan los resultados de la aplicación de los diversos cuestionarios y los criterios para su análisis.

I. Pruebas de Matemática y Español.

Para evaluar los resultados deben tenerse en cuenta dos niveles de referencia empírica: cada Estado y el conjunto de los 13 estados involucrados en el estudio. *A nivel de Estado*, la muestra debe considerarse estratificada, no auto-ponderada, por conglomerado y de selección bi-etápica aleatoria, con probabilidades iguales para todos los alumnos. En este caso, los estratos son el área urbana y el área rural y los conglomerados son las escuelas. En cada Estado, las escuelas se seleccionaron aleatoriamente y dentro de cada escuela, se seleccionaron aleatoriamente 20 alumnos de 3º grado y 20 alumnos de 4º grado. En el caso de haber más de un grupo en cada grado, la selección es aleatoria sistemática y proporcional al número de alumnos en cada grupo. Este diseño “arrastra” la muestra de los otros actores incluidos (Padres, Maestros y Directores). *Para la totalidad de la muestra*, además del área geográfica, los Estados también deben ser considerados como un estrato.

Ponderaciones. Dado que existe variación en las cantidades de alumnos por escuela y de escuelas por Estados, se requiere ponderar los estratos para producir estimaciones comparables entre Estados e insesgadas para el conjunto. Esta operación es particularmente relevante para el análisis del nivel y distribución de los logros escolares, mientras que tiene una importancia secundaria cuando se trata de inferir conclusiones acerca de los factores que inciden sobre el rendimiento escolar. Por lo tanto, la definición y el uso de los ponderadores son particularmente necesarios cuando ambas variables de estratificación estén implicadas en la estimación del nivel de logro escolar.

En la muestra de cada Estado, la ponderación de cada alumno i dentro de la escuela j del estrato k (urbano/rural) se define así:

*Número de estudiantes en la muestra del Estado * la proporción del estrato k en la población del Estado * el inverso del número de escuelas en el estrato * el inverso del número de estudiantes en la escuela.*

En la muestra del conjunto de los Estado (muestra total), se trabaja con la combinación de las dos estratificaciones: área geográfica (k) y Estado (l). Dado que son 13 Estados, teóricamente habría que esperar la configuración de 26 estratos ($l * k$). Por lo tanto, la ponderación de cada alumno i dentro de la escuela j del estrato k (urbano/rural) l (Estado) se define así:

*El número de estudiantes en la muestra total * la proporción del estrato kl en la población total * el inverso del número de escuelas en el estrato kl* el inverso del número de estudiantes en la escuela*

Muestra real de Pruebas. En la **Tabla A-1** se presenta la cantidad de pruebas efectivamente aplicadas por Estado y área geográfica. Más allá de la variación en las tasas de cobertura, se observa que no se cuenta con la variable de estratificación en la muestra de un Estado (Guanajuato) y que en cuatro Estados (Baja California Sur, Hidalgo, Nuevo León y Puebla) no se evaluaron alumnos del área rural. Para maximizar el uso de los datos, esta situación obliga a trabajar con diferentes archivos según sea el propósito del análisis. Se identifican las siguientes opciones de archivo:

Tabla A-1. Número de alumnos evaluados por materia y área geográfica, y número de escuelas incluidas por área geográfica, según Entidades de la Federación.

ENTIDAD	Alumnos evaluados						Escuelas		
	Prueba de Matemática			Prueba de Lengua			TOTAL *	Ubicación geográfica	
	TOTAL *	Ubicación geográfica		TOTAL *	Ubicación geográfica			Rural	Urbano
		Rural	Urbano		Rural	Urbano			
BAJA CALIFORNIA	998	197	761	996	197	759	25	5	19
BAJA CALIFORNIA SUR	773	----	773	771	----	771	20	----	20
COAHUILA	1917	873	1044	1895	854	1041	50	23	27
CHIHUAHUA	1289	514	755	1276	518	738	41	15	25
DURANGO	1660	606	1054	1660	606	1054	49	21	28
GUANAJUATO	1953	----	----	1948	----	----	50	----	----
HIDALGO	946	----	946	933	----	933	24	----	24
MICHOACÁN	889	612	237	889	612	237	23	16	6
MORELOS	1702	238	1464	1686	238	1448	50	7	43
NUEVO LEÓN	989	----	989	988	----	988	25	----	25
PUEBLA	994	----	994	993	----	993	25	----	25
SAN LUIS POTOSÍ	680	544	105	676	542	103	25	21	3
VERACRUZ	1513	520	993	1496	506	990	49	23	26
TOTAL:	16303	4104	10115	16207	4073	10055	456	132	270
Totales Completos**	10517	4104	6473	10443	4073	6370	258	132	126

(*) Las columnas 'Total' incluyen alumnos y escuelas con y sin identificación de su ubicación urbano/rural;

(**) Incluye sólo alumnos y escuelas de los Estados donde se muestrearon escuelas urbanas y rurales.

(A) *Muestra estatal:* cuando existe la diferenciación urbano/rural es posible obtener estimaciones ponderadas insesgadas. En la **Tabla A-2** se encuentra la distribución proporcional de la población por área geográfica en cada Estado, usadas como bases de ponderación y de acuerdo a la fórmula indicada anteriormente;

A-2. Magnitud y distribución proporcional de la matrícula en 3° y 4° grado de la Educación Básica, por área geográfica, según Entidades.

ENTIDAD	Total	Alumnos matriculados			
		n° absolutos		Proporción	
		Rural	Urbano	Rural	Urbano
BAJA CALIFORNIA	97250	16916	80334	0,173941	0,826058
BAJA CALIFORNIA SUR	18174	4868	13306	0,267845	0,732154
COAHUILA	94312	13036	81276	0,138221	0,861778
CHIHUAHUA	134683	29212	105471	0,216893	0,783106
DURANGO	75757	31718	44039	0,418675	0,581324
GUANAJUATO	241052	100124	140928	0,415361	0,584638
HIDALGO	121377	69580	51797	0,573250	0,426749
MICHOACÁN	217564	99490	118074	0,457290	0,542709
MORELOS	68117	9345	58772	0,137189	0,862810
NUEVO LEÓN	135128	11918	123210	0,088197	0,911802
PUEBLA	257924	117159	140765	0,454236	0,545763
SAN LUIS POTOSÍ	121152	62220	58932	0,513568	0,486431
VERACRUZ	340813	167242	173571	0,490714	0,509285
Total:	1926480	732828	1193652	0,380397	0,619602

(B) *Muestra 'completa'*: incluye solamente a los Estados donde se evaluaron alumnos en ambas áreas geográficas y existe la indicación de la pertenencia al estrato urbano/rural. En este caso, la ponderación considera simultáneamente la población total del Estado y su distribución en ambas áreas geográficas. En la **Tabla A-3** se presentan los valores de ponderación proporcional para cada Estado y área geográfica. De esta forma, es posible obtener estimaciones insesgadas para ese conjunto de Estados, de acuerdo a la fórmula indicada anteriormente.

A-3. Magnitud y distribución proporcional de la matrícula total en 3° y 4° grado de la Educación Básica en los Estados con muestra en ambas áreas geográficas, por área geográfica y Entidades.

ENTIDAD	Alumnos matriculados				
	Total	Número absoluto		Proporción	
		Area geográfica		Area geográfica	
		Rural	Urbano	Rural	Urbano
BAJA CALIFORNIA	97251	16916	80335	0,014714	0,069877
COAHUILA	94313	13036	81277	0,011339	0,070697
CHIHUAHUA	134684	29212	105472	0,025409	0,091742
DURANGO	75758	31718	44040	0,027589	0,038307
MICHOACÁN	217564	99490	118074	0,086539	0,102704
MORELOS	68117	9345	58772	0,008128	0,051121
SAN LUIS POTOSÍ	121152	62220	58932	0,054120	0,051260
VERACRUZ	340813	167242	173571	0,145471	0,150976
Total:	1149652	429179	720473	0,373312	0,626687

Ejemplo de ponderación de un alumno de la Escuela = 3 del área urbana de Baja California en la prueba de Matemática: el total de alumnos es 10.517 (Tabla A-1); la proporción de la población en ese estrato (Baja California urbano) es 0,0699 (Tabla A-3); en la Escuela=3 se evaluaron 40 alumnos y en la muestra entraron 19 escuelas del área urbana de Baja California. La ponderación de cada alumno en aquella escuela es $10.517 * 0,0699 * (1/19) * (1/40) = 0,967$

C) *Muestra 'cuasi-total'*: incluye a todos los registros que poseen indicación del área geográfica. Prácticamente, es el total de muestra, excepto Guanajuato, por no disponer de la variable urbano/rural. Con este conjunto no se puede obtener estimaciones insesgadas del nivel de logro porque no es posible aplicar la ponderación urbano-rural. Sin embargo, es útil para explorar las diferencias urbano/rural;

(D) *Muestra total*: al archivo anterior se agregan los registros de Guanajuato. Permite realizar los análisis de factores del rendimiento con excepción de la variable geográfica.

II. Los cuestionarios.

En estudios como el presente, en los cuales además del instrumento principal – las pruebas de aprendizaje –, se incluyen otros, más complejos y auto-aplicados, con la pretensión de unirlos adecuadamente a las pruebas a través de un sistema de códigos de identificación, es bastante frecuente que la magnitud de la muestra obtenida con las pruebas sea afectada. Ello sucede porque (i) el cuestionario no se aplica, (ii) se aplica pero no se registran correctamente los códigos de identificación del encuestado (Ej.: alumno, padre, docente) o (iii) la variable analizada no es respondida. La magnitud de cada una de estas situaciones hace variar el nivel de cobertura efectivo de la muestra relevada. Esa variación depende entre otros factores, de la calidad de los criterios y cuidados metodológicos, de la capacitación del personal y del control operacional de la aplicación en campo, del compromiso efectivo de las autoridades escolares, de los recursos disponibles.

La pérdida importante de información tiene al menos dos consecuencias. En primer lugar, el sistema de ponderación puede perder confiabilidad, especialmente cuando la pérdida se asocia a alguna de las variables de estratificación. Sin embargo, en los estudios cuyo objetivo principal es identificar factores que explican las desigualdades de rendimiento académico entre alumnos y entre escuelas, este aspecto tiene un carácter secundario.

En segundo lugar, se requiere definir criterios razonables de imputación de valor a los casos perdidos (“missing”). La confiabilidad y la credibilidad de los resultados del análisis -identificación de factores – dependerán tanto de la cantidad de asignaciones de valores, como de la razonabilidad de los criterios utilizados.

En el presente estudio fueron aplicados además de las dos pruebas, cinco cuestionarios adicionales. Dos de ellos – cuestionarios de alumno y de padre – corresponden al mismo nivel de agregación de las pruebas – el alumno. En el **Cuadro A-4** se presenta el número total de pruebas (Matemática o Español), cuestionarios de padres y

de alumnos (=18.383), distribuidos por su situación de enlace con los otros y por Entidad.

Interesa aquí resaltar dos situaciones: (i) existen diferencias importante en la cobertura estatal de ambos cuestionarios: mientras el cuestionario de alumno no fue aplicado en tres Entidades (Baja California Sur, Guanajuato y Nuevo León), el de padre sólo no se aplicó en Guanajuato; (ii) por otro lado, la unión prueba-alumno es más alta que la de prueba-padre.

A-4 Número de pruebas, cuestionarios de alumno y cuestionario de padre, según situación de enlace entre ellos, por Entidad.

ENTIDAD	Pruebas y cuestionarios enlazados							TOTAL
	Padre Alumno Prueba	Padre Prueba	Alumno Prueba	Padre Alumno	Solo Alumno	Solo Padre	Solo Prueba	
Baja California	704	10	249		1	27	33	1024
Baja California Sur		545				181	230	956
Coahuila	1479	42	379	33	42	86	31	2092
Chihuahua	1021	22	216	20	16	205	86	1586
Durango	1252	12	324	19	2	1	80	1690
Guanajuato							1978	1978
Hidalgo	788	20	136	9	2	1	3	959
Michoacán	741	3	134	6	4	4	11	903
Morelos	1158	3	454	60	41	168	140	2024
Nuevo León						812	991	1803
Puebla	820		160	2		17	16	1015
San Luis Potosí	566	11	111	32	7	2	16	745
Veracruz	1149	148	197	12	44	22	36	1608
TOTAL	9678	816	2360	193	159	1526	3651	18383

Bajo el criterio de maximización del uso de las informaciones recogidas, y dado las situaciones apuntadas anteriormente, se decidió desarrollar el análisis de los factores del rendimiento en dos etapas. En la primera, se analizan las variables contenidas en el cuestionario de Padre (Capítulos III y IV); en la segunda, se incorporan las variables del cuestionario de Alumno (Capítulo V). Obviamente, las bases de datos de ambas etapas no son las mismas.

Además, se adoptaron los siguientes criterios para la imputación de valores a los 'missing', definidos en relación al total de pruebas efectivamente obtenidas:

1. para cada ítem, se calculó el promedio en la escuela con base en todos los cuestionarios relevados, se hubiesen o no unido a las pruebas;
2. cuando el ítem 'missing' pertenece a un cuestionario unido con una prueba, se le asigna el promedio de la escuela en ese ítem;
3. si en una escuela existen cuestionarios de padre pero ninguno se unió a alguna prueba, se asigna igualmente el promedio en la escuela;
4. si en una escuela no existen cuestionario de padre, se asigna el promedio de la Entidad.

Con el objeto de fundamentar y evaluar las decisiones anteriores, a continuación se presentan las informaciones muestrales pertinentes, primero para padres y posteriormente, para padres y alumnos juntos, teniendo como referencia las muestras efectivas de las pruebas de Matemática y de Español.

II.1 El cuestionario de Padres

En el **Cuadro A-5** se presentan las cantidades y los indicadores relativos a la cobertura del cuestionario de padre y de las pruebas de Matemática y Lengua. Se observa que las coberturas de Matemática y Lengua son muy similares. Los cuestionarios de padres efectivamente relevados representan casi 75% del total de pruebas. Casi la mitad de esta diferencia se debe a no disponerse del cuestionario en Guadalajara. Pero, por otra parte, los modelos Prueba-Padre analizados (Capítulos III y IV) incluyeron poco más del 85% del total de pruebas aplicadas. Para alcanzar este nivel de cobertura se imputaron valores (ver arriba el procedimiento de imputación) a cerca del 25% de la muestra analizada en los modelos. El impacto de este procedimiento varía entre las Entidades. Informaciones no presentadas indican que, en Nuevo León por ejemplo, no se pudo unir ningún padre con la prueba correspondiente (por faltar el código del alumno) y por lo tanto, la totalidad de las variables del cuestionario de padre se refieren a los promedios escolares. En Hidalgo y en San Luis Potosí, en cambio, la casi totalidad de los cuestionarios de padre se unieron con las pruebas.

A-5. Cantidad y porcentaje de pruebas y cuestionarios de padres en diferentes situaciones. Matemática y Español

Indicadores	(%)	Matemática		Lengua	
		N	(%)	N	(%)
1. Total de PRUEBA	-----	16303	100,00	16207	100,00
2. en Entidades con PADRE	(2/1)	14350	88,02	14259	87,98
3. Total cuestionarios PADRE	(3/1)	12213	74,91	12213	75,36
4. Modelos PRUEBA y PADRE	(4/1)	13928	85,43	13827	85,31
5. PRUEBA con PADRE	(5/4)	10400	74,67	10368	74,98
6. PADRES imputados	(6/4)	3528	25,33	3459	25,02
7. Total de PRUEBA 'perdidas'	(7/1)	2375	14,57	2380	14,69
8. en Entidades con PADRE	(8/1)	422	2,59	432	2,67
9. Total de registros	-----	18173	-----	18077	-----

II.2 Los cuestionarios de Alumnos y Padres

Las cantidades y los indicadores relativos a la cobertura del cuestionario de Alumno y de las pruebas de Matemática y Lengua se presentan en el **Cuadro A-6**. Al igual que en el punto anterior, las coberturas de Matemática y Lengua son muy similares. Los cuestionarios de Alumno relevados representan el 75% del total de Pruebas. Casi la totalidad de esa diferencia se debe a no disponerse del cuestionario en tres Entidades (Baja

California Sur, Guanajuato y Nuevo León). En los Estados donde se aplicó el Cuestionario, la cobertura en relación a las pruebas aplicadas fue alta. Los modelos Pruebas-Alumno (Capítulo V) incluyeron el 75% del total de pruebas aplicadas. A diferencia del cuestionario de Padre, la imputación de valores es muy baja – alrededor del 3%.

A-5. Cantidad y porcentaje de pruebas y cuestionarios de Alumno en diferentes situaciones. Matemática y Español

Indicadores	(%)	Matemática		Español	
		n	(%)	n	(%)
1. Total de PRUEBAS	-----	16303	100,00	16207	100,00
2. en Entidades con ALUMNO	(2/1)	12582	77,18	12492	77,08
3. Total cuestionarios ALUMNO	(3/1)	12197	74,81	12197	75,26
4. Modelos PRUEBAS y ALUMNO	(4/1)	12260	75,20	12164	75,05
5. PRUEBAS con ALUMNO	(5/4)	11876	96,87	11857	97,48
6. ALUMNO imputados	(6/4)	384	3,13	307	2,52
7. Total de PRUEBAS ‘perdidas’	(7/1)	4043	24,80	4043	24,95
8. en Entidades con ALUMNO	(8/1)	322	1,98	328	2,02
9. Total de registros	-----	18173	-----	18077	-----

En resumen, el cuestionario de Padre estuvo disponible en casi todas las Entidades, pero con serias deficiencias de cobertura en algunas de ellas. Por otra parte, el cuestionario de Alumno faltó en más Estados, pero tuvo menores problemas de enlace. Es razonable pensar que ambas situaciones – omisión e imputación – hayan disminuido los niveles de variabilidad y de correlación, es decir, las estimaciones presentadas podrían estar levemente subestimadas.

B-II.1 - Descomposición de la varianza y (error estándar), estimación de interacción área geográfica-grado, y 'aleatorización' del efecto del grado. Matemática y Lengua -Total

INDICADORES	MATEMATICA						ESPAÑOL					
	Modelo "vacío"		Modelo A		Modelo B		Modelo "vacío"		Modelo A		Modelo B	
	Estima- ción	Error Std.	Estima- ción	Error std	Estima- ción	Error Std.	Estima- ción	Error Std.	Estima- ción	Error Std..	Estima- ción	Error Std.
Parte Fija	243	(2,97)	222	(2,92)	223	(3,05)	268	(3,97)	240	(3,77)	242	(4,00)
Promedio												
Urbano			13,1	(2,55)	11,6	(2,81)			20,0	(3,39)	16,6	(3,76)
Cuarto			23,5	(0,73)	21,2	(2,12)			28,2	(0,96)	24,0	(2,65)
Urbano*Cuarto					3,1	(2,55)					6,2	(3,17)
Parte aleatoria	90,4	(43,0)	48,1	(25,66)	47,8	(25,40)	161,1	(76,90)	76,0	(41,61)	77,9	(42,01)
Estado												
Escuela	402,7	(33,28)	390,1	(32,04)	453,8	(40,191)	736,6	(60,42)	692,9	(56,59)	827,2	(72,74)
Promedio/Cuarto					-147,6	(30,64)					-265,9	(51,71)
Cuarto/Cuarto					337,4	(38,63)					476,8	(59,44)
Alumno	2015,6	(24,25)	1873,9	(22,55)	1788,1	(21,82)	3426,6	(41,36)	3223,9	(38,92)	3104,3	(38,91)
Test de máxima verosimilitud (n alumnos =) (n escuelas =)	149389,6		148361,9		148098,1		155958,0		155089,9		154898,5	
			14219,6						14128			
			402						402			

B – II.2 – Descomposición de la varianza y (error estándar), estimación de interacción área geográfica-grado, y 'aleatorización' del efecto del grado. Matemática y Español

INDICADORES Y ESTADOS	MATEMATICA			ESPAÑOL		
	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B
COAHUILA						
Promedio	242	218	218	272	237	244
Err. Std.	(3,35)	(4,68)	(4,82)	(4,49)	(5,91)	(5,27)
Urbano		16,7	17,1		22,7	14,7
Err. Std.		(6,17)	(6,79)		(3,65)	(5,53)
Cuarto		27,3	29,0		39,2	26,2
Err. Std.		(3,10)	(4,42)		(3,65)	(5,53)
Ubica*Grado			-2,0			15,1
Err. Std.			(5,66)			(6,88)
<i>Escuela</i>	473,1	410,3	---	834,6	745,5	---
Prom/Cuarto			-100,0			-115,3
Err. Std.			(76,56)			(130,10)
Cuarto/Cuarto			172,9			158,3
Err. Std.			(93,24)			(126,47)
<i>Alumno</i>	1960,0	1772,4	1726,8	3891,9	3510,2	3464,2
Test	20170,4	19970,7	19953,5	21088,0	20924,2	20911,1
(n alumnos =)		1917			1895	
(n escuelas =)		50			50	
DURANGO						
Promedio	242	220	224	262	236	242
Err. Std.	(3,24)	(5,62)	(7,06)	(4,89)	(8,06)	(9,90)
Urbano		17,7	11,7		30,4	20,6
Err. Std.		(6,18)	(8,39)		(8,99)	(11,84)
Cuarto		24,1	17,4		17,3	7,5
Err. Std.		(3,74)	7,06)		(5,66)	(10,78)
Ubica*Grado			11,8			16,4
Err. Std.			7,92			12,10
<i>Escuela</i>	460,4	400,6	---	1075,8	871,9	---
Prom/Cuarto			-393,4			-812,1
Err. Std.			(152,48)			(412,97)
Cuarto/Cuarto			476,4			1174,5
Err. Std.			(156,02)			(383,26)
<i>Alumno</i>	1839,3	1691,3	1564,07	3226,5	3149,8	2840,0
Test	17300,8	17177,4	17115,8	18311,3	18263,6	18167,7
(n alumnos =)		1660			1660	
(n escuelas =)		49			49	

(continuación)

B – II. 2 Descomposición de la varianza y (error estándar), estimación de interacción área geográfica-grado, y 'aleatorización' del efecto del grado. Matemática y Español

INDICADORES	MATEMATICA			ESPAÑOL		
	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B	Modelo "vacío"	Modelo A	Modelo B
VERACRUZ						
Promedio	242	215	213	267	230	230
Err. Std.	(3,60)	(4,92)	(5,26)	(4,99)	(6,88)	(7,42)
Urbano		29,3	34,6		43,4	43,6
Err. Std.		(5,94)	(6,44)		(7,87)	(9,52)
Cuarto		23,1	28,9		31,1	31,5
Err. Std.		(3,30)	(4,97)		(4,87)	(7,93)
Ubica*Grado			-10,7			-0,36
Err. Std.			6,26			(9,97)
<i>Escuela</i>	<i>575,6</i>	<i>369,2</i>	<i>----</i>	<i>1115,5</i>	<i>641,9</i>	<i>---</i>
Prom/Cuarto			84,1			-500,2
Err. Std.			(64,55)			(229,85)
Cuarto/Cuarto			255,3*			819,5
Err. Std.			(127,32)			(351,6)
<i>Alumno</i>	<i>1803,0</i>	<i>1668,0</i>	<i>15986,</i>	<i>29827,8</i>	<i>27540,0</i>	<i>25645,6</i>
Test	15828,1	15730,3	15721,8	18383,5	18253,3	18168,5
(n alumnos =)		1513			1496	
(n escuelas =)		49			49	

B-III.1 - Modelo 'vacío' y efecto, error estándar y test de máxima verosimilitud de cada una de las características del alumno y su familia – Matemática y Español

Modelo 'vacío e indicadores	MATEMÁTICA				ESPAÑOL			
	Efecto	err.std.		Test	Efecto	err. std.		Test
Modelo 'vacío'								
Entidad	97,488	45,950	***		198,664	91,689	***	
Escuela	401,427	33,324	***		687,064	57,130	***	
Alumno	2007,504	24,407	***		3415,137	41,676	***	
	2506,419			146285	4300,865			152577
Indicador								
urbano	13,78	2,55	***	146258	22,44	3,301	***	152535
urbanizar	5,45	0,861	***	146251	8,15	1,120	***	152531
cuarto	23,56	0,735	***	145293	28,08	0,968	***	151760
educacion	1,81	0,138	***	146120	2,49	0,180	***	152396
educ_max	2,686	0,225	***	146147	3,72	0,294	***	152424
secundaria	12,77	1,043	***	146140	16,45	1,365	***	152437
libros	5,01	0,594	***	146215	8,07	0,774	***	152470
mediodia	2,35	1,019	***	146280	4,03	1,331	***	152567
hr_hogar	0,30	0,516	ns	146285	1,245	0,675	ns	152573
repite	-12,29	1,038	***	146146	-16,10	1,357	***	152437
repitencia	-10,59	0,867	***	146137	-14,16	1,135	***	152422
pre_esc	3,32	.969	***	146273	5,43	1,266	***	152558
an_presc	1,70	0,354	***	146262	2,73	0,463	***	152542
debe_rec	-3,96	0,398	***	146187	-5,10	0,521	***	152481
gust_est	5,52	0,366	***	146060	7,37	0,479	***	152342
usa_lib	6,04	0,664	***	146203	7,91	0,870	***	152494
maest_fam	2,675	0,575	***	146263	3,57	0,753	***	152554
inv_pad	2,20	0,479	***	146264	3,44	0,626	***	152546
lect_pad	1,56	0,313	***	146260	2,66	0,409	***	152535
conv_pad	-4,49	0,756	***	146250	-8,96	0,985	***	152495
prob_esc	-0,90	0,143	***	146248	-1,15	0,187	***	152539
recur_esc	3,193	0,461	***	146237	3,59	0,603	***	152541
mae_falta	0,951	0,637	ns	146283	1,43	0,830	ns	152574
tarea_frec	-0,499	0,804	ns	146285	1,64	1,049	ns	152574
tarea_int	0,055	1,541	ns	146285	0,900	2,015	ns	152576

(*) Prob.<0.05; (**) Prob.<0.01; (***) Prob.<0.001.; ns: no significativo

B-III.2 - Modelos multinivel – Efecto de las variables individuales del alumno y su familia – Matemática y Español.

Indicadores	MATEMATICA				ESPAÑOL			
	Modelo A		Modelo B		Modelo A		Modelo B	
	Efecto	err. std.	Efecto	err.std.	Efecto	err. std.	Efecto	err.std.
urbaniza	4,21	0,779	3,98	0,773	6,25	0,988	5,91	0,968
cuarto	23,56	0,728	23,3	0,723	28,04	0,959	27,91	0,951
repitencia	-9,03	0,840	-7,09	0,842	-11,92	1,106	-9,08	1,109
an_presc	0,757	0,342	0,528	0,340	1,42	0,450	1,07	0,447
educación	0,878	0,230	0,80	0,228	1,37	0,302	1,62	0,186
secundaria	4,861	1,689	4,41	1,675	3,92	2,218		
libros	2,25	0,599	0,586	0,689	4,49	0,785	2,77	0,903
mediodia	-0,34	0,990			0,21	1,300		
debe_rec			-2,18	0,385			-2,66	0,506
gust_est			4,25	0,362			5,57	0,476
usa_lib			1,88	0,753			1,12	0,989
inv_pad			0,777	0,464			1,20	0,609
lect_pad			0,370	0,309			0,87	0,406
conv_pad			-1,43	0,738			-4,76	0,967
prob_esc			-0,26	0,149			-0,377	0,197
recur_esc			1,18	0,480			0,705	0,629
maest_fam			1,16	0,566			1,42	0,743
mae_falta			0,16	0,620			-0,205	0,813
tarea_frec			-0,80	0,771			1,20	1,009
tarea_int			-1,16	1,460			-0,612	1,017
<i>NIVELES</i>								
Entidad	15,4	10,985	17,6	11,903	38,8	23,493	37,3	22,462
Escuela	309,9	26,324	299,8	25,590	471,2	40,927	447,9	39,098
Alumno	1831,9	22,272	1798,0	21,876	3152,79	38,473	3091,7	37,727
Total	2506,4		2115,4		3662,75		3576,9	
Test	144938,6		144675,1		151358,8		151077,9	

B – III.3 - Modelos multinivel – Efecto de las variables individuales del alumno y su familia, y de los recursos institucionales – Matemática y Español.

Indicador	MATEMATICA				ESPAÑOL			
	Modelo C		Modelo D		Modelo C		Modelo D	
	Efecto	err. std.	Efecto	err.std.	Efecto	err. std.	Efecto	err.std.
urbaniza	1,41	0,787	1,31	0,775	1,84	0,934	1,11	0,951
cuarto	23,27	0,722	23,27	0,722	27,96	0,950	27,95	0,950
repitencia	-7,11	0,847	-7,03	0,840	-8,73	1,119	-8,60	1,106
an_presc					0,82	0,456	0,95	0,444
educación	0,73	0,225	0,73	0,225	1,24	0,191	1,22	0,191
secundaria	3,95	1,672	3,95	1,672				
libros					2,76	0,795	2,91	0,784
debe_rec	-2,22	0,388	-2,21	0,388	-2,67	0,511	-2,63	0,504
gust_est	4,34	0,360	4,36	0,360	5,56	0,478	5,56	0,474
usa_lib	2,34	0,651	2,34	0,651				
maest_fam	1,05	0,556	1,24	0,556	1,25	0,732	1,24	0,732
inv_pad					1,35	0,617	1,29	0,606
lect_pad					0,95	0,406	0,94	0,402
conv_pad					-4,41	0,973	-4,39	0,973
prob_esc					-0,39	0,184	-0,43	0,180
recur_esc	1,51	0,450	1,44	0,450				
repite_e	3,25	6,258			6,29	7,440		
educap_e	4,05	0,631	3,44	0,500	4,35	0,899	4,69	0,716
libros_e					6,42	4,868		
anpresc_e					2,79	1,990		
debe_rec_e	-0,13	2,686			1,38	3,180		
gustest_e	0,914	3,114			-0,11	3,668		
usalib_e	0,39	4,212			----			
maefam_e	6,41	3,458			7,112	4,081	9,65	3,809
invpad_e					-2,19	3,297		
lectpad_e					0,58	2,748		
convpad_e					-19,03	7,550	-20,16	7,192
probesc_e					-1,56	0,921		
Recurso_e	-1,91	2,348						
matdid_dir			1,61	0,479				
Recu_adm							1,72	0,836
<i>NIVELES</i>								
Entidad	6,25	6,464	5,14	5,922	7,37	8,204	14,61	11,284
Escuela	256,15	22,358	251,32	22,006	320,72	29,850	318,84	29,726
Alumno	1799,7	21,881	1799,8	21,881	3090,81	37,715	3091,09	37,718
Total	2062,1		2056,3		3418,87		3424,5	
TEST	144630.4		144623.6		150959.8		150962.9	

B-IV.1. Valor del test de máxima verosimilitud de cada indicador en el modelo 'vacío' y en el Modelo D - Matemática y Español

Indicadores	MATEMATICA		ESPAÑOL	
	Con Modelo 'vacío'	Con Modelo D	Con Modelo 'vacío'	Con Modelo D
<i>Modelos de referencia</i>	146285,0	144623,6	152576,5	150962,9
Cultura Escolar				
part_padd	146253,1 ***	144622,2	152539,0 ***	150961,9
part_padm	146269,1 ***	144623,5	152547,8 ***	150962,3
expe_mar	146263,4 ***	144620,5 *	152550,3 ***	150958,3 *
Expect_dir	146247,4 ***	144616,5 **	152546,9 ***	150959,0 *
Atrib_fam	146274,6 ***	144620,1	152563,4 ***	150957,1 *
Atrib_alu	146281,5	144623,5	152563,8 ***	150961,8
Atrib_rec	146284,9	144623,6	152576,5	150962,8
Atrib_ped	146283,5	144623,1	152576,4	150962,8
autono_dir	146274,4 ***	144623,6	152564,3 ***	150962,9
auto_ped_dir	146284,2	144622,9	152574,6	150962,7
auto_ger_dir	146283,8	144623,5	152576,3	150962,7
auto_mae	146283,8	144621,5	152576,3	150962,8
lid_dir_d	146283,1	144623,6	152575,1	150962,8
lid_dir_m	146285,0	144622,4	152576,5	150961,1
sal_adec	146281,4 *	144622,3	152573,9	150962,6
no_agota	146284,2	144622,7	152576,5	150962,7
otro_trab	146284,9	144623,4	152576,4	150961,3
Cond_lab	146285,0	144623,3	152576,5	150962,8
Satis_trab	146284,4	144623,3	152576,5	150962,0
Prácticas de aula				
amb_edu	146278,1 **	144621,4	152571,2 *	150962,5
disc_amb	146276,3 ***	144620,4 *	152572,7 *	150962,8
disc_aula	146281,5	144622,1	152576,1	150962,8
au_simple	146262,2 ***	144622,0	152552,0 ***	150960,9
retro_al	146282,7	144619,3 *	152574,3	150954,7 ***
retro_ens	146285,0	144622,9	152576,2	150960,9
agrupa	146285,0	144623,4	152576,4	150962,5
evalua	146284,8	144623,5	152576,4	150962,3
hs_esp/mat	146284,9	144623,6	152576,5	150962,3
tiemp_esp/mat	146285,0	144623,6	152576,5	150962,9

(*) Prob. $\leq 0,05$; (**) Prob. $\leq 0,01$; (***) Prob. $\leq 0,001$.

NOTA: El nivel de significación se determina por la diferencia entre los valores del test de máxima verosimilitud del modelo de referencia ('vacío' o 'Modelo D') y del modelo que resulta al adicionarle la variable analizada, con g.l. igual a 1.

B-IV.2. Modelo multinivel – Efecto y error estándar de las variables individuales y familiares del alumno, variables del contexto y variables institucionales - Matemática y Lengua

Indicadores	MATEMATICA			ESPAÑOL		
	Efecto	err.std.		Efecto	err.std.	
urbaniza	1,31	0,775		0,84	0,940	ns
cuarto	23,26	0,722	***	27,96	0,950	***
repitencia	-7,05	0,839	***	-8,62	1,106	***
an_presc				0,97	0,444	*
educación	0,72	0,225	***	1,22	0,191	***
secundaria	3,99	1,670	***			
libros				2,92	0,784	***
debe_rec	-2,21	0,384	***	-2,63	0,504	***
gust_est	4,36	0,358	***	5,56	0,474	***
usa_lib	2,34	0,643	***			
inv_pad				1,30	0,606	*
lect_pad				0,96	0,402	*
conv_pad				-4,38	0,973	***
prob_esc				-0,43	0,180	
recur_esc	1,44	0,441				
maest_fam	1,25	0,548	*	1,24	0,732	ns
educap_e	3,20	0,503	***	4,33	0,716	***
convpad_e				-20,66	7,068	***
maefam_e				9,54	3,752	***
matdid_dir	1,21	0,489	*			
recur_adm				1,51	0,819	ns
expec_dir	2,40	0,872	**	1,93	0,985	*
atrib_fam				3,05	1,286	***
retro_al	-2,68	1,226	*	-4,18	1,433	***
<i>NIVELES</i>						
Entidad	4,87	5,694	ns	12,83	10,35	ns
Escuela	242,97	21,406	***	301,88	28,50	***
Alumno	1799,67	21,880	***	3090,96	37,72	***
Total	2047,51			3405,67		
TEST	144611,8			150945,1		

(*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001.

B-V.1. – Estimación de la varianza del Modelo 'vacío' por niveles y del efecto y error estándar de de las variable del alumno individual y su familia – Matemática y Español

Niveles e indicadores	MATEMÁTICA		ESPAÑOL	
	Efecto	Err. Std.	Efecto	Err. Std.
<i>Modelo 'vacío'</i>				
Entidad	57,33	24,579	150,78	59,21
Escuela	383,48	30,381	680,73	53,509
Alumno	1966,29	25,735	3304,23	43,423
Total	2407,10		4135,74	
<i>Indicador</i>				
femenino	0,62	0,822	11,81	1,064
dida_al	5,01	0,763	6,92	0,993
repitencia	-9,86	0,882	-13,28	1,148
gusta_mat/esp	5,04	0,870	3,70	1,111
tareas_alu	3,19	0,355	6,31	0,461
tarea_fam	-0,13	0,427	-0,27	0,554
apoy_fam	7,29	0,575	10,83	0,746
no-juego	-0,75	0,328	-2,39	0,425
juego	2,13	0,306	3,10	0,397
clima_al	5,24	0,473	6,44	0,614
relac_mae	7,08	0,523	11,03	0,679
infra_al	8,14	0,496	11,52	0,643

B – V2. Modelos Multinivel – Efecto y error estándar de variables individuales de Padre y Alumno – Modelos A' y B' - Matemática y Español

Indicadores y niveles	MATEMÁTICA				ESPAÑOL			
	Modelo A'		Modelo B'		Modelo A'		Modelo B'	
	Efecto	Err. Std.	Efecto	Err. Std.	Efecto	Err. Std.	Efecto	Err. Std.
urbaniza	4,12	0,685	3,10	0,644	6,43	0,879	4,97	0,803
cuarto	25,31	0,928	23,0	0,911	28,96	1,204	25,70	1,173
repitencia	-6,64	0,904	-4,31	0,887	-9,42	1,175	-5,96	1,147
an_presc	0,66	0,341			1,37	0,442	1,17	0,429
educacion	1,21	0,145	1,08	0,137	1,65	0,189	1,36	0,185
libros	2,38	0,596	0,56	0,674	4,88	0,771	3,09	0,756
edad	-2,61	0,489	-2,46	0,475	-1,34	0,632	-1,16	0,611
femenino	0,10	0,789			11,35	1,023	8,76	1,004
dida_al	3,71	0,732	2,74	0,714	4,96	0,949	3,44	0,920
debe_rec			-1,86	0,374			-1,90	0,483
gust_est			3,60	0,351			4,47	0,456
usa_lib			2,06	0,729				
prob_esc							-0,43	0,179
recur_esc			1,28	0,432				
maest_fam			1,02	0,534			1,50	0,690
inv_pad							1,08	0,564
lect_pad							0,771	0,395
conv_pad							-3,70	0,947
gusta_mat			3,70	0,830			-1,35	1,05
apoy_fam			5,53	0,588			8,39	0,758
tareas_alu			1,94	0,404			4,43	0,521
tarea_fam			-1,66	0,432			-2,68	0,557
no-juego			1,03	0,366			0,97	0,471
juego			1,15	0,287			1,74	0,370
infra_al			4,42	0,477			6,37	0,613
clima_al			2,79	0,449			3,13	0,576
relac_mae			4,55	0,500			7,32	0,643
<i>Niveles</i>								
entidad	22,31	12,008	18,29	10,178	64,91	28,853	48,08	22,22
escuela	298,38	24,476	255,67	21,485	468,16	39,218	370,06	32,34
alumno	1797,70	23,523	1704,99	22,315	3012,09	39,563	2820,07	37,03
total	2118,39		1978,95					
test	127499,8		126807,6		132760,0		131889,2	

B – V.3a. Modelos Multinivel – Efecto y error estándar de variables individuales, de contexto e institucionales (Padre, Alumno, Maestro y Director) – Matemática y Español

Indicador	MATEMÁTICA				ESPAÑOL			
	Modelo C'		Modelo D'		Modelo C'		Modelo D'	
	Efecto	Err. Std.	Efecto	Err. Std.	Efecto	Err. Std.	Efecto	Err. Std.
urbaniza	1,65	0,667			1,79	0,778	1,30	0,800
cuarto	22,96	0,911	23,00	0,909	24,78	0,994	24,09	0,994
repitencia	-4,28	0,887	-4,32	0,886	-6,15	1,087	-6,19	1,087
an_presc					1,02	0,427	1,03	0,427
educacion	0,94	0,141	0,94	0,141	1,05	0,189	1,05	0,189
libros					3,04	0,747	3,00	0,747
edad	-2,34	0,484	-2,66	0,479				
femenino					8,83	0,996	8,83	0,996
dida_al	2,69	0,714	2,63	0,713	3,26	0,918	3,21	0,918
debe_rec	-1,88	0,374	-1,90	0,374	-1,86	0,482	-1,88	0,481
gust_est	3,65	0,350	3,65	0,350	4,54	0,453	4,55	0,453
usa_lib	2,28	0,627	2,27	0,627				
prob_esc					-0,38	0,178	-0,38	0,178
recur_esc	1,17	0,430	1,16	0,430				
maest_fam					1,04	0,700		
inv_pad					1,31	0,550	1,27	0,556
conv_pad					-3,44	0,951	-3,46	0,951
gusta_mat	3,79	0,841	3,63	0,829				
apoy_fam	5,22	0,597	5,26	0,595	7,81	0,770	7,82	0,770
tareas_alu	1,77	0,408	1,83	0,407	4,19	0,523	4,32	0,516
tarea_fam	-1,69	0,439	-1,74	0,432	-2,51	0,566	-2,52	0,566
no-juego	0,99	0,370	0,99	0,365	0,86	0,477		
juego	1,12	0,291	1,15	0,287	1,53	0,375	1,53	0,375
infra_al	4,25	0,477	4,17	0,477	5,92	0,610	5,88	0,610
clima_al	2,74	0,448	2,60	0,457	3,00	0,574	2,91	0,587
relac_mae	4,47	0,499	4,20	0,507	7,20	0,641	6,86	0,652
educap_e	1,85	0,545	1,65	0,511	3,40	0,719	2,98	0,735
convpad_e					-14,61	6,461	14,22	6,432
maefam_e					10,38	3,463	11,09	3,457
edad_e	-0,96	1,95			-5,63	2,227	-5,36	2,230
gustmat_e	6,94	4,966			10,32	5,695		
apoyfam_e	8,78	3,416	6,85	3,422	13,76	4,093	12,76	4,108
tarealu_e	7,13	2,483	4,43	2,2000	5,94	2,996		
tarefam_e	-0,06	2,404			-5,87	2,880	-6,68	2,865
nojuego_e	0,50	2,306			0,302	2,776		
juego_e	1,68	1,716			7,74	2,069	6,85	2,089
matdid			0,91	0,425				
recur_adm							1,07	0,748
relame_e			8,91	2,82			9,97	3,338
climaal_e			4,07	2,21			1,65	2,677

B-V.3b. Estimación de la varianza residual y error estándar, por niveles de agregación. Modelos C' y D' - Matemática y Español

Niveles	MATEMATICA				ESPAÑOL			
	Modelo C'		Modelo D'		Modelo C'		Modelo D'	
	Varianza	err. std.	Varianza	err. std.	Varianza	err. std.	Varianza	err. std.
Entidad	13,73	8,31	13,83	8,29	27,69	14,300	28,41	14,497
Escuela	229,24	19,97	224,06	19,49	269,11	25,796	266,07	25,600
Alumno	1706,81	22,32	1705,60	22,31	2819,54	36,99	2819,25	36,994
<i>Total</i>	1949,78							
Test	126767,0		126756,7		131764,0		131759,2	

B-VI.1. Modelos Multinivel – Efecto de los estratos, el origen social del alumno y la 'composición' del alumnado en la escuela- Matemática y Lengua

Indicadores	MODELOS									
	Vacío		A		B		C		D	
	estim	e.s.								
<i>MATEMATICA</i>										
Promedio	253,1	2,04	242,6	5,81	243,6	3,29	247,5	3,09	253,8	2,97
Mega-Pública			15,2	4,34	13,5	4,26	9,5	3,98	3,5	3,87
Mega-Privada			41,1	5,17	39,0	5,16	26,1	5,22	5,8	6,39
Urb-Pública			8,6	4,64	7,4	4,61	4,9	4,00	0,1	3,37
Urb-Priv			33,5	5,81	31,8	5,77	20,3	5,78	2,2	6,32
Cuarto					20,1	1,86	20,1	1,85	20,1	1,84
Repitencia					-5,9	1,51	-5,0	1,48	-5,1	1,43
Educacion							2,18	0,39	1,8	0,41
Libros							3,5	0,95	3,4	0,96
Educap_e									5,2	1,22
<i>Varianza no explicada</i>										
Escuela	484	73,15	353	68,05	354	67,42	277	55,37	221	47,80
Alumno	1496	88,82	1495	88,86	1383	81,48	1367	80,17	1367	80,10
Test	50305,7		50259,0		49903,4		49808,7		49786,9	
<i>LENGUA</i>										
Promedio	248,1	2,69	233,0	3,55	233,9	3,67	239,2	3,23	246,2	3,36
Mega-Pública			19,6	5,44	17,8	5,40	12,5	4,86	5,9	4,64
Mega-Privada			62,2	6,59	60,0	6,50	44,8	5,82	20,2	7,21
Urb-Pública			13,9	5,85	12,6	5,80	9,1	5,00	3,8	4,35
Urb-Priv			46,2	7,36	44,54	7,36	29,0	7,23	8,9	7,9
Cuarto					25,5	2,17	25,6	2,15	25,6	2,15
Repitencia					-6,2	1,63	-5,0	1,60	-5,1	1,55
Educacion							3,2,	0,40	2,8	0,41
Libros							3,9	1,03	3,8	1,02
Educap_e									5,8	1,45
<i>Varianza no explicada</i>										
Escuela	821	116,1	505	75,34	550	95,1	421,8	80,15	350,3	75,80
Alumno	2190	44,00	2187	44,00	1009	111,6	1976	108,9	1976	109,0
Test	52007,3		51950,7		51547,2		51450,7		51430,6	

ORDENAMIENTO DE ESTADOS Y ESCUELAS

En este apéndice se presenta la graficación de las estimaciones de los residuos de los puntajes escalados (Rasch) promedios de las áreas urbanas de los Estados y de las Escuelas urbanas. Las estimaciones se refieren a Matemática y están ordenadas del más bajo al más alto promedio. Los residuos se obtienen en base al modelo “vacío” (sin cualquier predictor) del análisis ‘multinivel’ y por lo tanto, representan la distancia entre el promedio estimado para cada escuela (o cada Estado) y el promedio global estimado para todas las escuelas urbanas (o áreas urbanas de los Estados). Tanto con escuela como con Estados, los promedios estimados se presentan con y sin el intervalo de confianza de la estimación. El método utilizado para definir el intervalo de confianza de cada residuo permite establecer que dos unidades del nivel 3 (Estado) o 2 (escuela) *serán diferentes sólo cuando sus intervalos no tengan ningún punto en común*, o sea, cuando no haya intersección entre ellos.

* Por ser estimaciones de parámetros, los valores de los residuos obtenidos están sujetos a cierta *incertidumbre* (error estándar debido a la variación muestral) y por lo tanto, requieren de la especificación de un *nivel de significación*, con base en el cual se define un intervalo de confianza en torno a la estimación puntual. Tal intervalo delimitará el conjunto de valores *estadísticamente equivalentes* al valor puntual estimado, es decir, todos los valores comprendidos entre los dos extremos del intervalo deberán considerarse equivalente al valor puntual estimado. Además, el método utilizado para definir los intervalos debe permitir la comparación múltiple simultánea, ya que el interés es comparar conjuntamente a todas las Entidades o escuelas incluidas.

Para cumplir estas condiciones, el procedimiento seguido comienza ordenando los residuos de menor a mayor. Enseguida se construye un intervalo alrededor de cada residuo de tal forma que el criterio para juzgar la significación estadística al nivel $(1-\alpha)\%$ para cualquier par de residuos sea la *superposición de sus intervalos de confianza*. Por ejemplo si se considera un par de residuos con un mismo error estándar (*e.s.*) y asumiendo normalidad, la amplitud del intervalo de confianza para juzgar una diferencia significativa al 5% está dado por $\pm 1,39$ (*e.s.*). El procedimiento general define un conjunto de intervalos de confianza para cada residuo *i*. Por ejemplo, para el nivel Estado, cada una tiene asociada un conjunto de intervalos como $\mu \pm c$ (*e.s.*). Para cada posible par de intervalos hay un nivel de significación asociado con el *criterio de superposición* y el valor *c* es determinado de tal forma que el promedio global de todos los pares sea $(1-\alpha)\%$.

En la abscisa se indica el número de orden de cada Estado o escuela. En la ordenada se indica la magnitud de los "residuos", es decir, de las distancias del rendimiento promedio de cada Estado o escuela respecto del promedio global. Por tratarse de residuos respecto a la media, esta variable tiene su media igual a 0 (cero), valor que representa el rendimiento promedio (esperado) para todas los Estados o escuelas e indicado en el gráfico por la línea punteada paralela a la abscisa. Los residuos se ubican por encima (positivos) y por debajo

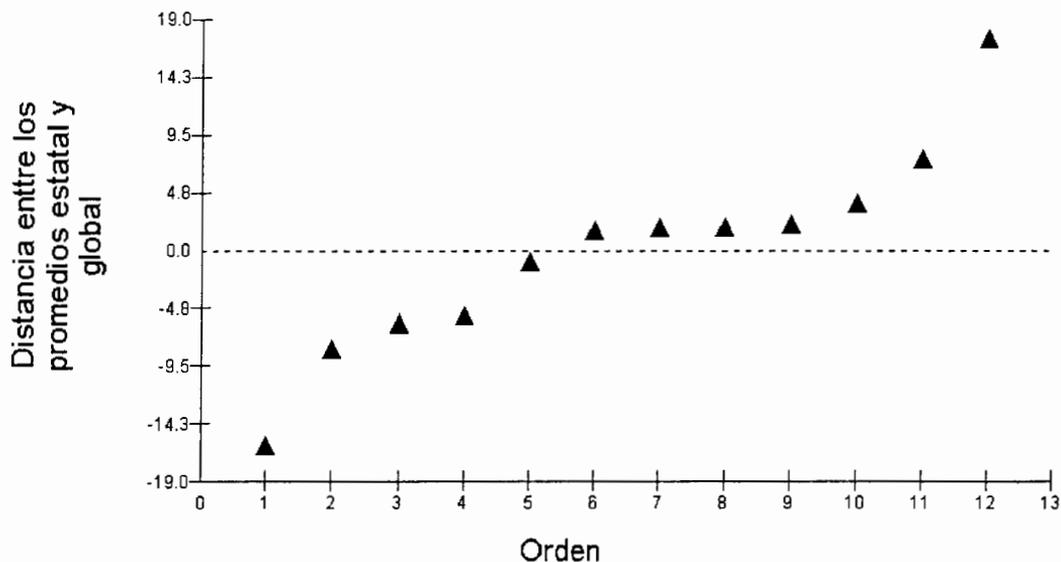
(negativos) de esa línea. El intervalo de cada residuo está definido por todos los puntos comprendidos en el segmento cuyo centro es precisamente, la estimación "puntual" del residuo correspondiente.

Comparando los dos gráficos referidos a los Estados, a simple vista se descubre que Estados aparentemente diferentes en base a la estimación "puntual" del rendimiento promedio, en realidad no lo son cuando se considera el *criterio de superposición*. Así por ejemplo, el Estado que alcanzó el rendimiento promedio "puntual" más bajo (primero en el extremo izquierdo del gráfico) es estadísticamente similar al 2º, 3º y 4º, a pesar de la aparente lejanía entre los valores puntuales estimados. Los datos no permiten establecer diferencias significativas entre el 2º más bajo y el ubicado en el 10º lugar. Queda representada así la baja importancia relativa que tiene la variación inter-estatal en la variación total del logro escolar. La comparación entre las escuelas

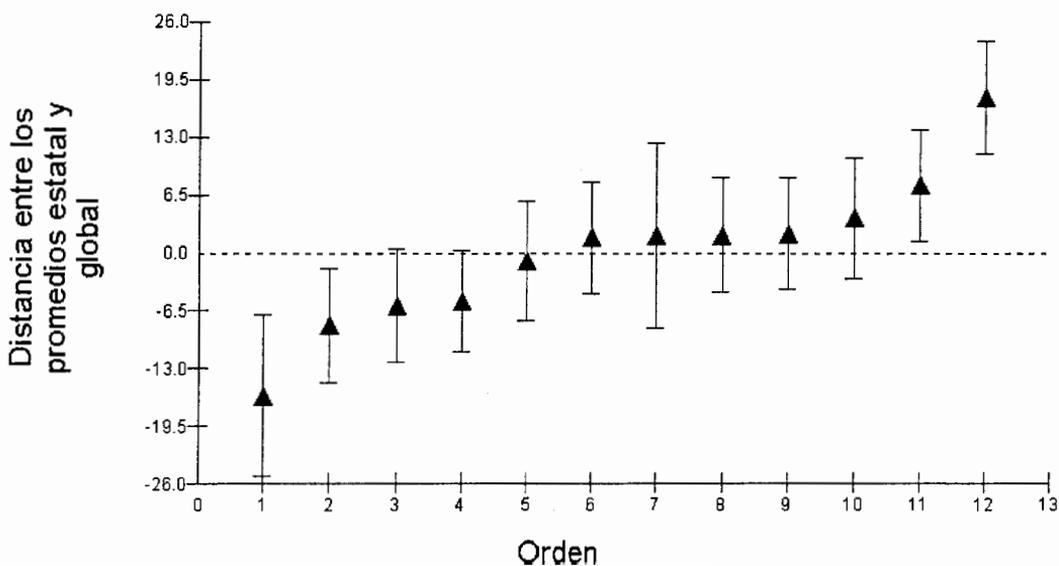
La gran cantidad de escuelas graficadas no permite la visualización de cada una de ellas. Sin embargo, también conduce a la conclusión de que una gran cantidad de escuelas son estadísticamente equivalentes cuando se atiende al intervalo de confianza. A modo de ejemplo, adviértase que aproximadamente la mitad de las escuelas contienen el promedio global (línea punteada) en su intervalos de confianza y por tanto, son iguales entre sí.

Estos resultados confirman la idea de que *un ordenamiento basado exclusivamente en el puntaje promedio "puntual" estimado para cada unidad (Estado o escuela) conduce a una lectura incorrecta de los datos*. Toda estimación debe ir acompañada del "intervalo" correspondiente. De esta forma, podrá ser más aceptable cualquier juicio comparativo entre unidades agregadas, ya se trate de Estados o de escuelas. Puede percibirse intuitivamente que si a estos ordenamientos iniciales se los 'controla' por la composición socioeconómica del alumnado, las diferencias entre escuelas o Estados serán aún menores.

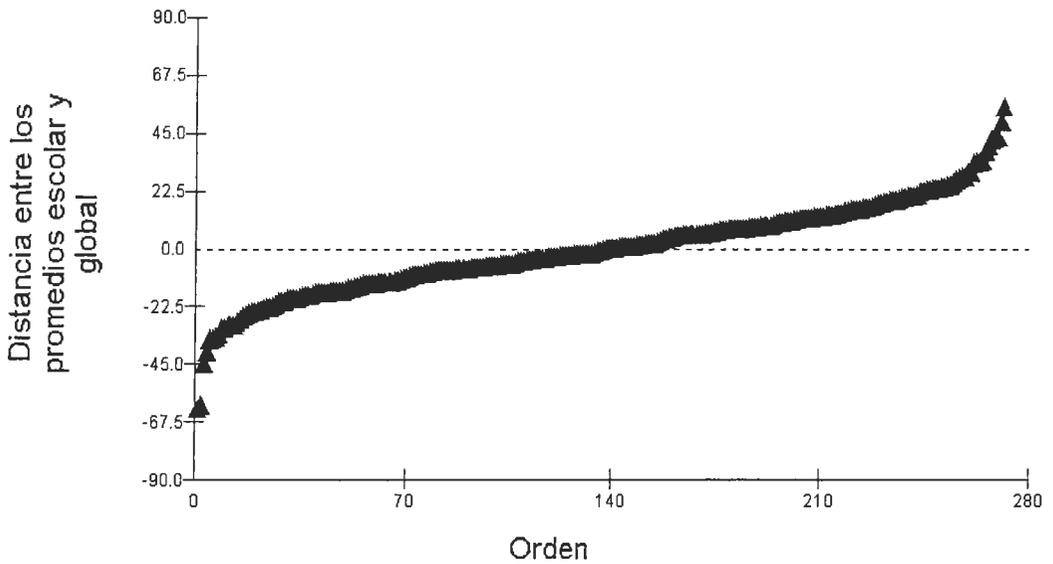
Estados ordenados por la distancia entre promedio estatal y promedio global



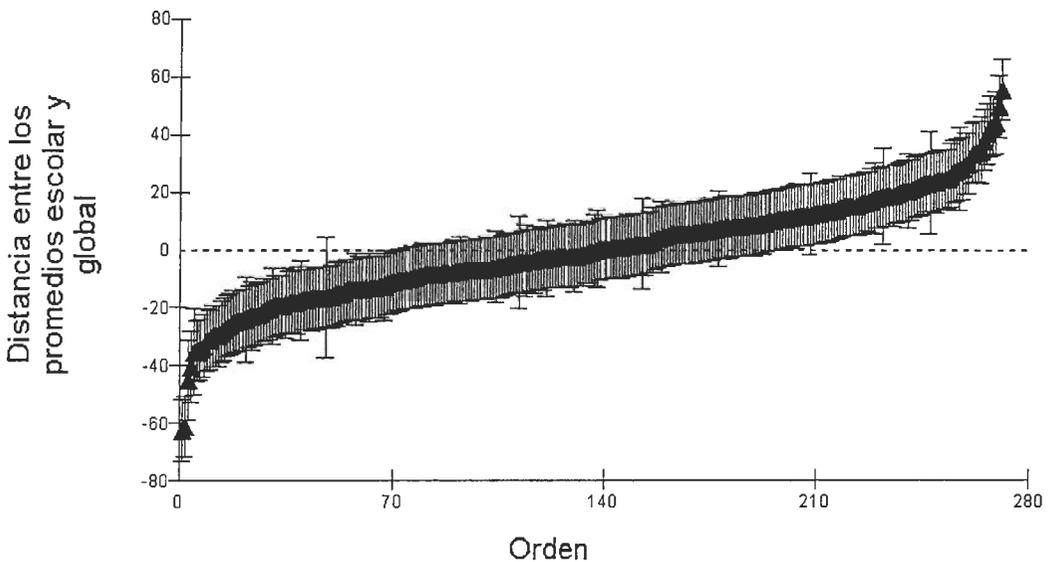
Estados ordenados por la distancia entre promedio estatal y promedio global



Escuelas ordenadas por la distancia entre promedio escolar y promedio global



Escuelas ordenadas por la distancia entre promedio escolar y promedio global



4

<i>Indicadores</i>	<i>sigla</i>	<i>Cue</i>	<i>Nº Pregunta (item).</i>	<i>Definición operacional</i>
Estratificación demográfica y administrativa				Codificado 1 si la escuela cabe en la clasificación relevante, y 0 si no cabe, siendo las escuelas rurales la categoría de referencia.
Escuela pública en mega-ciudad	mega_pub	---	-----	Escuelas públicas en poblaciones de 1 millón de habitantes o más
Escuela privada en mega ciudad	mega_priv	---	-----	Escuelas privadas en poblaciones de 1 millón de habitantes o más
Escuela pública urbana	urbano_pub	---	-----	Escuelas públicas en poblaciones de menos de 1 millón y más de 5000 habitantes
Escuela privada urbana	urbana_priv	---	-----	Escuelas privadas en poblaciones de menos de 1 millón y más de 5000 habitantes
Ubicación geográfica	urbano	Esc	2_1	0 = rural; 1=urbano.
Urbanización	urbaniza	Esc	2	1 = localidad con menos de 500 hab.; 2. Localidad de 500 a menos de 5000 hab.; 3 = localidad de 5000 a menos de 100 mil hab.; 4 = ciudad de 100 mil a 1 millón de hab. Ciudad de más de 1 millón de hab.
<i>Características del alumno</i>				
Grado	cuarto	Pru	---	0 = tercero; 1 = cuarto.
Edad	edad	Alu	1	Edad en años
Género	femenino	Alu	2	0= Varones; 1=Mujeres
* Repitencia 1º y 2º	repite	Pad	25, 26	0=no repitió; 1 = repitió 1 grado; 2 = repitió 2 grados.
Repitencia 1º, 2º y 3º	reptencia	Pad	25, 26, 27	0=no repitió; 1 = repitió 1 grado; 2 = repitió 2 grados; 3 = repitió 3 grados.
* Experiencia pre-escolar	pre-esc	Pad	24 (1)	1 = asistió a pre-escolar; 0 = No asistió a pre-escolar
Años de pre-escolar	an_presc	Pad	24 (1,2)	0=no asistió; 1 = asistió menos de 1 año; 2= asistió 1 año 3= asistió 2 años; 4 = asistió años o más.
* Pre-escolar (alumno)	presco_al	Alu	3	0=No ó No existe donde vivo; 1=Si
<i>Status sociocultural</i>				
Educación total de padres	educación	Pad	5, 7.	Suma de los ítem. Cuando uno de los padres falta se le imputa el valor del otro
* Educación máxima padres	educmax	Pad	5,7	El nivel educativo más alto de ambos los padres.
Educación alta	secundaria	Pad	5,7	0 = educap menor a 9; 1 = educap = mayor a 8.
Libros en la casa	libros	Pad	29	1 = ninguno; 2 = menos de 10; 3 = 10 a 50; 4 = más de 50.
Mediodía en el hogar	mediodia	Pad	6	P6: 1 = si el tutor pasa mediodía en la casa durante los días de trabajos o sólo el tiempo entre turnos; 0 = en caso contrario.
* Horas en el hogar	hrs_hogar	Pad	6	1 = 2 hs. o menos; 2 = 3-5 hs; 3 = mitad del día; 4 = todo el día.

Recursos							
Material didáctico (alumno)	didact_al	Alu	5 (1,2,3,4)	0=No; 1=Si; Suma de los ítem.			
Material didáctico escuela	matdid	Dir	16 (1-13)	0=NO; 1=SI; Suma de los ítem de material y medios didácticos en la escuela			
Material didáctico en el aula	matdaula	Mae	19 (1-12)	0=NO; 1=SI; Suma de los ítem y promedio en la escuela			
Reclimiento de textos gratuitos	tex_grat	Mae	22	1=dos semanas antes del inicio de clases a 6 = después de la 1° quincena de clase.			
Cantidad de libros	e14	Esc	14	Cantidad de libros en la escuela			
Recursos Escuela administración	Recu_adm	Esc	12 (1-8)	0=NO; 1=SI; Suma de los ítem de espacios y medios de administración			
Recursos Escuela infraestructura	recurso	Esc	13 (1-16)	0=NO; 1=SI; Suma de los ítem de infraestructura de la escuela			
Infraestructura aula	minifaula	Mae	18 (1-6)	0=Inadecuada; 1=adecuada; suma ítems y promedio en la escuela			
Infraestructura (alumno)	infra_al	Alu	4 (1,2,3,4, 6,7)	Ítem 1,2,3,4: SI=0; No=1; ítem 6,7: SI=1, No=0. Suma de los ítem.			
Alumno/profesor	alu_pro	Esc	17 y 16_1	17/16_1: relación alumno/profesor jornada completa			
Alumno/profesor	alu_pro	Esc	17 y 16_3	17/16_1: relación alumno/profesor			
Antigüedad como maestro	antigue	Mae	5_1	Antigüedad (en años) como maestro en general			
Antigüedad en la escuela	anti_esc	Mae	5_2	Antigüedad (en años) como maestro en la escuela			
Cantidad de cursos en servicios	Cursos	Mae	9	Cantidad de cursos en servicios (últimos tres años) para mejorar la práctica docente			
Superficie/alumno	sup_alu	Esc	10_1 y 17	10_1/17: relación superficie (m2) por alumno			
Cantidad de aulas	e11	Esc	11	Cantidad de aulas			
Cantidad de maestros	e16_1	Esc	16_1	Cantidad de maestros de tiempo completo			
Alumnos matriculados	e17	Esc	17	Cantidad de alumnos matriculados			
Comportamientos, actitudes y percepciones del alumno							
Realización de tareas	Tareas_alu	Alu	14_6; 18	"Hago mis tareas... "y "me parecen...": 1. casi nunca y aburridas; 2= casi nunca e interesantes; 3= a veces y aburridas; 4= casi siempre y aburridas; 5= a veces e interesantes; 6= casi siempre e interesantes.			
Actividades diarias: tareas y ayuda familiar	sum14_1	Alu	14_1, _6, _8	1=Casi siempre; 2= a veces; 3=Casi nunca. Suma de los ítem sobre ayuda a la familia, hace tareas escolares y cuidado de hermanos.			
Actividades diarias: lúdicas	sum14_2	Alu	14_3, _4, _7	1=Casi siempre; 2= a veces; 3=Casi nunca. Suma de los ítem sobre hacer lo que quiere, jugar con amigos y ver televisión. Se invierte el sentido.			
Clima disciplinario (alumnos)	clima_al	Alu	6 (1,2,3); 13ª	P6(1,2);0=SI; 1=No; P6(3):0=No,1=SI; P13a: 0=SI; 1=No; Suma de los ítem.			
Relación alumno-maestro	rel_mae1	Alu	8(a,b,c,d,e) 9, 13;30.	P8: 0=(b,c,d,e); 1=a; P9: 0=(a,b); 1=c; P13: 0=b; 1=(a,c,d,e,f); P30: 0=(a,b,c,e); 1=d. Suma de los ítem			
Relación alumno-maestro	rel_mae2	Alu	8(a,b,c,d,e)	P8: 0=(2,3,4,5); 1=c; P9: 0=(a,b); 1=c; P13: 0=b; 1=(a,c,d,e,f); P30: 0=(a,b,c,e); 1=d.			

Utilización de libros	usa lib	Pad	9,13; 30; 31.	P31: 0=d; 1=(a,b,c,e). Suma de los ítem
Recordar que haga las tareas	debe_rec	Pad	30	1= no; 2= menos de 5; 3= 6 a 10; 4= más de 10.
Le gusta/dificultad para estudiar	gust_est	Pad	23	1=casi nunca; 2= algunas veces mes; 3=1-2 veces semana; 4= todos los días. ; 5=no gusta y dificultad; 2=gusta y dificultad; 3=más o menos; 4=no gust; y capacidad.
Le agrada el español	Gusta esp	Alu	23	1=mucho; 2=poco; 3=nada. Se invierte el sentido.
Le agradan las Matemáticas	Gusta_mat	Alu	25	1=mucho; 2=poco; 3=nada. Se invierte el sentido.
Comportamientos y percepciones de familia				
Tutor leyó o contó cuentos, etc.	lect_pad	Pad	18	1=nunca; 2=2-3 veces/año; 3=una vez/mes; 4=más de una vez/mes; 5=tod ^{os} días.
Involucramiento familiar	inv_pad	Pad	14,15	Suma de los ítems. P15 se recodifica (d. y e. = c) y se invierte.
Participación familiar en la escuela	par_padd	Dir	53 (1,2,3)	Suma de los ítem. 1=baja; 2=media; 3=alta.
Conversación padre / hijo	conv_pad	Pad	19	1=pide opinión/contesta preguntas/qué hizo en la escuela; 2=anteriores y pide ayuda/tareas escolares/otros temas; 3=alguna es: corrigo conducta/pregun ^{ta} dónde y con quién; 4 = corrigo conducta/pregunta dónde estuvo y c/quién.
Padres ayudan en tareas	Tarea_fam	Alu	15 (1-7)	1= ambos padres; 2= algún padre; 3= cualquiera no padre; 4= nadie.
Apoyo familiar	Apoy_fam	Alu	15(1-7), 16, 31	A15: 0=ningún padre; 1=algun padre; P16: 1=sólo revisa tarea; 0=cualqu ^{ier} otra a P31: 0= no me apoyan; 1= cualquier otra opción. Suma de los ítem.
Percepción del maestro	maest_fam	Pad	37	1 = falta mucho; 2 = pocas veces aclara sus dudas; 3 = es muy estricto; 4 = siempre aclara sus dudas.
Faltas del maestro	mae_falta	Pad	34a	1= 5 o más; 2= 3-4; 3=1-2; 4= ninguna.
Frecuencia semanal de tareas	tarea_frec	Pad	35	1= todos los días; 2 = cada 3 días; 3=una vez; 4= nunca
Calidad de las tareas	tarea_int	Pad	36	1. poco importantes; 2=muy repetitivas; muy importantes
Clima educativo (padres)	prob_esc	Pad	31 (1 a 9)	1= no existe el problema; 0= existe el problema. Suma de los 9 ítem. El ítem 6 se invierte.
Recursos de la escuela (familia)	recur_esc	Pad	32 (1,3,5)	0 = inadecuado; 1 = adecuado. Suma de los ítem.
Cultura escolar				
Maestros con otro trabajo	otro_trab	Mae	7 1	1=Si; 0=No
Salario adecuado	sal_adec	Mae	51 4	1. adecuado; 0=muy bajo.
Liderazgo del director (maestro)	Lid_dir_d	Mae	50_4; 55_3, 4, 5, 6	Ítem dicotómicos (1=Si; 0=No) sobre el reconocimiento, la motivación y confianza el compromiso laboral del maestro, por el Director
Liderazgo del Director (director)	Lid_dir_m	Dir	41, 2, 3, 4,	1=casi nunca, 2=a veces; 3=siempre. Ítem sobre reconocimiento, motivación,

Condiciones de trabajo	cond_trab	Mae	5, 6	confianza, compromiso laboral del maestro, por el Director.
Satisfacción en el trabajo	satis_lab	Mae	51_2, 3, 5	Item dicotómicos (Si=1; No=0) sobre seguridad y aislamiento laboral y definición de roles.
Trabajo no extenuante	No_agot	Mae	50_2, 3, 5, 6	Item dicotómicos (1=Si; 0=No) sobre apoyo y consulta de los colegas, respeto de alumno y placer de impartir clases.
Autonomía	auto_mae	Mae	51_1	1=jornada no agotadora. 0=jornada agotadora.
Autonomía gerencial del Director	aut_gere	Dir	50_1; 55_1, 2	Item dicotómicos (1=Si; 0=No) sobre sentimiento de libertad en el trabajo, participación en decisiones laborales y en la elección de los textos.
Autonomía pedagógica del Director	aut_peda	Dir	36_1, 2, 3.	1=total; 2=parcial, 3=plena. Suma de autonomía relacionada a personal, presupuest selección de textos y material didáctico.
Autonomía total del Director	aut_total	Dir	36_4, 5, 6, 7, 8.	1=total; 2=parcial, 3=plena. Suma de autonomía relacionada a alumnos, reglas disciplinarias, prioridades pedagógicas y actividades extracurriculares
Participación de padres (Director)	par_padd	Dir	36_1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.	Suma de Aut_peda+ Aut_gere
Participación de padres (Maestro)	Par_padm	Mae	53_1+2+3	1=baja; 2=media, 3=alta. Suma de participación e tareas escolares; actividades de escuela y estimulación en el desarrollo de los hijos.
Expectativas educacional (maestro)	expe_mae	Mae	49_1, 2, 3.	1=baja; 2= media; 3= alta. Suma de apoyo en tareas escolares, actividades de la escuela y estimulación en el desarrollo de los hijos.
Expectativas educacional (director)	expec_dir	Dir	39	Nivel educativo que puede alcanzar la mayor parte de los alumnos. Escala de 1 (primaria incompleta) a 5 (media superior o superior
Atribución al alumno	Atrib_alu	Mae	23	Nivel educativo que puede alcanzar la mayor parte de los alumnos. Escala de 1 (primaria incompleta) a 5 (media superior o superior
Atribución a la familia	Atrib_fam	Mae	43_9, 10, 13, 14	1=menos importante; 2=importante; 3=muy importante. Suma de incapacidad de aprendizaje, medidas disciplinarias inadecuadas, inseguridad física, baja autoestima alumno
Atribución escasez de recursos	Atrib_rec	Mae	43_2, 3, 7	1=menos importante; 2=importante; 3=muy importante. Suma falta apoyo familia problemas familiares, estado nutricional deficiente
Atribución inadecuación pedagógica	Atrib_ped	Mae	43_4, 6, 8	1=menos importante; 2=importante; 3=muy importante. Suma problemas económicos familiares, poco recursos en la escuela, bajos salarios de los maestros.
<i>Prácticas de aula</i>			43_1, 5, 11	1=menos importante; 2=importante; 3=muy importante. Suma métodos tradicionales enseñanza, material didáctico inadecuado, estrategias motivacionales inadecuadas.

Aula simple	au_simple	Mae	15	1=un solo grado; 0=multigrado
Duración de la clase (minutos)	dura_cla	Esc	5	Duración (minutos) de la clase en la escuela.
Horas semanales de Español	Hs_esp	Mae	25	Horas semanales de Español que imparte en el grupo
Horas semanales de Matemática	Hs_mat	Mae	26	Horas semanales de Matemática que imparte en el grupo
Clases de español	tiem_esp	Mae	24, 25	Duración de la clase por número de clases semanales: M
Clases de matemática	tiem_mat	Mae	24, 26	Duración de la clase por número de clases semanales: M
Evaluación sistemática	Evalua	Mae	35	1=aplica pruebas externas o propias; 0 = otros métodos de ev
Retroalimentación al alumno	retro_al	Mae	32	Frecuencia de retroalimentación al alumno. 1 = Pocas veces o 3=casi siempre; 4= siempre.
Retroalimentación a la enseñanza	retro_ens	Mae	38	Frecuencia de retroalimentación al método de enseñanza. 1 = 2=bastante; 3= casi siempre; 4 = siempre.
Agrupamiento de alumnos	Agruppa	Mae	31	1 = homogéneos por nivel de aprendizaje e interés; 0,5 = hom otro; 0 = grupos heterogéneos.
Clima aula				
Disciplina en el aula	disc_aula	Mae	52	Necesidad de mantener disciplina. 1 = Bastante/siempre; 2 = nunca; 4 = nunca.
Buen ambiente educativo	amb_educ	Mae	53	Existencia de ambiente educativo favorable. 1 = nunca/pocas 3 = casi siempre; 4 = siempre.
Disciplina y ambiente educativo	disc_amb	Mae	52;53	Suma de disc_mae + amb_edu.

5

ANEXO B

CUADROS ESTADÍSTICOS

B-1 Descomposición de la varianza y (error estándar), estimación de interacción área geográfica-grado, y 'aleatorización' del efecto del grado. Matemática y Lengua -Total

INDICADORES	MATEMATICA						LENGUA					
	Modelo "vacío"		Modelo A		Modelo B		Modelo "vacío"		Modelo A		Modelo B	
	Estimación	Error Std.	Estimación	Error std	Estimación	Error Std.	Estimación	Error Std.	Estimación	Error Std.	Estimación	Error Std.
Parte Fija	243	(2,97)	222	(2,92)	223	(3,05)	268	(3,97)	240	(3,77)	242	(4,00)
Promedio												
Urbano			13,1***	(2,55)	11,6***	(2,81)			20,0***	(3,39)	16,6***	(3,76)
Cuarto			23,5***	(0,73)	21,2***	(2,12)			28,2***	(0,96)	24,0***	(2,65)
Urbano*Cuarto					3,1*	(2,55)					6,2**	(3,17)
Parte aleatoria												
Estado	90,4	(43,0)	48,1	(25,66)	47,8	(25,40)	161,1	(76,90)	76,0	(41,61)	77,9	(42,01)
Escuela												
Promedio/Cuarto	402,7	(33,28)	390,1	(32,04)	453,8***	(40,191)	736,6	(60,42)	692,9	(56,59)	827,2***	(72,74)
Cuarto/Cuarto					-147,6***	(30,64)					-265,9***	(51,71)
Alumno					337,4***	(38,63)					476,8***	(59,44)
Alumno	2015,6	(24,25)	1873,9	(22,55)	1788,1	(21,82)	3426,6	(41,36)	3223,9	(38,92)	3104,3	(38,91)
Test de máxima verosimilitud (n alumnos =) (n escuelas =)	149389,6		148361,9		148998,1		155958,0		155089,9		154898,5	
			14219,6								14128	
			402								402	

*) Prob.≤0,05; (**) Prob.≤0,01; (***) Prob.≤0,001

OBSERVACIONES Y PROBLEMAS METODOLÓGICOS

Hoy día existe un amplio consenso sobre la importancia de relevar informaciones complementarias cuando se evalúa el nivel de aprendizaje de los alumnos a través de pruebas estandarizadas. Medir exclusivamente el rendimiento del alumno no produce los insumos requeridos para evaluar y diseñar políticas educativas o cualquier forma de intervención programática en el sector.

Ello implica que junto con las pruebas, se deben aplicar diferentes instrumentos, comúnmente en la forma de cuestionario, a diversos actores del sistema educativo (alumno, docente, director, padres, etc.). Esta condición torna más complejo al programa de evaluación y por supuesto, más costoso. La mayor complejidad implica mayor probabilidad de errores, los cuales pueden afectar (a) la representatividad de la muestra y/o (b) la validez y confiabilidad de las mediciones incluidas en los instrumentos.

(a) *La magnitud y representatividad de la muestra 'real'.*

El estudio de factores implica conformar una matriz de datos donde cada alumno (*línea*) tiene un valor válido en todas las variables (*columnas*) relevadas en los diversos instrumentos aplicados. Para ello, se debe cumplir una condición *sine qua non*: todos los instrumentos deben ser aplicados y adecuadamente 'pegados' entre ellos; es decir, la matriz de datos debe estar completa.

Así por ejemplo, el puntaje en Matemática obtenido por el alumno "Juan", perteneciente al grupo 1, del tercer grado, en la Escuela "100", en la Entidad "19", debe estar "pegado" por un código único, al cuestionario que "Juan" respondió y a los sendos cuestionarios respondidos por su familia, su maestro y el director de su escuela.

Toda falta de integridad en la matriz puede afectar la representatividad y confiabilidad del estudio. Si bien es imposible evitar absolutamente 'blancos' en la matriz, es decir, pérdida de observaciones (alumnos) o de informaciones (variables), ellos no deberían sobrepasar alrededor de un 5% del total esperado para no comprometer el resultado del estudio.

Entonces, una vez decidida la realización del estudio (o la implantación de un sistema), se deben planificar cuidadosamente todos los aspectos implicados en la multiplicidad de instrumentos a ser aplicados. La existencia de fallas en algunas de las siguientes etapas puede llevar a invalidar el estudio y por tanto, malgastar los recursos adicionales invertidos:

- ✓ la definición y uso de un sistema único de codificación que asegure la correcta identificación y “enlace” de todos los instrumentos;
- ✓ la aplicación en campo, que conlleva una multiplicidad de “micro-acciones” adicionales a la simple aplicación de las pruebas;
- ✓ la captación de la información, dado que el diseño y las opciones de respuesta de los cuestionarios son más heterogéneas y complejas que las pruebas.

En el *presente estudio*, se pueden identificar tres grandes faltas que afectaron la integridad de la muestra: la falta de instrumentos en Entidades enteras, la falta de instrumentos en escuelas enteras y las pérdidas por errores en la codificación de los instrumentos.

(i) Faltas a nivel de Entidades o de áreas completas:

- ✓ El cuestionario de Alumno no estuvo disponible en tres estados (Baja California Sur, Guanajuato y Nuevo León); por tanto, 4.737 resultados en las pruebas de Matemática o Español de esos Estados, no pudieron ‘pegarse’ con un cuestionario de Alumno;
- ✓ El cuestionario de Padre no estuvo disponible en un Estado (Guanajuato); por tanto, 1.978 resultados de pruebas de Matemática o Español en ese Estado, no pudieron ‘pegarse’ con un cuestionario de Alumno;
- ✓ En un Estado (Nuevo León), del cuestionario de Padre sólo se pudo recuperar el código de la Escuela, imposibilitando “pegar” cada Padre con su Alumno y Prueba; por

lo tanto, 991 resultados de las Pruebas de Matemática o Español debieron ser 'pegados' con los valores promedios del cuestionario de Padre en la escuela.

Más allá de estas faltas, al inicio del estudio se decidió no incluir el área rural de Baja California, Baja California Sur, Hidalgo, Nuevo León y Puebla, ni la urbana de Michoacán y San Luis Potosí, impidiendo algunas comparaciones inter-estatales y el estudio más completo de la distancia urbano-rural en el logro escolar.

(ii) Faltas a nivel de escuelas.

De acuerdo al diseño muestral, la pérdida de un cuestionario de docente o de director conlleva la pérdida de 40 de cada uno de los otros cuatro instrumentos restantes (pruebas y cuestionarios de Alumno y de Padre), es decir, 160 instrumentos. Es una pérdida que además de afectar el análisis, implica un gran derroche de recursos.

En el cuadro siguiente se presenta la situación (DEJE HASTA COMPLETAR ESTA TABLA)

Escuelas según instrumentos relevados, por Estado

Clave	Estado	Instrumentos en la Escuela					
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
2	Baja California	25	25	25	23		
3	Baja California Sur	25	22	20	19		
5	Coahuila	50	50	50	48		
8	Chihuahua	50	47	41	33		
10	Durango	50	49	49	48		
11	Guanajuato	50	50	50			
13	Hidalgo	25	24	24	24		
16	Michoacán	25	23	23	22		
17	Morelos	50	50	50	50		
19	Nuevo León	25	25	25	25		
21	Puebla	25	25	25	25		
24	San Luis Potosí	25	25	25	22		
30	Veracruz	50	49	49	49		
	Total:	475	464	456	388		

NOTA: (1) Diseño inicial; (2) Director ó Ficha ó Nota; (3) Ficha con notas; (4) Ficha y Director y Nota; (5) Ficha y Director y Padre y Nota; (6) Ficha y Director y Alumno y Padre y Nota

(iii) Errores u omisiones en la codificación

Para evitar problemas de enlace, el sistema de codificación de los instrumentos debe ser único. Sin embargo, al iniciar el estudio, cuando las bases de datos estaban aún separadas, se constató la existencia de tres referencias de identificación del alumno:

- el número asignado por el aplicador (de 1 a 20 en cada Grado), basado en el diseño muestral y de acuerdo al Manual correspondiente;
- el número de alumno en la lista del maestro;
- el número de “folio” en el instrumento, impreso automáticamente.

Al parecer, esta variación se originó principalmente, por la captura descentralizada de los instrumentos. La mayoría de los Estados participantes asumieron la responsabilidad de cargar la información, pero no hubo una supervisión rigurosa para asegurar el ajuste a criterios pre-establecidos y estandarizados. Ello afectó la calidad de carga no sólo del sistema de código sino de la información contenida en los cuestionarios.

En tal situación, había que decidir qué codificación se usaría. Para ello, se adoptó como criterio el nivel de correlación entre los rendimientos de Matemática y Español, por un lado, y el nivel educativo familiar, por el otro. Los resultados indicaron que si las pruebas eran ‘pegadas’ por el número de “folio”, la correlaciones en la mayoría de los Estados tendían a 0 (cero), mientras que al usar el número de lista asignado por el aplicador (NLIST), de acuerdo al manual, las correlaciones subían y se situaban a niveles razonables (de .25 a .30). Se decidió entonces, usar este código del alumno (NLIST). Sin embargo, ello implicó invertir gran cantidad de tiempo y esfuerzo para rastrear y corregir los errores de esta codificación en las bases de datos originales. A modo de ejemplo, esta fue la situación del enlace entre los Cuestionarios de Padre y de Alumno:

- ✓ en los archivos originales se ‘pegaron’ 6.552 casos;
- ✓ en dos Estados (Morelos y Puebla) fue imposible recuperar el NLIST y por tanto, los archivos se enlazaron con el número de ‘folio’; es decir, 1158 casos en Modelos y 820 casos en Puebla (ver Tabla A-4 en el Apéndice A);

✓ después del análisis de consistencia, se consiguió recuperar 1.361 casos y conformar una base de 9.871 registros con Padre y Alumno (9678+193; ver Tabla A-4 del Apéndice A).

Finalmente, es oportuno señalar que la magnitud del efecto de todos los factores relatados anteriormente se vio agravada por el tiempo transcurrido desde la realización del estudio. Los datos, después de relevados, fueron guardados sin realizar ningún análisis de consistencia e integridad. La mayoría de los técnicos estatales involucrados en la realización del estudio ya no estaban más en los puestos que ocupaban en el momento de estudio y por tanto, no fue posible evacuar algunas de las dudas que iban surgiendo a medida que se analizaban las bases de datos. Esta experiencia refuerza la idea de que en todo estudio de este tipo, deben tomarse los recaudos financieros para al menos, dejar las bases de datos consistidas y normalizadas, aún cuando de momento, no se puedan realizar los análisis de los resultados.

(b) Observaciones respecto de las mediciones contenidas en los cuestionarios.

A continuación se exponen, a modo de ejemplo, unas pocas observaciones respecto de los contenidos contemplados o que debieron contemplarse en los cuestionarios aplicados en el estudio.

✓ Existen variables que pueden medirse adecuadamente con un sólo indicador, mientras otras requieren más indicadores y son por tanto, más complejas. Saber el género de un alumno requiere de una sola pregunta. En cambio, si se pretende saber la "cultura evaluativa" existente en una escuela, difícilmente se logrará con una pregunta aislada. En estos casos, se precisan varios ítem para producir una medición confiable. En los cuestionario aplicados en este estudio se ha intentado la medición de diversos conceptos de este tipo, es decir, relacionados a la dinámica de la escuela y del aula ("cultura o clima institucional", "gestión", "liderazgo", "práctica evaluativa", etc.), pero en la mayoría de los casos, con muy pocos ítemes o inclusive, con una sola pregunta.

Por otra parte, no se consiguió identificar factores propiamente escolares que expliquen una proporción importante de las desigualdades del logro promedio entre las escuelas. Dado la baja confiabilidad de las mediciones a este respecto, queda la duda si tales resultados expresan adecuadamente la realidad del sistema público (alta homogeneidad institucional) o si por el contrario, son el resultado de esta debilidad metodológica.

✓ La misma observación puede hacerse respecto de otro tipo de mediciones. Una de ellas es el ‘nivel socioeconómico familiar’ del alumno, variable clave para el análisis de las desigualdades en el logro escolar. Hubiera sido conveniente incluir otros indicadores además de ‘educación de los padres’ y ‘libros en el hogar’, como por ejemplo, el la disponibilidad de bienes durables en el hogar y el acceso a diferentes servicios. Ello habría aumentado la confiabilidad en la medición.

✓ En todo cuestionario puede incluirse una cantidad limitada de mediciones. El contenido final es el resultado del interés político y de los resultados informados por las investigaciones en esos temas. Este último factor no está libre de polémicas, acuerdos y desacuerdos. Sin embargo, hay ciertos temas que gozan de un consenso generalizado. Uno de ellos es la ‘oportunidad de aprendizaje’, medición que permite captar las diferencias de desarrollo curricular efectivo entre las escuelas. En general, este indicador tiene una alta capacidad predictiva sobre el rendimiento y explicativa respecto de las variación “entre-escuela”. Sin embargo, en este estudio esta medición no fue incluida, restándose así la posibilidad de alcanzar un nivel explicativo mayor, al menos en relación a las desigualdades entre escuela.

✓ La repetición escolar es un indicador clave en el estudio del logro escolar. De hecho, es el único indicador *proxy* de la aptitud y del desempeño escolar anterior del alumno posible de ser relevado a bajo costo. En el presente estudio fue incluido sólo en el cuestionario de Padre. Es previsible una pérdida importante en este tipo de cuestionario. Por lo tanto, es recomendable incluir esta medición en el cuestionario del Alumno.

✓ Anteriormente, se han expuesto los problemas de enlace experimentados por el estudio. Siempre se debe esperar errores en la codificación de los instrumentos en campo o en la carga de tal información. Una forma de facilitar la tarea de recuperación es colocando al menos dos preguntas comunes en ambos cuestionario. Por ejemplo, la edad y el sexo del niño en el Cuestionario de Alumno, en cada prueba y en el Cuestionario de Padre. Este aspecto no fue atendido en el presente estudio, restándose así la posibilidad de una recuperación de informaciones más confiable y menos costosa.

VARIABLES DE MAESTRO Y DIRECTORES QUE RESULTARON SIGNIFICATIVAS EN EL ARCHIVO DE PADRES (B – IV 1)

MATEMATICA – VACIO

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\bar{X}_E, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0jk} \text{cons}$$

$$\beta_{0jk} = 243,103(3,068) + v_{0jk} + u_{0jk} + e_{0jk}$$

$$[v_{0jk}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [97,484(45,881)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [401,420(33,295)]$$

$$[e_{0jk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,505(24,408)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 146285,000(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\bar{X}_E, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0jk} \text{cons} + 19,158(3,960) \text{au_simple}_{jk}$$

$$\beta_{0jk} = 242,846(2,881) + v_{0jk} + u_{0jk} + e_{0jk}$$

$$[v_{0jk}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [84,921(40,757)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [377,755(31,623)]$$

$$[e_{0jk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,356(24,405)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 146262,200(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\bar{X}_E, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0jk} \text{cons} + 0,553(0,185) \text{antigue}_{jk}$$

$$\beta_{0jk} = 242,976(3,091) + v_{0jk} + u_{0jk} + e_{0jk}$$

$$[v_{0jk}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [99,513(46,654)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [391,110(32,589)]$$

$$[e_{0jk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,458(24,407)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 146276,100(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

med_mat_{ijk} ~ N(*XB*, Ω)

med_mat_{ijk} = β_{0ijk} cons + -6,526(3,452)sal_adec_{jk}

β_{0ijk} = 243,017(3,084) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [98,791(46,493)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [397,126(33,016)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,493(24,407)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146281,400(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(*XB*, Ω)

med_mat_{ijk} = β_{0ijk} cons + 3,935(0,978)par_padm_{jk}

β_{0ijk} = 243,017(3,030) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [95,374(44,892)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [381,946(31,944)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,660(24,409)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146269,100(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(*XB*, Ω)

med_mat_{ijk} = β_{0ijk} cons + 2,997(1,599)disc_aula_{jk}

β_{0ijk} = 243,091(2,961) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [89,910(43,127)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [398,368(33,098)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,494(24,407)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146281,500(13928 of 14109 cases in use)

$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$

$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 4,112(1,559)\text{amb_educ}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 243,120(3,024) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [94,534(44,789)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [393,902(32,785)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,470(24,407)]$$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 146278,100$ (13928 of 14109 cases in use)

$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$

$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 3,037(1,025)\text{disc_amb}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 243,104(2,926) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [87,587(42,125)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [392,793(32,700)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,467(24,407)]$$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 146276,300$ (13928 of 14109 cases in use)

$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$

$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 5,306(1,125)\text{expe_mae}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 243,127(2,934) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [88,688(42,209)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [376,515(31,554)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,626(24,408)]$$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 146263,400$ (13928 of 14109 cases in use)

$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$

$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 4,120(0,715)\text{part_padd}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 243,198(2,870) + v_{0k} + u_{jk} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [84,598(40,453)]$$

$$[u_{jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [365,479(30,771)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,649(24,408)]$$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 146253,100$ (13928 of 14109 cases in use)

$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$

$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 0,940(0,287)\text{autono_dir}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 243,067(2,990) + v_{0k} + u_{jk} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [92,224(43,827)]$$

$$[u_{jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [389,661(32,482)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,497(24,407)]$$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 146274,400$ (13928 of 14109 cases in use)

$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$

$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 6,178(0,976)\text{expec_dir}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 242,964(2,470) + v_{0k} + u_{jk} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [59,043(29,941)]$$

$$[u_{jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [365,182(30,697)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,374(24,406)]$$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 146247,400$ (13928 of 14109 cases in use)

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 4,352(1,343) \text{atrib_fam}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,022(2,905) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [86,179(41,504)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [391,007(32,568)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,469(24,407)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 146274,600(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA CON MODELO D

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{med_mat}_{ijk} = & \beta_{0ijk} \text{cons} + 23,265(0,722) \text{cuarto}_{ijk} + 1,315(0,773) \text{urbanir}_{jk} + -7,032(0,840) \text{repite_1}_{ijk} + \\ & 0,726(0,225) \text{educap}_{ijk} + -2,219(0,384) \text{recordar}_{ijk} + 4,366(0,358) \text{gusta_est}_{ijk} + \\ & 3,224(0,513) \text{educap_e}_{jk} + 1,238(0,548) \text{p37a}_{ijk} + 2,362(0,643) \text{usa_libr}_{ijk} + \\ & 1,427(0,441) \text{recurso2}_{ijk} + 1,572(0,478) \text{matdid_dir}_{jk} + 3,964(1,670) \text{secundaria}_{ijk} + \\ & 1,731(0,967) \text{expe_mae}_{jk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,576(1,147) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [6,161(6,326)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [248,108(21,785)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1799,794(21,881)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 144620,500(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 23,263(0,722)\text{cuarto}_{ijk} + 1,376(0,772)\text{urbanir}_{jk} + -7,045(0,840)\text{repite}_{1ijk} + \\ 0,730(0,225)\text{educap}_{ijk} + -2,208(0,384)\text{recordar}_{ijk} + 4,359(0,358)\text{gusta_est}_{ijk} + \\ 3,465(0,497)\text{educap_e}_{jk} + 1,249(0,548)\text{p37a}_{ijk} + 2,341(0,643)\text{usa_libr}_{ijk} + \\ 1,438(0,441)\text{recurso2}_{ijk} + 1,553(0,477)\text{matdid_dir}_{jk} + 3,931(1,670)\text{secundaria}_{ijk} + \\ -2,581(1,237)\text{retro_al}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,635(1,088) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [4,624(5,646)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [248,434(21,801)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1799,747(21,881)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 144619,300(13928 of 14109 cases in use)

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 23,262(0,722)\text{cuarto}_{ijk} + 1,305(0,772)\text{urbanir}_{jk} + -7,027(0,840)\text{repite}_{1ijk} + \\ 0,723(0,225)\text{educap}_{ijk} + -2,204(0,384)\text{recordar}_{ijk} + 4,363(0,358)\text{gusta_est}_{ijk} + \\ 3,341(0,500)\text{educap_e}_{jk} + 1,235(0,548)\text{p37a}_{ijk} + 2,356(0,643)\text{usa_libr}_{ijk} + \\ 1,435(0,441)\text{recurso2}_{ijk} + 1,567(0,477)\text{matdid_dir}_{jk} + 4,003(1,670)\text{secundaria}_{ijk} + \\ 1,525(0,842)\text{disc_amb}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,600(1,081) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [4,420(5,583)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [249,363(21,863)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1799,754(21,881)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 144620,400(13928 of 14109 cases in use)

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 23,261(0,722)\text{cuarto}_{ijk} + 1,165(0,771)\text{urbanir}_{jk} + -7,030(0,839)\text{repite}_{1ijk} + \\ 0,718(0,225)\text{educap}_{ijk} + -2,211(0,384)\text{recordar}_{ijk} + 4,360(0,358)\text{gusta_est}_{ijk} + \\ 3,176(0,506)\text{educap_e}_{jk} + 1,240(0,548)\text{p37a}_{ijk} + 2,358(0,643)\text{usa_libr}_{ijk} + \\ 1,438(0,441)\text{recurso2}_{ijk} + 1,280(0,491)\text{matdid_dir}_{jk} + 4,048(1,670)\text{secundaria}_{ijk} + \\ 2,347(0,877)\text{expec_dir}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,571(1,111) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [5,262(5,908)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [246,185(21,644)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1799,697(21,880)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 144616,500(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

ESPAÑOL – VACIO

$$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{med_esp}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 268,791(4,332) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [198,664(91,689)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [687,064(57,130)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,137(41,676)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 152576,500(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

$$\begin{aligned} \text{med_esp}_{ijk} &\sim N(XB, \Omega) \\ \text{med_esp}_{ijk} &= \beta_{0ijk}\text{cons} + 26,481(5,271)\text{au_simple}_{jk} \\ \beta_{0ijk} &= 268,386(3,983) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk} \end{aligned}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [165,155(78,011)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [645,449(54,121)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3414,702(41,670)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152552,000(13827 of 14109 cases in use)

$$\begin{aligned} \text{med_esp}_{ijk} &\sim N(XB, \Omega) \\ \text{med_esp}_{ijk} &= \beta_{0ijk}\text{cons} + 0,784(0,242)\text{antigue}_{jk} \\ \beta_{0ijk} &= 268,606(4,342) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk} \end{aligned}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [200,280(91,791)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [667,369(55,776)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3414,953(41,674)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152566,200(13827 of 14109 cases in use)

$$\begin{aligned} \text{med_esp}_{ijk} &\sim N(XB, \Omega) \\ \text{med_esp}_{ijk} &= \beta_{0ijk}\text{cons} + 0,604(0,328)\text{anti_esc}_{jk} \\ \beta_{0ijk} &= 268,668(4,247) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk} \end{aligned}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [190,071(87,759)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [681,716(56,791)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,063(41,675)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152573,200(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N($\lambda\beta$, Ω)

med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + -7,440(4,533)sal_adec_{jk}

β_{0ijk} = 268,697(4,374) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [203,117(93,519)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [681,884(56,757)]$

$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,039(41,674)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152573,900(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N($\lambda\beta$, Ω)

med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + 6,887(1,259)par_padm_{jk}

β_{0ijk} = 268,641(4,233) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [190,450(87,537)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [629,088(53,022)]$

$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,397(41,677)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152547,800(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N($\lambda\beta$, Ω)

med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + 4,725(2,045)amb_educ_{jk}

β_{0ijk} = 268,813(4,305) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [196,174(91,389)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [676,962(56,735)]$

$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,083(41,675)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152571,200(13827 of 14109 cases in use)

$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$

$\text{med_esp}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 2,677(1,356)\text{disc_amb}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 268,781(4,220) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$

$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [187,389(86,982)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [680,517(56,660)]$

$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,124(41,675)]$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 152572,700(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$

$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$

$\text{med_esp}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 7,662(1,470)\text{expe_mae}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 268,803(4,085) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$

$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [175,462(81,901)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [636,232(53,472)]$

$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,316(41,677)]$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 152550,300(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$

$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$

$\text{med_esp}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 5,835(0,929)\text{part_padd}_{jk}$

$\beta_{0ijk} = 268,943(4,029) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$

$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [170,678(79,684)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [615,136(51,996)]$

$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,356(41,676)]$

$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 152539,000(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$

med_esp_{ijk} ~ N($X\beta$, Ω)
med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + 1,319(0,375)autono_dir_{jk}
 β_{0ijk} = 268,734(4,212) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [187,197(86,678)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [662,776(55,377)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,258(41,677)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152564,300(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N($X\beta$, Ω)
med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + 7,269(1,295)expec_dir_{jk}
 β_{0ijk} = 268,606(3,531) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [124,787(61,190)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [638,725(53,619)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,008(41,674)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152546,900(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N($X\beta$, Ω)
med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + 3,568(0,992)atrib_alu_{jk}
 β_{0ijk} = 268,645(4,306) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [196,735(90,488)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [663,201(55,431)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3414,924(41,672)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152563,800(13827 of 14109 cases in use)

$$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(X\beta, \Omega)$$

$$\text{med_esp}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 6,443(1,761)\text{atrib_fam}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 268,652(4,084) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [174,362(81,888)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [664,197(55,466)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,021(41,674)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 152563,400(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

LENGUA CON MODELO D

$$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(X\beta, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{med_esp}_{ijk} = & \beta_{0ijk}\text{cons} + 27,950(0,950)\text{cuarto}_{ijk} + -8,592(1,106)\text{repite_1}_{ijk} + 0,965(0,444)\text{an_presc}_{ijk} + \\ & 1,223(0,191)\text{educap}_{ijk} + 2,917(0,784)\text{libros}_{ijk} + 1,013(0,948)\text{urbanir}_{jk} + \\ & -2,627(0,504)\text{recordar}_{ijk} + 5,554(0,474)\text{gusta_est}_{ijk} + 1,303(0,606)\text{inv_pad}_{ijk} + \\ & 0,934(0,402)\text{lect_pad}_{ijk} + -4,386(0,973)\text{conversa}_{ijk} + -0,431(0,180)\text{prob_esc}_{ijk} + \\ & 4,477(0,720)\text{educap_e}_{jk} + -19,387(7,174)\text{conversa_e}_{jk} + 9,622(3,791)\text{p37a_e}_{jk} + \\ & 1,237(0,732)\text{p37a}_{ijk} + 1,570(0,834)\text{recu2_dir}_{jk} + 1,963(1,002)\text{expec_dir}_{jk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 269,502(1,489) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [13,261(10,711)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [315,532(29,485)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3091,071(37,718)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 150959,000(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(X\beta, \Omega)$

$$\begin{aligned} \text{med_esp}_{ijk} = & \beta_{0ijk} \text{cons} + 27,964(0,950) \text{cuarto}_{ijk} + -8,610(1,106) \text{repite_1}_{ijk} + 0,944(0,444) \text{an_presc}_{ijk} + \\ & 1,223(0,191) \text{educap}_{ijk} + 2,924(0,784) \text{libros}_{ijk} + 0,819(0,951) \text{urbanir}_{jk} + \\ & -2,628(0,504) \text{recordar}_{ijk} + 5,563(0,474) \text{gusta_est}_{ijk} + 1,291(0,606) \text{inv_pad}_{ijk} + \\ & 0,947(0,402) \text{lect_pad}_{ijk} + -4,378(0,973) \text{conversa}_{ijk} + -0,437(0,180) \text{prob_esc}_{ijk} + \\ & 4,596(0,713) \text{educap_e}_{jk} + -20,128(7,143) \text{conversa_e}_{jk} + 8,886(3,799) \text{p37a_e}_{jk} + \\ & 1,233(0,732) \text{p37a}_{ijk} + 1,720(0,831) \text{recu2_dir}_{jk} + 3,149(1,303) \text{atrib_fam}_{jk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 269,426(1,583) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [16,714(12,042)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [311,960(29,244)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3091,068(37,717)]$$

$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 150957,100(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$

LENGUA MODELO VACIO

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 262,961(3,072) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [150,781(59,213)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [680,731(53,509)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3304,230(43,423)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 134014,500(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 3,792(0,534)\text{edad}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 262,690(3,062) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [148,600(59,312)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [708,085(55,007)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3285,430(43,184)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 133964,500(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 11,811(1,064)\text{sexo}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 262,851(3,097) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [154,249(60,252)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [673,185(52,933)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3271,079(42,987)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 133892,000(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\begin{aligned} \text{español}_{ijk} &\sim N(\mathcal{XB}, \Omega) \\ \text{español}_{ijk} &= \beta_{0ijk}\text{cons} + 3,697(1,111)\text{gusta_esp}_{ijk} \\ \beta_{0ijk} &= 263,004(3,075) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk} \end{aligned}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [151,007(59,479)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [684,848(53,757)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3300,371(43,373)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 134003,400(12164 of 12789 cases in use)

$$\begin{aligned} \text{español}_{ijk} &\sim N(\mathcal{XB}, \Omega) \\ \text{español}_{ijk} &= \beta_{0ijk}\text{cons} + 11,516(0,643)\text{infra_al}_{ijk} \\ \beta_{0ijk} &= 263,241(2,762) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk} \end{aligned}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [118,133(48,061)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [602,940(48,531)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3231,963(42,461)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 133699,800(12164 of 12789 cases in use)

$$\begin{aligned} \text{español}_{ijk} &\sim N(\mathcal{XB}, \Omega) \\ \text{español}_{ijk} &= \beta_{0ijk}\text{cons} + 6,916(0,993)\text{dida_al}_{ijk} \\ \beta_{0ijk} &= 262,955(3,075) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk} \end{aligned}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [151,619(59,574)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [668,806(52,680)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3292,713(43,272)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 133966,100(12164 of 12789 cases in use)

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 6,438(0,614)\text{clima_al}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 263,021(3,000) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [143,001(56,556)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [658,639(51,962)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3277,778(43,079)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 133905,300(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 11,028(0,679)\text{relmael}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 263,160(2,932) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [136,659(54,013)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [618,937(49,514)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3243,391(42,615)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 133754,500(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + -0,273(0,554)\text{tarea_fam}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 262,951(3,077) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [151,309(59,386)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [681,096(53,411)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3304,080(43,426)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 134014,300(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 10,827(0,746)\text{apoy_fam}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 263,342(2,866) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [128,335(51,826)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [636,626(50,663)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3254,612(42,764)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 133806,000(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 6,313(0,461)\text{tareas_alu}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 263,080(2,985) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [141,236(56,019)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [660,443(52,017)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3256,089(42,792)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 133828,500(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{español}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{español}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + -2,392(0,425)\text{no_juego}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 262,954(3,082) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [152,064(59,763)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [681,012(53,419)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3295,253(43,308)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 133983,000(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

español_{ijk} ~ N(\mathcal{XB} , Ω)

español_{ijk} = β_{0ijk} cons + 3,097(0,397)juego_{ijk}

β_{0ijk} = 262,921(3,014) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [144,196(57,322)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [671,098(52,853)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3289,057(43,223)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 133953,800(12164 of 12789 cases in use)

español_{ijk} ~ N(\mathcal{XB} , Ω)

español_{ijk} = β_{0ijk} cons + -13,282(1,148)repitencia_{ijk}

β_{0ijk} = 263,052(2,993) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [142,506(56,298)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [649,595(51,435)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3272,798(43,008)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 133881,500(12164 of 12789 cases in use)

MODELO CON LAS VARIABLES DE PADRE EN EL MODELO A'

español_{ijk} ~ N(\mathcal{XB} , Ω)

español_{ijk} = β_{0ijk} cons + 28,957(1,204)cuarto_{ijk} + -9,420(1,175)repitencia_{ijk} + 1,649(0,189)educacion_{ijk} +
-1,338(0,632)edad_{ijk} + 6,432(0,879)urbaniz_{ijk} + 1,373(0,442)an_presc_{ijk} + 4,883(0,771)libros_{ijk} +
11,347(1,023)sexo_{ijk} + 4,957(0,949)dida_al_{ijk}

β_{0ijk} = 264,188(2,155) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [64,914(28,853)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [468,156(39,218)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3012,090(39,563)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 132760,000(12164 of 12789 cases in use)

MODELO CON LAS VARIABLES DE PADRE EN EL MODELO B

$$\text{español}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{español}_{ijk} = & \beta_{0ijk}\text{cons} + 25,703(1,173)\text{cuarto}_{ijk} + -5,958(1,147)\text{repitencia}_{ijk} + 1,358(0,185)\text{educacion}_{ijk} + \\ & -1,159(0,611)\text{edad}_{ijk} + 3,442(0,920)\text{dida_al}_{ijk} + -1,898(0,483)\text{debe_rec}_{ijk} + 4,474(0,456)\text{gust_est}_{ijk} + \\ & 6,371(0,613)\text{infra_al}_{ijk} + 3,131(0,576)\text{clima_al}_{ijk} + 7,315(0,643)\text{relmae1}_{ijk} + 4,428(0,521)\text{tareas_alu}_{ijk} + \\ & 0,966(0,471)\text{no_juego}_{ijk} + 1,743(0,370)\text{juego}_{ijk} + -2,681(0,557)\text{tarea_fam}_{ijk} + 8,392(0,758)\text{apoy_fam}_{ijk} + \\ & 1,496(0,690)\text{maest_fam}_{ijk} + -1,349(1,052)\text{gusta_esp}_{ijk} + -0,434(0,179)\text{prob_esc}_{ijk} + \\ & 1,078(0,564)\text{inv_pad}_{ijk} + 0,771(0,395)\text{lect_pad}_{ijk} + -3,699(0,947)\text{conv_pad}_{ijk} + 8,763(1,004)\text{sexo}_{ijk} + \\ & 1,168(0,429)\text{an_presc}_{ijk} + 3,086(0,756)\text{libros}_{ijk} + 4,970(0,803)\text{urbaniz}_{ijk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 264,612(1,889) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [48,084(22,220)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [370,056(32,342)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2820,074(37,030)]$$

$$-2*\text{loglikelihood}(IGLS) = 131889,200(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

SALEN EDAD, GUST_ESP Y LECT_PAD; SE SACAN Y DA

$$\text{español}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{español}_{ijk} = & \beta_{0ijk}\text{cons} + 24,479(0,994)\text{cuarto}_{ijk} + -6,621(1,089)\text{repitencia}_{ijk} + 1,394(0,185)\text{educacion}_{ijk} + \\ & 3,412(0,920)\text{dida_al}_{ijk} + -1,873(0,483)\text{debe_rec}_{ijk} + 4,557(0,454)\text{gust_est}_{ijk} + 6,380(0,613)\text{infra_al}_{ijk} + \\ & 3,123(0,576)\text{clima_al}_{ijk} + 7,329(0,643)\text{relmae1}_{ijk} + 4,351(0,517)\text{tareas_alu}_{ijk} + 1,725(0,370)\text{juego}_{ijk} + \\ & -2,652(0,556)\text{tarea_fam}_{ijk} + 8,401(0,758)\text{apoy_fam}_{ijk} + -3,867(0,944)\text{conv_pad}_{ijk} + 8,759(0,998)\text{sexo}_{ijk} + \\ & 3,332(0,749)\text{libros}_{ijk} + 4,993(0,806)\text{urbaniz}_{ijk} + 1,211(0,429)\text{an_presc}_{ijk} + 1,264(0,558)\text{inv_pad}_{ijk} + \\ & -0,414(0,179)\text{prob_esc}_{ijk} + 1,501(0,690)\text{maest_fam}_{ijk} + 0,992(0,471)\text{no_juego}_{ijk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 264,543(1,893) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [48,281(22,446)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [373,025(32,584)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2821,462(37,060)]$$

$$-2*\text{loglikelihood}(IGLS) = 131898,000(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

CON ESTE MODELO SE EVALÚAN LAS VARIABLES DE CONTEXTO

PRIMERO SE INTRODUCEN LAS VARIABLES DE CONTEXTO DE PADRES QUE FUERON SIGNIFICATIVAS EN EL MODELO C. RESULTADO:

$$\text{español}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{español}_{ijk} = & \beta_{0ijk}\text{cons} + 24,551(0,993)\text{cuarto}_{ijk} + -6,209(1,088)\text{repitencia}_{ijk} + 1,039(0,190)\text{educacion}_{ijk} + \\ & 3,333(0,918)\text{dida_al}_{ijk} + -1,890(0,482)\text{debe_rec}_{ijk} + 4,515(0,453)\text{gust_est}_{ijk} + 6,118(0,610)\text{infra_al}_{ijk} + \\ & 3,020(0,575)\text{clima_al}_{ijk} + 7,217(0,642)\text{relmael}_{ijk} + 4,321(0,516)\text{tareas_alu}_{ijk} + 1,749(0,369)\text{juego}_{ijk} + \\ & -2,752(0,555)\text{tarea_fam}_{ijk} + 8,275(0,757)\text{apoy_fam}_{ijk} + -3,403(0,951)\text{conv_pad}_{ijk} + 8,788(0,997)\text{sexo}_{ijk} + \\ & 3,044(0,748)\text{libros}_{ijk} + 2,018(0,796)\text{urbaniz}_{jk} + 1,061(0,428)\text{an_presc}_{ijk} + 1,326(0,557)\text{inv_pad}_{ijk} + \\ & -0,371(0,178)\text{prob_esc}_{ijk} + 1,035(0,701)\text{maest_fam}_{ijk} + 0,911(0,470)\text{no_juego}_{ijk} + \\ & 4,245(0,674)\text{educap_e}_{jk} + -17,739(6,578)\text{convpad_e}_{jk} + 12,043(3,509)\text{maefam_e}_{jk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 265,099(1,625) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [32,929(16,275)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [292,089(27,329)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2821,589(37,031)]$$

$$-2*\text{loglikelihood}(IGLS) = 131803,300(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

EDUCAP_E, CONVPAD_E Y MAEFAM_E MANTIENEN SIGNIFICACION AHORA SE INCLUYEN LAS AGREGADAS DE ALUMNO (MODELO C’):

$$\text{español}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{español}_{ijk} = & \beta_{0ijk}\text{cons} + 24,782(0,994)\text{cuarto}_{ijk} + -6,145(1,087)\text{repitencia}_{ijk} + 1,045(0,189)\text{educacion}_{ijk} + \\ & 3,258(0,918)\text{dida_al}_{ijk} + -1,863(0,482)\text{debe_rec}_{ijk} + 4,542(0,453)\text{gust_est}_{ijk} + 5,918(0,610)\text{infra_al}_{ijk} + \\ & 3,000(0,574)\text{clima_al}_{ijk} + 7,198(0,641)\text{relmael}_{ijk} + 4,186(0,523)\text{tareas_alu}_{ijk} + 1,527(0,375)\text{juego}_{ijk} + \\ & -2,505(0,566)\text{tarea_fam}_{ijk} + 7,806(0,770)\text{apoy_fam}_{ijk} + -3,443(0,951)\text{conv_pad}_{ijk} + 8,832(0,996)\text{sexo}_{ijk} + \\ & 3,037(0,747)\text{libros}_{ijk} + 1,789(0,778)\text{urbaniz}_{jk} + 1,023(0,427)\text{an_presc}_{ijk} + 1,308(0,556)\text{inv_pad}_{ijk} + \\ & -0,378(0,178)\text{prob_esc}_{ijk} + 1,038(0,700)\text{maest_fam}_{ijk} + 0,864(0,477)\text{no_juego}_{ijk} + 3,401(0,719)\text{educap_e}_{jk} + \\ & -14,605(6,461)\text{convpad_e}_{jk} + 10,383(3,463)\text{maefam_e}_{jk} + 10,316(5,695)\text{gustesp_e}_{jk} + 13,762(4,093)\text{apoyfam_e}_{jk} + \\ & 5,938(2,996)\text{tarealu_e}_{jk} + -5,871(2,880)\text{tarefam_e}_{jk} + 0,302(2,776)\text{nojuego_e}_{jk} + 7,739(2,069)\text{juego_e}_{jk} + \\ & -5,625(2,227)\text{edad_e}_{jk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 265,423(1,530) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [27,694(14,300)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [269,113(25,796)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2819,540(36,999)]$$

$$-2*\text{loglikelihood}(IGLS) = 131764,000(12164 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

GUSTAESP_E Y NOJUEGO_E SON EVIDENTEMENTE NO SIGNIFICATIVAS ENTRE TAREAAALU_E Y TAREAFAM_E HAY QUE DECIDIR POR TAREAFAM_E (AL 4%)

SE INCLUYEN LAS REFERIDAS A LA INSTITUCION CON RECURSOS INSTITUCIONALES (MODELO D')

$$\text{español}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{español}_{ijk} = & \beta_{0ijk} \text{cons} + 24,809(0,994) \text{cuarto}_{ijk} + -6,188(1,087) \text{repitencia}_{ijk} + 1,048(0,189) \text{educacion}_{ijk} + 3,213(0,918) \text{dida_al}_{ijk} + \\ & -1,882(0,481) \text{debe_rec}_{ijk} + 4,551(0,453) \text{gust_est}_{ijk} + 5,880(0,610) \text{infra_al}_{ijk} + 2,915(0,587) \text{clima_al}_{ijk} + \\ & 6,859(0,652) \text{relmael}_{ijk} + 4,319(0,516) \text{tareas_alu}_{ijk} + 1,531(0,375) \text{juego}_{ijk} + -2,520(0,566) \text{tarea_fam}_{ijk} + \\ & 7,816(0,770) \text{apoy_fam}_{ijk} + -3,465(0,951) \text{conv_pad}_{ijk} + 8,837(0,996) \text{sexo}_{ijk} + 3,001(0,747) \text{libros}_{ijk} + \\ & 1,300(0,800) \text{urbaniz}_{ijk} + 1,025(0,427) \text{an_presc}_{ijk} + 1,271(0,556) \text{inv_pad}_{ijk} + -0,378(0,178) \text{prob_esc}_{ijk} + \\ & 1,044(0,700) \text{maest_fam}_{ijk} + 0,871(0,470) \text{no_juego}_{ijk} + 2,976(0,735) \text{educap_e}_{ijk} + -14,216(6,433) \text{convpad_e}_{ijk} + \\ & 11,091(3,457) \text{maefam_e}_{ijk} + 12,763(4,108) \text{apoyfam_e}_{ijk} + 6,851(2,089) \text{juego_e}_{ijk} + -5,358(2,230) \text{edad_e}_{ijk} + \\ & -6,680(2,865) \text{tarefam_e}_{ijk} + 1,070(0,748) \text{recu2}_{ijk} + 9,967(3,338) \text{relmael_e}_{ijk} + 1,646(2,677) \text{climaal_e}_{ijk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 265,660(1,543) + v_{ijk} + u_{ijk} + e_{ijk}$$

$$[v_{ijk}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [28,405(14,496)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [266,093(25,620)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2819,245(36,993)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 131759,200(12164 of 12789 cases in use)

MATEMATICA

MODELO VACIO

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,124(1,982) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [57,328(24,579)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [383,477(30,381)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1966,287(25,735)]$$

$-2*\loglikelihood(IGLS) = 128678,000$ (12260 of 12789 cases in use)

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 2,540(0,412)\text{edad}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 238,959(1,980) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [56,854(24,646)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [393,406(30,911)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1958,203(25,633)]$$

$-2*\loglikelihood(IGLS) = 128640,200$ (12260 of 12789 cases in use)

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 0,623(0,822)\text{sexo}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,121(1,983) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [57,480(24,657)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [383,010(30,288)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1966,271(25,749)]$$

$-2*\loglikelihood(IGLS) = 128677,400$ (12260 of 12789 cases in use)

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + -0,192(0,836)\text{sexo}_{ijk} + 11,894(2,240)\text{sex_dumm}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 227,683(2,955) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [60,977(25,594)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [379,459(30,103)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1962,114(25,681)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 128649,200(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + -4,631(0,765)\text{exp_mate}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,175(1,977) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [57,230(24,462)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [376,921(29,924)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1961,441(25,673)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 128641,400(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 5,039(0,870)\text{gusta_mat}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,189(1,971) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [56,602(24,392)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [381,754(30,225)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1961,073(25,668)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 128644,500(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 8,137(0,496)\text{infra_al}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,388(1,740) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [41,164(18,934)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [346,243(27,908)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1930,660(25,266)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 128413,700(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 5,012(0,763)\text{dida_al}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,097(1,984) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [57,713(24,612)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [377,567(29,960)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1960,225(25,657)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 128634,900(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 5,235(0,473)\text{clima_al}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,191(1,930) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [53,918(23,509)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [370,419(29,512)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1948,748(25,505)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 128556,400(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 7,078(0,523)\text{relmae1}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,271(1,888) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [51,329(22,343)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [355,046(28,514)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1942,073(25,416)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 128497,100(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 6,056(0,484)\text{relmae2}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,278(1,896) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [51,745(22,510)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [359,754(28,797)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1945,383(25,461)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 128522,900(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + -0,129(0,427)\text{tarea_fam}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,119(1,983) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [57,438(24,554)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [383,732(30,331)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1966,219(25,737)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 128677,900(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

matematica_{ijk} ~ N($X\beta$, Ω)

matematica_{ijk} = β_{0ijk} cons + 7,285(0,575)apoy_fam_{ijk}

β_{0ijk} = 239,410(1,850) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [48,282(21,436)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [361,555(28,913)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1944,545(25,450)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 128518,900(12260 of 12789 cases in use)

matematica_{ijk} ~ N($X\beta$, Ω)

matematica_{ijk} = β_{0ijk} cons + 3,194(0,355)tareas_alu_{ijk}

β_{0ijk} = 239,212(1,939) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [54,439(23,477)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [374,139(29,708)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1954,806(25,586)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 128597,400(12260 of 12789 cases in use)

matematica_{ijk} ~ N($X\beta$, Ω)

matematica_{ijk} = β_{0ijk} cons + -0,745(0,328)no_juego_{ijk}

β_{0ijk} = 239,123(1,986) + ν_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [57,654(24,631)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [382,971(30,320)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1965,507(25,726)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 128672,800(12260 of 12789 cases in use)

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 2,127(0,306)\text{juego}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,110(1,932) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [53,575(23,396)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [381,884(30,225)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1958,728(25,637)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 128629,700(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

MODELO CON LAS VARIABLES DE PADRE EN EL MODELO A

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 22,867(0,784)\text{cuarto}_{ijk} + -8,373(0,859)\text{repitencia}_{ijk} + 0,736(0,342)\text{an_presc}_{ijk} + 1,230(0,230)\text{educacion}_{ijk} + 2,526(0,597)\text{libros}_{ijk} + 0,896(1,911)\text{secundaria}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,471(1,651) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [36,525(17,062)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [321,620(25,964)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1805,636(23,630)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 127589,300(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

SE OBSERVA:

Secundaria no tiene efecto; libros tiene efecto; hay que evaluar an-presc

Si se extrae Secundaria, 'an_presc' tiene significación del 3%

ENTONCES:

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 22,871(0,784)\text{cuarto}_{ijk} + -8,347(0,858)\text{repitencia}_{ijk} + 1,313(0,146)\text{educacion}_{ijk} + 2,537(0,597)\text{libros}_{ijk} + 0,731(0,342)\text{an_presc}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,453(1,650) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [36,482(17,012)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [321,443(25,958)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1805,708(23,630)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 127589,600(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

CON ESTE MODELO SE INICIA EL ANÁLISIS DE ALUMNO

Se incluyen las variables que completan el MODELO A:

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 25,310(0,927)\text{cuarto}_{ijk} + -6,642(0,903)\text{repitencia}_{ijk} + 1,206(0,146)\text{educacion}_{ijk} + \\ -2,608(0,489)\text{edad}_{ijk} + 3,713(0,732)\text{dida_al}_{ijk} + 0,655(0,341)\text{an_presc}_{ijk} + 2,379(0,596)\text{libros}_{ijk} + \\ 0,104(0,788)\text{sexo}_{ijk} + 4,122(0,685)\text{urbaniz}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 240,129(1,396) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [22,309(12,008)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [298,379(24,476)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1797,700(23,523)]$$

$$-2*\text{loglikelihood}(IGLS) = 127499,800(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

Se incluyen las variables significativas en el MODELO B:

$$\text{matematica}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 23,044(0,910)\text{cuarto}_{ijk} + -4,312(0,887)\text{repitencia}_{ijk} + 1,078(0,142)\text{educacion}_{ijk} + \\ -2,458(0,475)\text{edad}_{ijk} + 2,741(0,714)\text{dida_al}_{ijk} + -1,859(0,374)\text{debe_rec}_{ijk} + 3,605(0,351)\text{gust_est}_{ijk} + \\ 2,065(0,728)\text{usa_lib}_{ijk} + 3,696(0,830)\text{gusta_mat}_{ijk} + 4,416(0,477)\text{infra_al}_{ijk} + 2,789(0,449)\text{clima_al}_{ijk} + \\ 4,545(0,499)\text{relmae1}_{ijk} + 1,938(0,403)\text{tareas_alu}_{ijk} + 1,026(0,366)\text{no_juego}_{ijk} + 1,146(0,287)\text{juego}_{ijk} + \\ 1,184(0,432)\text{recur_esc}_{ijk} + -1,656(0,432)\text{tarea_fam}_{ijk} + 5,526(0,588)\text{apoy_fam}_{ijk} + 0,503(0,674)\text{libros}_{ijk} + \\ 1,019(0,533)\text{maest_fam}_{ijk} + 3,101(0,644)\text{urbaniz}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 240,460(1,285) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [18,294(10,178)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [255,668(21,485)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1704,992(22,305)]$$

$$-2*\text{loglikelihood}(IGLS) = 126807,600(12260 \text{ of } 12789 \text{ cases in use})$$

‘Maest_fam’ es significativa al 2%; por lo tanto queda incluida.

De acuerdo a estos resultados habría que sacar libros, maest_fam,

En el modelo anterior salen libros y maest_fam, tarea_fam queda negativo. Este es el MODELO B con las significativas;

Ahora se incluyen las agregadas:

matematica_{ijk} ~ N(XB, Ω)

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 22,957(0,911)\text{cuarto}_{ijk} + -4,276(0,887)\text{repitencia}_{ijk} + 0,941(0,141)\text{educacion}_{ijk} + \\ -2,336(0,484)\text{edad}_{ijk} + 2,694(0,714)\text{dida_al}_{ijk} + -1,881(0,374)\text{debe_rec}_{ijk} + 3,652(0,350)\text{gust_est}_{ijk} + \\ 2,282(0,627)\text{usa_lib}_{ijk} + 3,791(0,841)\text{gusta_mat}_{ijk} + 4,249(0,477)\text{infra_al}_{ijk} + 2,738(0,448)\text{clima_al}_{ijk} + \\ 4,472(0,499)\text{relmae1}_{ijk} + 1,771(0,408)\text{tareas_alu}_{ijk} + 0,985(0,370)\text{no_juego}_{ijk} + 1,119(0,291)\text{juego}_{ijk} + \\ 1,174(0,430)\text{recur_esc}_{ijk} + -1,691(0,439)\text{tarea_fam}_{ijk} + 5,222(0,597)\text{apoy_fam}_{ijk} + 1,853(0,545)\text{educap_e}_{jk} + \\ 8,776(3,416)\text{apoyfam_e}_{jk} + 7,134(2,483)\text{tarealu_e}_{jk} + -0,962(1,948)\text{edad_e}_{jk} + 6,939(4,966)\text{gustmat_e}_{jk} + \\ 0,056(2,404)\text{tarefa_e}_{jk} + 0,502(2,306)\text{nojuego_e}_{jk} + 1,678(1,716)\text{juego_e}_{jk} + 1,654(0,667)\text{urbaniz}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 240,870(1,171) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [13,732(8,308)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [229,241(19,815)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1705,810(22,311)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 126767,000(12260 of 12789 cases in use)

Aquí no se han incluido las referidas a recursos y clima (a incluir en el próximo modelo)
Parece que edad, gust_mat, tarefam, no juego_e y juego_e son no significativas. Se extraen
OJO: educap_e cayó cuando se ingresan estas variables.

Ahora se agregan las de recursos

matematica_{ijk} ~ N(XB, Ω)

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 22,977(0,909)\text{cuarto}_{ijk} + -4,268(0,886)\text{repitencia}_{ijk} + 0,943(0,141)\text{educacion}_{ijk} + -2,349(0,474)\text{edad}_{ijk} + \\ 2,494(0,724)\text{dida_al}_{ijk} + -1,897(0,373)\text{debe_rec}_{ijk} + 3,653(0,350)\text{gust_est}_{ijk} + 2,296(0,627)\text{usa_lib}_{ijk} + \\ 3,600(0,829)\text{gusta_mat}_{ijk} + 4,090(0,495)\text{infra_al}_{ijk} + 2,769(0,448)\text{clima_al}_{ijk} + 4,456(0,499)\text{relmae1}_{ijk} + \\ 1,801(0,407)\text{tareas_alu}_{ijk} + 0,989(0,365)\text{no_juego}_{ijk} + 1,156(0,287)\text{juego}_{ijk} + 1,149(0,430)\text{recur_esc}_{ijk} + \\ -1,686(0,432)\text{tarea_fam}_{ijk} + 5,226(0,595)\text{apoy_fam}_{ijk} + 1,945(0,512)\text{educap_e}_{jk} + 7,271(3,243)\text{apoyfam_e}_{jk} + \\ 5,796(1,971)\text{tarealu_e}_{jk} + 0,889(0,430)\text{matdid}_{jk} + 5,724(4,156)\text{didaal_e}_{jk} + 2,333(1,773)\text{infraal_e}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 240,747(1,180) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [14,276(8,546)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [229,015(19,803)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1705,859(22,315)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 126767,300(12260 of 12789 cases in use)

Hay mucha colinealidad entre recursos; hay que elegir;

matematica_{ijk} ~ N(XB, Ω)

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 22,985(0,909) \text{cuarto}_{ijk} + -4,256(0,886) \text{repitencia}_{ijk} + 0,941(0,141) \text{educacion}_{ijk} + -2,365(0,474) \text{edad}_{ijk} + 2,652(0,713) \text{dida_al}_{ijk} + -1,892(0,374) \text{debe_rec}_{ijk} + 3,643(0,350) \text{gust_est}_{ijk} + 2,289(0,627) \text{usa_lib}_{ijk} + 3,633(0,829) \text{gusta_mat}_{ijk} + 4,255(0,477) \text{infra_al}_{ijk} + 2,771(0,448) \text{clima_al}_{ijk} + 4,470(0,499) \text{relmael}_{ijk} + 1,788(0,407) \text{tareas_alu}_{ijk} + 0,998(0,365) \text{no_juego}_{ijk} + 1,163(0,287) \text{juego}_{ijk} + 1,165(0,430) \text{recur_esc}_{ijk} + -1,695(0,432) \text{tarea_fam}_{ijk} + 5,222(0,595) \text{apoy_fam}_{ijk} + 2,124(0,499) \text{educap_e}_{jk} + 7,996(3,223) \text{apoyfam_e}_{jk} + 6,206(1,960) \text{tarea_alu_e}_{jk} + 0,997(0,427) \text{matdid}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 240,774(1,164) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [13,561(8,271)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [230,074(19,867)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1706,181(22,316)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 126770,800(12260 of 12789 cases in use)

Ahora se introducen las de clima: MODELO

FINAL

matematica_{ijk} ~ N(XB, Ω)

$$\text{matematica}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 23,005(0,909) \text{cuarto}_{ijk} + -4,318(0,886) \text{repitencia}_{ijk} + 0,944(0,141) \text{educacion}_{ijk} + -2,342(0,474) \text{edad}_{ijk} + 2,633(0,713) \text{dida_al}_{ijk} + -1,898(0,373) \text{debe_rec}_{ijk} + 3,654(0,350) \text{gust_est}_{ijk} + 2,269(0,627) \text{usa_lib}_{ijk} + 3,633(0,829) \text{gusta_mat}_{ijk} + 4,171(0,477) \text{infra_al}_{ijk} + 2,597(0,457) \text{clima_al}_{ijk} + 4,199(0,507) \text{relmael}_{ijk} + 1,828(0,407) \text{tareas_alu}_{ijk} + 0,998(0,365) \text{no_juego}_{ijk} + 1,153(0,287) \text{juego}_{ijk} + 1,155(0,430) \text{recur_esc}_{ijk} + -1,735(0,432) \text{tarea_fam}_{ijk} + 5,256(0,595) \text{apoy_fam}_{ijk} + 1,646(0,511) \text{educap_e}_{jk} + 6,852(3,222) \text{apoyfam_e}_{jk} + 4,427(2,002) \text{tarea_alu_e}_{jk} + 0,905(0,425) \text{matdid}_{jk} + 4,070(2,214) \text{climaal_e}_{jk} + 8,911(2,820) \text{relmael_e}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 240,847(1,166) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [13,827(8,287)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [224,058(19,487)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1705,597(22,307)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 126756,700(12260 of 12789 cases in use)

LENGUA – VARIABLES INSTITUCIONALES SIGNIFICATIVAS EN MODELO D

$$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{med_esp}_{ijk} = & \beta_{0ijk} \text{cons} + 27,964(0,950) \text{cuarto}_{ijk} + -8,606(1,106) \text{repite_1}_{ijk} + 0,957(0,444) \text{an_presc}_{ijk} + \\ & 1,222(0,191) \text{educap}_{ijk} + 2,933(0,784) \text{libros}_{ijk} + 0,777(0,945) \text{urbanir}_{jk} + \\ & -2,637(0,504) \text{recordar}_{ijk} + 5,567(0,474) \text{gusta_est}_{ijk} + 1,297(0,605) \text{inv_pad}_{ijk} + \\ & 0,937(0,401) \text{lect_pad}_{ijk} + -4,380(0,973) \text{conversa}_{ijk} + -0,429(0,180) \text{prob_esc}_{ijk} + \\ & 4,219(0,723) \text{educap_e}_{jk} + -19,219(7,103) \text{conversa_e}_{jk} + 8,989(3,772) \text{p37a_e}_{jk} + \\ & 1,233(0,732) \text{p37a}_{ijk} + 1,568(0,827) \text{recu2_dir}_{jk} + 1,839(1,141) \text{expe_mae}_{jk} + \\ & 1,646(1,002) \text{expec_dir}_{jk} + 2,817(1,304) \text{atrib_fam}_{jk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 269,378(1,556) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [15,935(11,664)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [305,810(28,793)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3091,092(37,718)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 150950,900(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

MODELO FINAL DE LENGUA

$$\text{med_esp}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\begin{aligned} \text{med_esp}_{ijk} = & \beta_{0ijk} \text{cons} + 27,958(0,950) \text{cuarto}_{ijk} + -8,617(1,105) \text{repite_1}_{ijk} + 0,968(0,443) \text{an_presc}_{ijk} + \\ & 1,223(0,191) \text{educap}_{ijk} + 2,916(0,784) \text{libros}_{ijk} + 0,841(0,940) \text{urbanir}_{jk} + \\ & -2,621(0,504) \text{recordar}_{ijk} + 5,557(0,474) \text{gusta_est}_{ijk} + 1,296(0,605) \text{inv_pad}_{ijk} + \\ & 0,956(0,401) \text{lect_pad}_{ijk} + -4,375(0,973) \text{conversa}_{ijk} + -0,428(0,180) \text{prob_esc}_{ijk} + \\ & 4,330(0,710) \text{educap_e}_{jk} + -20,657(7,068) \text{conversa_e}_{jk} + 9,535(3,752) \text{p37a_e}_{jk} + \\ & 1,238(0,732) \text{p37a}_{ijk} + 1,514(0,819) \text{recu2_dir}_{jk} + 1,932(0,985) \text{expec_dir}_{jk} + \\ & 3,045(1,286) \text{atrib_fam}_{jk} + -4,181(1,433) \text{retro_al}_{jk} \end{aligned}$$

$$\beta_{0ijk} = 269,457(1,465) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [12,825(10,348)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [301,880(28,496)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3090,961(37,716)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 150945,100(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA: CON LAS 4 VARIABLES SIGNIFICATIVAS EN MODELO D

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 23,263(0,722) \text{cuarto}_{ijk} + -7,047(0,839) \text{repite_1}_{ijk} + 0,723(0,225) \text{educap}_{ijk} + 1,257(0,761) \text{urbanir}_{jk} + -2,201(0,384) \text{recordar}_{ijk} + 4,372(0,358) \text{gusta_est}_{ijk} + 2,961(0,511) \text{educap_e}_{jk} + 1,258(0,548) \text{p37a}_{ijk} + 1,169(0,485) \text{matdid_dir}_{jk} + 3,996(1,670) \text{secundaria}_{ijk} + 2,345(0,642) \text{usa_libr}_{ijk} + 1,434(0,441) \text{recurso2}_{ijk} + 2,046(0,878) \text{expec_dir}_{jk} + -3,253(1,244) \text{retro_al}_{jk} + 1,758(0,850) \text{disc_amb}_{jk} + 1,393(0,962) \text{expe_mae}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,563(1,078) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [4,681(5,562)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [238,408(21,078)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1799,653(21,879)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 144605,400(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

MODELO FINAL

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 23,261(0,722) \text{cuarto}_{ijk} + -7,046(0,839) \text{repite_1}_{ijk} + 0,723(0,225) \text{educap}_{ijk} + 1,226(0,767) \text{urbanir}_{jk} + -2,207(0,384) \text{recordar}_{ijk} + 4,361(0,358) \text{gusta_est}_{ijk} + 3,197(0,503) \text{educap_e}_{jk} + 1,254(0,548) \text{p37a}_{ijk} + 1,212(0,489) \text{matdid_dir}_{jk} + 3,999(1,670) \text{secundaria}_{ijk} + 2,343(0,643) \text{usa_libr}_{ijk} + 1,441(0,441) \text{recurso2}_{ijk} + 2,402(0,872) \text{expec_dir}_{jk} + -2,679(1,226) \text{retro_al}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,593(1,091) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [4,868(5,694)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [242,973(21,406)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1799,671(21,880)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 144611,800(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$$

ARCHIVO: "PADRES sin miss Contexto y ESCUELA centrada PRUEBA"

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_B , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons

$\beta_{ijk} = 268,791(4,332) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [198,664(91,689)]$

$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [687,064(57,130)]$

$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3415,137(41,676)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152576,500(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_B , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons + 22,435(3,301)urbano_{ijk}

$\beta_{ijk} = 269,243(3,149) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [94,739(48,715)]$

$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [624,783(52,603)]$

$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3414,408(41,667)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152534,500(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_B , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons + 8,148(1,120)urbani_{ijk}

$\beta_{ijk} = 269,089(2,737) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [65,820(36,694)]$

$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [624,531(52,586)]$

$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3414,485(41,667)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152531,300(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 2,493(0,180) educap_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 269,015(3,390) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [116,491(56,386)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [537,338(46,266)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3391,393(41,384)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152395,900(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 3,716(0,294) edu_max_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 269,010(3,532) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [127,511(61,173)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [559,264(47,851)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3394,988(41,428)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152424,100(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 8,074(0,774) p29a_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 268,832(4,041) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [171,874(80,257)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [615,261(52,029)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3397,818(41,461)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152469,800(13827 of 14109 cases in use)

LIBROS

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons + 16,450(1,365)edu_secun2_{ijk}

β_{ijk} = 268,907(3,690) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [140,754(66,719)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [572,209(48,785)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3396,157(41,443)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152437,200(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons + 4,168(2,301)edu_secun2_{ijk} + 2,050(0,304)educap_{ijk}

β_{ijk} = 269,005(3,396) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [117,008(56,491)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [535,694(46,122)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3390,806(41,378)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152392,600(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons + 8,151(2,082)edu_secun2_{ijk} + 2,402(0,448)edu_max_{ijk}

β_{ijk} = 268,989(3,498) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [125,004(59,991)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [549,028(47,103)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3392,706(41,401)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152408,800(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 4,032(1,331)mediodi_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 268,762(4,250) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [190,559(88,522)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [677,750(56,455)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3414,089(41,663)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152567,400(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + -1,245(0,675)hr_hogar_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 268,764(4,299) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [195,268(90,445)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [685,383(56,971)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3414,531(41,680)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152573,100(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + -16,103(1,357)rep_1_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 268,810(4,165) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [183,234(84,955)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [639,721(53,689)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3386,185(41,321)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152437,100(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + -13,382(1,852)rep_2_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 268,740(4,240) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [189,940(88,088)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [664,811(55,515)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3404,897(41,550)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152524,600(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + -16,103(1,357)repite_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 268,810(4,165) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [183,240(85,003)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [639,721(53,690)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3386,185(41,321)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152437,100(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + -14,160(1,135)repite_1_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 268,817(4,126) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [179,432(83,513)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [638,885(53,619)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3382,644(41,278)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152422,300(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons + 5,428(1,266)pre_esc_{ijk}

$\beta_{ijk} = 268,797(4,291) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [194,855(90,152)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [672,989(56,116)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3412,301(41,641)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152558,200(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons + 2,732(0,463)an_presc_{ijk}

$\beta_{ijk} = 268,857(4,292) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [195,533(90,115)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [657,273(55,004)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3410,183(41,614)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 152542,000(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{ijk} cons + 28,083(0,968)cuarto_{ijk}

$\beta_{ijk} = 268,732(4,324) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [197,596(91,336)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [698,725(57,533)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3213,043(39,210)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 151759,900(13827 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β^{cons}

$\beta^{\text{cons}} = 243,103(3,068) + v_{0k} + u_{0jk} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [97,488(45,950)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [401,427(33,324)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,504(24,407)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146285,000(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = $\beta^{\text{cons}} + 13,776(2,550)\text{urban}_{0jk}$

$\beta^{\text{cons}} = 243,362(2,318) + v_{0k} + u_{0jk} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [49,855(26,450)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [379,590(31,732)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,318(24,405)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146258,300(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = $\beta^{\text{cons}} + 5,449(0,861)\text{urban}_{1ijk}$

$\beta^{\text{cons}} = 243,280(2,005) + v_{0k} + u_{0jk} + e_{0ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [33,909(19,744)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [374,939(31,395)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,320(24,405)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146250,800(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 1,810(0,138) educap_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 243,265(2,362) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [53,913(27,391)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [332,737(28,334)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1993,240(24,233)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146119,800(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 2,686(0,225) edu_mat_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 243,259(2,485) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [60,628(30,278)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [343,941(29,146)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1995,442(24,260)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146146,800(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 5,008(0,594) libros_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 243,139(2,875) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [84,718(40,626)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [372,838(31,292)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2001,005(24,327)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146214,800(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk} cons + 12,768(1,043)edu_secun2_{ijk}

$\beta_{ijk} = 243,186(2,541) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [64,005(31,670)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [345,316(29,242)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1994,132(24,244)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146139,800(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk} cons + 5,207(1,761)edu_secun2_{ijk} + 1,255(0,233)educap_{ijk}

$\beta_{ijk} = 243,249(2,364) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [54,042(27,371)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [331,532(28,238)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1992,130(24,220)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146111,100(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk} cons + 7,833(1,593)edu_secun2_{ijk} + 1,419(0,343)edu_max_{ijk}

$\beta_{ijk} = 243,237(2,437) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [58,036(29,113)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [337,442(28,669)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1992,891(24,229)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146122,700(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 2,354(1,019)mediodi_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 243,085(3,024) + v_{0k} + u_{0jk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [94,366(44,996)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [398,488(33,262)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,133(24,409)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146279,700(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + 0,302(0,516)hr_hogar_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 243,110(3,075) + v_{0k} + u_{0jk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [98,044(46,015)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [401,482(33,318)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2007,438(24,408)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146284,600(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = $\beta_{ijk}^{cons} + -12,287(1,038)rep_1_{ijk}$

$\beta_{ijk}^{cons} = 243,129(2,929) + v_{0k} + u_{0jk} + e_{ijk}$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [88,242(42,107)]$$

$$[u_{0jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [379,428(31,716)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1989,951(24,193)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146145,800(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + -8,342(1,418)rep_2_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 243,079(3,005) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [93,269(44,271)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [391,890(32,633)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2003,669(24,361)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146250,500(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + -12,287(1,038)repite_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 243,129(2,929) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [88,241(42,104)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [379,428(31,716)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1989,951(24,193)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146145,800(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + -10,591(0,867)repite_1_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 243,129(2,909) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [86,853(41,556)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [378,812(31,669)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1988,757(24,179)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146136,900(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + 3,318(0,969)pre_esc_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 243,106(3,037) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [95,384(45,304)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [396,466(32,955)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2006,425(24,394)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146273,300(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + 1,703(0,354)an_presc_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 243,142(3,020) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [94,406(44,677)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [389,812(32,494)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2005,607(24,384)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 146262,000(13928 of 14109 cases in use)

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_E , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{ijk}^{cons} + 23,568(0,735)cuarto_{ijk}

β_{ijk}^{cons} = 243,080(3,059) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{ijk}

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [96,772(45,861)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [408,066(33,446)]$$

$$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1865,305(22,680)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 145292,800(13928 of 14109 cases in use)

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\overline{XB}, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 23,556(0,728) \text{cuarto}_{ijk} + 4,210(0,779) \text{urbanis}_{ijk} + -9,032(0,840) \text{repite_1}_{ijk} + 0,878(0,230) \text{educap}_{ijk} + 4,861(1,689) \text{secundaria}_{ijk} + -0,341(0,990) \text{mediodi}_{ijk} + 2,249(0,599) \text{libros}_{ijk} + 0,757(0,342) \text{an_presc}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,421(1,506) + v_{0ik} + u_{0ik} + e_{0ik}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [15,394(10,985)]$$

$$[u_{0ik}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [309,908(26,324)]$$

$$[e_{0ik}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1831,869(22,272)]$$

-2*loglikelihood(IGLS)= 144938,600(13928 of 14109 cases in use)

Aquí se incluye la variable PRE_ESC Y la dummy indicando 1=missing; 0=lo contrario

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\overline{XB}, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 23,564(0,728) \text{cuarto}_{ijk} + 4,179(0,788) \text{urbanis}_{ijk} + -8,773(0,843) \text{repite_1}_{ijk} + 1,017(0,232) \text{educap}_{ijk} + 3,655(1,719) \text{secundaria}_{ijk} + -0,340(0,990) \text{mediodi}_{ijk} + 2,282(0,598) \text{libros}_{ijk} + 0,609(0,948) \text{pre_esc}_{ijk} + -3,712(1,002) \text{presc_miss}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 244,570(1,730) + v_{0ik} + u_{0ik} + e_{0ik}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [22,774(14,045)]$$

$$[u_{0ik}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [308,934(26,254)]$$

$$[e_{0ik}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1830,230(22,252)]$$

-2*loglikelihood(IGLS)= 144928,300(13928 of 14109 cases in use)

$$\text{med_mat}_{ijk} \sim N(\overline{XB}, \Omega)$$

$$\text{med_mat}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 23,566(0,728) \text{cuarto}_{ijk} + 4,190(0,782) \text{urbanis}_{ijk} + -9,049(0,840) \text{repite_1}_{ijk} + 0,900(0,230) \text{educap}_{ijk} + 4,843(1,690) \text{secundaria}_{ijk} + -0,310(0,990) \text{mediodi}_{ijk} + 2,287(0,598) \text{libros}_{ijk} + 1,213(0,935) \text{pre_esc}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 243,412(1,534) + v_{0ik} + u_{0ik} + e_{0ik}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [16,344(11,495)]$$

$$[u_{0ik}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [311,341(26,422)]$$

$$[e_{0ik}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1832,038(22,274)]$$

-2*loglikelihood(IGLS)= 144941,800(13928 of 14109 cases in use)

De todas maneras, se observa que PRE_ESC es no significativo

MATEMATICA

med_mat_{ijk} ~ N(\bar{X}_B , Ω)

med_mat_{ijk} = β_{0ijk} cons + 23,556(0,728)cuarto_{ijk} + 4,210(0,779)urbani_{ijk} + -9,032(0,840)repite_1_{ijk} + 0,878(0,230)educap_{ijk} + 4,861(1,689)secundaria_{ijk} + -0,341(0,990)mediodi_{ijk} + 2,249(0,599)libros_{ijk} + 0,757(0,342)an_presc_{ijk}

$\beta_{0ijk} = 243,421(1,506) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0k}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [15,394(10,985)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [309,908(26,324)]$

$[e_{0k}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1831,869(22,272)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 144938,600(13928 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_B , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + 28,041(0,959)cuarto_{ijk} + 6,248(0,988)urbani_{ijk} + -11,919(1,106)repite_1_{ijk} + 1,372(0,302)educap_{ijk} + 3,917(2,218)secundaria_{ijk} + 0,215(1,300)mediodi_{ijk} + 4,492(0,785)libros_{ijk} + 1,417(0,450)an_presc_{ijk}

$\beta_{0ijk} = 269,216(2,186) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0k}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [38,731(23,296)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [471,198(40,940)]$

$[e_{0k}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3152,784(38,472)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 151358,800(13827 of 14109 cases in use)

LENGUA

med_esp_{ijk} ~ N(\bar{X}_B , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + 28,041(0,959)cuarto_{ijk} + 6,248(0,988)urbani_{ijk} + -11,919(1,106)repite_1_{ijk} + 1,372(0,302)educap_{ijk} + 3,917(2,218)secundaria_{ijk} + 0,215(1,300)mediodi_{ijk} + 4,492(0,785)libros_{ijk} + 1,417(0,450)an_presc_{ijk}

$\beta_{0ijk} = 269,216(2,186) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0k}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [38,731(23,296)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [471,198(40,940)]$

$[e_{0k}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3152,784(38,472)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 151358,800(13827 of 14109 cases in use)

med_esp_{ijk} ~ N(β , Ω)

med_esp_{ijk} = β_{0ijk} cons + 27,910(0,951)cuarto_{ijk} + 5,906(0,968)urbanis_{ijk} + -9,083(1,109)repite_1_{ijk} +
1,616(0,186)educap_{ijk} + 2,772(0,903)libros_{ijk} + 1,070(0,447)an_presc_{ijk} + -4,758(0,967)conversa_{ijk} +
0,867(0,406)lect_pad_{ijk} + 1,197(0,609)inv_pad_{ijk} + -2,657(0,506)recordar_{ijk} + 5,565(0,476)gusta_est_{ijk} +
1,118(0,989)usa_lib_{ijk} + 1,423(0,743)p37a_{ijk} + -0,205(0,813)p34a_{ijk} + 1,196(1,009)p35a_{ijk} +
-0,612(1,917)p36a_{ijk} + 0,705(0,629)recurso2_{ijk} + -0,377(0,195)prob_esc_{ijk}

β_{0ijk} = 269,281(2,143) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [37,328(22,462)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [447,865(39,098)]$

$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3091,650(37,727)]$

-2*loglikelihood(IGLS) = 151077,900(13827 of 14109 cases in use)

MATEMATICA

$med_mat_{ijk} \sim N(\bar{X}_B, \Omega)$

$med_mat_{ijk} = \beta_{ijk}^{mat} \text{cons} + 23,263(0,722) \text{cuarto}_{ijk} + 1,313(0,775) \text{urbanis}_{ijk} - 7,031(0,840) \text{repite_1}_{ijk} + 3,979(1,671) \text{secundaria}_{ijk} +$
 $0,725(0,225) \text{educap}_{ijk} + 4,359(0,358) \text{gusta_est}_{ijk} + 2,356(0,643) \text{usa_libr}_{ijk} + 1,235(0,548) \text{p37a}_{ijk} + 1,435(0,441) \text{recurso2}_{ijk} +$
 $3,438(0,500) \text{educap_e}_{jk} - 2,212(0,384) \text{recordar}_{ijk} + 1,611(0,479) \text{matdid_dir}_{jk}$

$\beta_{ijk}^{mat} = 243,611(1,112) + v_{0k} + u_{0k} + e_{ijk}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [5,139(5,923)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [251,316(22,006)]$

$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1799,769(21,881)]$

$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 144623,600(13928 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$

LENGUA

$med_esp_{ijk} \sim N(\bar{X}_B, \Omega)$

$med_esp_{ijk} = \beta_{ijk}^{esp} \text{cons} + 27,964(0,950) \text{cuarto}_{ijk} + 1,835(0,934) \text{urbanis}_{ijk} - 8,730(1,119) \text{repite_1}_{ijk} + 1,242(0,191) \text{educap}_{ijk} + 2,764(0,795) \text{libros}_{ijk} +$
 $-4,407(0,973) \text{conversa}_{ijk} - 2,667(0,511) \text{recordar}_{ijk} + 5,560(0,478) \text{gusta_est}_{ijk} + -0,385(0,184) \text{prob_esc}_{ijk} + 0,815(0,456) \text{an_presc}_{ijk} +$
 $0,948(0,406) \text{lect_pad}_{ijk} + 1,352(0,617) \text{inv_pad}_{ijk} + 1,254(0,732) \text{p37a}_{ijk} + 4,346(0,899) \text{educap_e}_{jk} + 6,290(7,440) \text{repite1_e}_{jk} +$
 $6,421(4,868) \text{p29a_e}_{jk} + 2,792(1,990) \text{anipresc_e}_{jk} + 1,382(3,180) \text{p9a_e}_{jk} + -0,110(3,668) \text{p23a_e}_{jk} + 7,112(4,081) \text{p37a_e}_{jk} +$
 $-2,190(3,297) \text{invpad_e}_{jk} + 0,581(2,748) \text{lectpad_e}_{jk} + -19,030(7,550) \text{conversa_e}_{jk} + -1,555(0,921) \text{probesc_e}_{jk}$

$\beta_{ijk}^{esp} = 269,735(1,307) + v_{0k} + u_{0k} + e_{ijk}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [7,349(8,204)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [320,719(29,850)]$

$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3090,810(37,715)]$

$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 150959,800(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$

$med_esp_{ijk} \sim N(\bar{X}_B, \Omega)$

$med_esp_{ijk} = \beta_{ijk}^{esp} \text{cons} + 27,952(0,950) \text{cuarto}_{ijk} + 1,108(0,951) \text{urbanis}_{ijk} - 8,596(1,106) \text{repite_1}_{ijk} + 1,224(0,191) \text{educap}_{ijk} +$
 $2,907(0,784) \text{libros}_{ijk} + -4,386(0,973) \text{conversa}_{ijk} + -2,627(0,504) \text{recordar}_{ijk} + 5,559(0,474) \text{gusta_est}_{ijk} +$
 $4,687(0,716) \text{educap_e}_{jk} + -20,163(7,192) \text{conversa_e}_{jk} + -0,434(0,180) \text{prob_esc}_{ijk} + 0,946(0,444) \text{an_presc}_{ijk} +$
 $0,938(0,402) \text{lect_pad}_{ijk} + 1,293(0,606) \text{inv_pad}_{ijk} + 1,236(0,732) \text{p37a}_{ijk} + 9,646(3,809) \text{p37a_e}_{jk} + 1,715(0,836) \text{recu2_dir}_{jk}$

$\beta_{ijk}^{esp} = 269,540(1,530) + v_{0k} + u_{0k} + e_{ijk}$

$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [14,610(11,284)]$

$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [318,838(29,726)]$

$[e_{ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3091,088(37,718)]$

$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 150962,900(13827 \text{ of } 14109 \text{ cases in use})$

MODELOS VACIOS CON TODOS LOS REGISTROS (con ENTIDAD=11 y sin corrección en ESTADO=13) NO PONDERADOS

LENGUA

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 265,970(1,492) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 906,656(66,805) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 3429,852(38,651) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 178974,700(16207 \text{ of } 16207 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 266,623(4,056) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$\begin{bmatrix} v_{0k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 186,764(83,750) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 747,811(57,314) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 3431,158(38,661) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 178930,500(16207 \text{ of } 16207 \text{ cases in use})$$

LENGUA SIN ESTADO=11 y corregida ENTIDAD=13

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 268,005(1,560) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 868,538(68,402) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 3425,472(41,355) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 155988,200(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 268,131(3,969) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [161,102(76,899)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [736,632(60,417)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3426,630(41,360)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 155958,000(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

LENGUA SIN ESTADO=11 y corregida ENTIDAD=13 PONDERADOR TOTAL

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 263,798(1,968) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$[u_{0j}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1028,148(264,083)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3269,719(208,464)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 115045,400(10443 \text{ of } 10443 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 262,748(3,868) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [88,548(58,281)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [956,419(223,641)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3270,033(808,201)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 115035,800(10443 \text{ of } 10443 \text{ cases in use})$$

MODELOS VACIOS CON TODOS LOS REGISTROS (con ENTIDAD=11 y sin corrección en ESTADO=13) NO PONDERADOS

MATEMATICA

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{X}\mathcal{B}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 241,615(1,077) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 466,987(34,942) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 2002,828(22,499) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 171211,100(16303 \text{ of } 16303 \text{ cases in use})$$

$$y_{ijk} \sim N(\mathcal{X}\mathcal{B}, \Omega)$$

$$y_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,082(2,936) + v_{0k} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$\begin{bmatrix} v_{0k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 97,819(43,860) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 388,555(30,172) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 2003,135(22,502) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 171167,700(16303 \text{ of } 16303 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA SIN ESTADO=11 y corregida ENTIDAD=13

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{X}\mathcal{B}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 242,873(1,155) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 473,065(37,741) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 2015,364(24,246) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 149420,800(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA SIN ESTADO=11 y corregida ENTIDAD=13

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,999(2,970) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [90,429(43,030)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [402,711(33,284)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2015,607(24,248)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 149389,600(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA SIN ESTADO=11 y corregida ENTIDAD=13 PONDERADOR TOTAL

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 239,993(1,333) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$[u_{0j}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [453,944(50,878)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1892,330(116,305)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 110366,300(10517 \text{ of } 10517 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 239,275(2,658) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [42,315(30,611)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [419,653(67,508)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1892,581(459,556)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 110359,100(10517 \text{ of } 10517 \text{ cases in use})$$

A NIVEL ESTADO SE PONDERA PARA PODER COMPARAR CON LA TABLA GENERAL ANTERIOR ('por ESTADO/Leng Original Estado_x)

LENGUA SIN ESTADO=11 y corregida ENTIDAD=13 PONDERADOR TOTAL

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{X}\mathcal{B}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 263,798(1,968) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1028,148(264,083)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3269,719(208,464)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 115045,400(10443 of 10443 cases in use)

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{X}\mathcal{B}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 21,609(3,652) \text{urbe}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 251,123(2,508) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [914,701(280,904)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3269,760(208,429)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 115011,400(10443 of 10443 cases in use)

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{X}\mathcal{B}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 28,949(2,058) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 249,331(2,258) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1010,903(237,606)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3060,588(193,980)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 114429,600(10443 of 10443 cases in use)

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{X}\mathcal{B}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 21,435(3,628) \text{urbe}_{ij} + 28,952(2,060) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 236,766(2,762) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [898,102(251,858)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3060,729(193,948)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 114395,600(10443 of 10443 cases in use)

LENGUA ENTIDAD 2 PONDERADO CON URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 278,765(5,054) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [533,174(157,163)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3160,145(189,704)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 10466,410(956 \text{ of } 956 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 7,711(11,097) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 272,622(9,452) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [523,752(157,198)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3160,117(189,721)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 10466,020(956 \text{ of } 956 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 7,475(11,124) \text{urbano}_{ij} + 26,700(5,080) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 259,489(9,553) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [530,174(156,682)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2977,133(182,390)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 10410,570(956 \text{ of } 956 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 26,705(5,080) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 265,439(5,463) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [539,052(156,755)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2977,151(182,380)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 10410,930(956 \text{ of } 956 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 3 NO PONDERADO SIN URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 276,408(6,335) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [681,357(231,495)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [4640,770(340,371)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 8735,142(771 \text{ of } 771 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 24,071(7,711) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 264,233(6,002) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [688,732(229,423)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [4491,708(339,916)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 8710,711(771 \text{ of } 771 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 5 PONDERADO con URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 271,566(4,491) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [834,561(194,039)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3891,856(412,321)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 21088,030(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 22,209(8,124) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 258,113(5,464) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [730,862(159,580)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3890,334(412,420)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 21081,360(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 22,709(8,244) \text{urbano}_{ij} + 39,180(3,645) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 237,433(5,911) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [745,491(164,068)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3510,235(369,084)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 20924,160(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 39,167(3,646) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 251,046(4,936) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [858,192(203,598)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3511,307(369,004)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 20930,970(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 8 PONDERADO con URBANO

$$\text{medida}_y \sim N(X\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0\bar{y}} \text{cons}$$

$$\beta_{0\bar{y}} = 264,254(7,537) + u_{0\bar{y}} + e_{0\bar{y}}$$

$$[u_{0\bar{y}}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [2165,835(1762,479)]$$

$$[e_{0\bar{y}}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2943,180(539,316)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 13643,380(1256 \text{ of } 1256 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(X\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0\bar{y}} \text{cons} + -12,972(12,630) \text{urbano}_y$$

$$\beta_{0\bar{y}} = 272,477(5,553) + u_{0\bar{y}} + e_{0\bar{y}}$$

$$[u_{0\bar{y}}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [2128,003(1700,623)]$$

$$[e_{0\bar{y}}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2943,127(539,320)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 13642,680(1256 \text{ of } 1256 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(X\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0\bar{y}} \text{cons} + -14,327(12,121) \text{urbano}_y + 30,311(6,382) \text{cuarto}_y$$

$$\beta_{0\bar{y}} = 258,955(5,974) + u_{0\bar{y}} + e_{0\bar{y}}$$

$$[u_{0\bar{y}}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1924,118(1511,960)]$$

$$[e_{0\bar{y}}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2728,911(482,239)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 13533,870(1256 \text{ of } 1256 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(X\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0\bar{y}} \text{cons} + 30,271(6,380) \text{cuarto}_y$$

$$\beta_{0\bar{y}} = 249,890(8,398) + u_{0\bar{y}} + e_{0\bar{y}}$$

$$[u_{0\bar{y}}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1970,472(1576,140)]$$

$$[e_{0\bar{y}}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2728,967(482,282)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 13534,830(1256 \text{ of } 1256 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 10 PONDERADO con URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 262,203(4,889) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1075,818(263,030)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3226,496(175,355)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 18311,320(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 29,565(8,877) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 245,285(6,586) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [861,989(222,927)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3226,482(175,367)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 18302,280(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 30,387(8,990) \text{urbano}_{ij} + 17,296(5,658) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 236,057(8,055) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [871,940(223,774)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3149,838(198,072)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 18263,560(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 17,202(5,661) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 253,492(5,878) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1097,730(265,836)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3149,857(197,908)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 18273,030(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 11 NO PONDERADO SIN URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 252,010(3,965) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [698,182(158,345)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3405,713(110,472)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 21481,340(1948 \text{ of } 1948 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 29,710(2,557) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 237,227(4,155) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [700,078(156,476)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3179,884(103,223)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 21350,870(1948 \text{ of } 1948 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 13 NO PONDERADO SIN URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 277,987(4,176) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [327,169(120,950)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3545,290(166,290)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 10310,040(933 \text{ of } 933 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 35,994(3,714) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 259,878(4,551) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [330,502(119,372)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3214,270(150,770)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 10220,650(933 \text{ of } 933 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 16 PONDERADO con URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 238,453(4,360) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [312,261(94,485)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3290,937(497,267)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 9299,817(849 \text{ of } 849 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 2,261(10,700) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 237,727(4,471) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [311,166(95,014)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3290,934(497,309)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 9299,760(849 \text{ of } 849 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 24,201(4,937) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 226,579(5,418) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [312,293(95,579)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3141,953(475,486)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 9262,955(849 \text{ of } 849 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 1,846(10,709) \text{urbano}_{ij} + 24,196(4,950) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 225,993(4,868) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [310,899(94,495)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3142,015(475,576)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 9262,914(849 \text{ of } 849 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 17 PONDERADO con URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 265,145(2,940) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [330,579(72,485)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3422,922(173,039)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 18589,660(1686 \text{ of } 1686 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + -0,851(9,375) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 265,877(8,847) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [330,493(72,791)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3422,915(173,038)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 18589,650(1686 \text{ of } 1686 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 31,122(3,533) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 249,162(3,310) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [347,462(75,414)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3172,951(156,630)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 18465,340(1686 \text{ of } 1686 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + -1,326(9,305) \text{urbano}_{ij} + 31,123(3,535) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 250,303(8,522) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [345,947(76,398)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3172,952(156,630)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 18465,320(1686 \text{ of } 1686 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 19 NO PONDERADO SIN URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 297,298(6,274) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [892,364(243,239)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3613,958(194,808)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 10957,450(988 \text{ of } 988 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 31,133(4,176) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 281,684(6,670) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [901,780(242,156)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3365,474(168,688)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 10888,930(988 \text{ of } 988 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 21 NO PONDERADO SIN URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 263,173(4,854) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [510,550(113,244)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3120,037(192,517)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 10857,660(993 \text{ of } 993 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 24,951(4,685) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 250,763(5,639) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [509,387(112,216)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2961,107(180,171)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 10806,830(993 \text{ of } 993 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 24 PONDERADO con URBANO

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons}$$

$$\beta_{0y} = 250,285(6,013) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [674,963(237,801)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3491,656(854,786)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 7085,419(645 \text{ of } 645 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 29,283(17,342) \text{urbano}_y$$

$$\beta_{0y} = 245,803(5,834) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [548,121(161,688)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3494,019(856,219)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 7082,229(645 \text{ of } 645 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 29,791(4,234) \text{cuarto}_y$$

$$\beta_{0y} = 235,161(5,890) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [695,229(231,477)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3263,418(777,427)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 7051,139(645 \text{ of } 645 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 28,769(16,845) \text{urbano}_y + 29,721(4,204) \text{cuarto}_y$$

$$\beta_{0y} = 230,861(6,762) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [573,815(165,088)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3265,609(778,689)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 7048,095(645 \text{ of } 645 \text{ cases in use})$$

LENGUA ENTIDAD 30 PONDERADO con URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 267,809(4,988) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1115,542(222,352)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [29827,790(2118,594)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 18383,540(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 43,687(7,892) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 244,707(6,242) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [640,485(122,493)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [29827,170(2118,609)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 18366,490(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 31,109(4,855) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 252,663(5,725) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1109,655(227,003)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [27540,520(1751,900)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 18270,580(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 43,354(7,865) \text{urbano}_{ij} + 31,070(4,874) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 229,751(6,880) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [641,856(124,601)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [27539,980(1752,050)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 18253,320(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

PONDERADOS A NIVEL ESTADO CUANDO TIENE URBANO RURAL

(/por ESTADO/Mat Original Estado_x)

MATEMATICA SIN ESTADO=11 y corregida ENTIDAD=13 PONDERADOR TOTAL

medida_{iy} ~ N(XB, Ω)

medida_{iy} = β_{0iy}cons

β_{0iy} = 239,993(1,333) + u_{iy} + e_{0iy}

[u_{iy}] ~ N(0, Ω_u) : Ω_u = [453,944(50,878)]

[e_{0iy}] ~ N(0, Ω_e) : Ω_e = [1892,330(116,305)]

-2*loglikelihood(IGLS) = 110366,300(10517 of 10517 cases in use)

medida_{iy} ~ N(XB, Ω)

medida_{iy} = β_{0iy}cons + 14,456(2,527)urbe_y

β_{0iy} = 231,484(1,846) + u_{iy} + e_{0iy}

[u_{iy}] ~ N(0, Ω_u) : Ω_u = [403,713(49,767)]

[e_{0iy}] ~ N(0, Ω_e) : Ω_e = [1892,311(116,266)]

-2*loglikelihood(IGLS) = 110337,200(10517 of 10517 cases in use)

medida_{iy} ~ N(XB, Ω)

medida_{iy} = β_{0iy}cons + 21,635(2,090)grado_{iy}

β_{0iy} = 229,138(1,610) + u_{iy} + e_{0iy}

[u_{iy}] ~ N(0, Ω_u) : Ω_u = [460,372(51,405)]

[e_{0iy}] ~ N(0, Ω_e) : Ω_e = [1773,812(107,613)]

-2*loglikelihood(IGLS) = 109691,600(10517 of 10517 cases in use)

medida_{iy} ~ N(XB, Ω)

medida_{iy} = β_{0iy}cons + 14,227(2,535)urbe_y + 21,617(2,090)grado_{iy}

β_{0iy} = 220,783(2,185) + u_{iy} + e_{0iy}

[u_{iy}] ~ N(0, Ω_u) : Ω_u = [411,118(50,105)]

[e_{0iy}] ~ N(0, Ω_e) : Ω_e = [1773,850(107,579)]

-2*loglikelihood(IGLS) = 109663,100(10517 of 10517 cases in use)

MATEMATICA ENTIDAD 2

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons}$$

$$\beta_{0y} = 250,292(3,270) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [207,391(61,118)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1951,161(125,259)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 10016,640(958 \text{ of } 958 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 24,429(3,266) \text{cuarto}_y$$

$$\beta_{0y} = 238,099(3,053) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [211,470(60,964)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1798,149(134,269)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 9938,856(958 \text{ of } 958 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 8,806(6,913) \text{urbano}_y$$

$$\beta_{0y} = 243,256(5,829) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [195,346(56,808)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1951,082(125,245)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 10015,420(958 \text{ of } 958 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 24,419(3,265) \text{cuarto}_y + 8,587(6,866) \text{urbano}_y$$

$$\beta_{0y} = 231,247(5,717) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [199,960(57,125)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1798,085(134,245)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 9937,692(958 \text{ of } 958 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 3 SIN URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 246,037(4,794) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [398,608(145,293)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2342,782(120,740)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 8231,913(773 \text{ of } 773 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 26,854(3,342) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 232,543(5,093) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [406,341(146,280)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2157,469(111,189)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 8169,990(773 \text{ of } 773 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{y_j} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{y_j} = \beta_{0y} \text{cons}$$

$$\beta_{0y} = 241,430(3,314) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [494,997(109,907)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2043,423(66,880)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 20168,530(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{y_j} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{y_j} = \beta_{0y} \text{cons} + 16,856(6,216) \text{urbano}_y$$

$$\beta_{0y} = 232,328(4,568) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [425,567(95,951)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2043,293(66,876)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 20161,660(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{y_j} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{y_j} = \beta_{0y} \text{cons} + 28,062(1,969) \text{cuarto}_y$$

$$\beta_{0y} = 227,136(3,450) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [495,978(108,975)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1843,330(60,332)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 19975,740(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{y_j} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{y_j} = \beta_{0y} \text{cons} + 28,044(1,969) \text{cuarto}_y + 16,562(6,201) \text{urbano}_y$$

$$\beta_{0y} = 218,206(4,664) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [428,657(95,486)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1843,246(60,329)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 19969,050(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 8 PONDERADA

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 239,901(4,180) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [623,104(191,981)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2134,932(251,677)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 13476,850(1269 \text{ of } 1269 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + -7,917(7,414) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 245,011(4,456) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [609,649(179,026)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2134,845(251,688)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 13475,990(1269 \text{ of } 1269 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + -8,468(7,318) \text{urbano}_{ij} + 11,106(6,677) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 239,830(5,313) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [614,891(177,972)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2103,383(250,457)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 13449,520(1269 \text{ of } 1269 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 11,071(6,689) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 234,385(3,911) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [630,381(192,131)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2103,472(250,437)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 13450,500(1269 \text{ of } 1269 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 10 PONDERADA

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 242,290(3,241) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [460,356(133,745)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1839,247(114,588)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 17300,840(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 16,405(6,095) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 232,899(4,559) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [394,537(114,885)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1839,242(114,584)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 17294,350(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 17,656(6,180) \text{urbano}_{ij} + 24,138(3,742) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 219,917(5,621) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [400,626(114,478)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1691,317(96,002)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 17177,410(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 24,057(3,736) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 230,063(4,036) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [476,839(138,401)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1691,325(96,024)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 17184,770(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 11 NO PONDERADA sin URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 232,411(2,559) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [279,050(65,490)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1878,038(60,884)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 20359,820(1953 \text{ of } 1953 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 24,037(1,883) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 220,388(2,723) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [281,676(65,278)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1730,119(56,088)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 20203,520(1953 \text{ of } 1953 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 13 NO PONDERADA sin URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 249,503(2,467) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [91,248(42,238)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2159,493(100,578)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 9971,192(946 \text{ of } 946 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 32,644(2,825) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 233,107(2,831) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [96,115(41,661)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1886,992(87,884)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 9846,486(946 \text{ of } 946 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 16 PONDERADA CON URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 221,284(2,919) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [128,010(86,489)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1863,738(288,302)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 8825,817(849 \text{ of } 849 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + -5,779(7,092) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 223,222(2,746) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [121,079(70,939)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1863,597(288,313)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 8824,889(849 \text{ of } 849 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 21,374(7,153) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 210,820(4,578) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [130,799(85,571)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1746,945(262,242)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 8778,309(849 \text{ of } 849 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + -6,146(7,068) \text{urbano}_{ij} + 21,397(7,146) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 212,845(4,715) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [122,677(69,102)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1746,878(262,312)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 8777,269(849 \text{ of } 849 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 17 PONDERADA CON URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 241,211(2,203) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [179,379(43,531)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2157,087(148,915)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 17944,490(1702 \text{ of } 1702 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + -1,056(7,342) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 242,120(6,974) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [179,246(43,864)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2157,088(148,916)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 17944,460(1702 \text{ of } 1702 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 25,905(3,097) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 227,925(2,846) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [190,794(44,692)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1984,135(128,991)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 17805,120(1702 \text{ of } 1702 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + -1,431(7,347) \text{urbano}_{ij} + 25,907(3,097) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 229,156(7,230) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [189,030(44,067)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1984,136(128,992)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood}(IGLS) = 17805,060(1702 \text{ of } 1702 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 19 NO PONDERADA sin URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 268,112(5,482) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [697,960(168,421)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2106,271(127,966)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 10441,310(989 \text{ of } 989 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 24,824(3,189) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 255,649(5,832) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [698,723(168,888)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1948,692(112,108)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 10366,240(989 \text{ of } 989 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 21 NO PONDERADA sin URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 239,958(3,558) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [269,860(89,557)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1855,857(84,314)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 10349,650(994 \text{ of } 994 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 23,674(2,626) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 228,170(3,775) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [270,433(88,685)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1712,592(77,805)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 10271,560(994 \text{ of } 994 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA ENTIDAD 24 PONDERADA con URBANO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 231,262(5,050) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [516,298(174,414)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1732,442(483,684)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 6714,592(649 of 649 cases in use)

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 25,354(14,198) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 227,621(4,975) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [428,480(145,467)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1733,378(484,504)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 6711,533(649 of 649 cases in use)

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 18,869(8,263) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 221,734(5,712) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [520,993(179,365)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1641,537(416,538)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 6692,309(649 of 649 cases in use)

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 24,992(13,815) \text{urbano}_{ij} + 18,835(8,233) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 218,188(6,977) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [436,328(153,883)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1642,385(417,287)]$$

-2*loglikelihood(IGLS) = 6689,319(649 of 649 cases in use)

MATEMATICA ENTIDAD 30 PONDERADA con URBANO

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons}$$

$$\beta_{0y} = 242,164(3,597) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [575,561(127,485)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1802,984(126,791)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 15828,050(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 29,474(5,901) \text{urbano}_y$$

$$\beta_{0y} = 226,582(4,597) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [359,272(82,691)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1802,963(126,792)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 15808,100(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 23,165(3,119) \text{cuarto}_y$$

$$\beta_{0y} = 230,877(3,988) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [582,485(130,219)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1668,013(117,979)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 15749,860(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_y \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_y = \beta_{0y} \text{cons} + 29,269(5,943) \text{urbano}_y + 23,106(3,129) \text{cuarto}_y$$

$$\beta_{0y} = 215,428(4,916) + u_{0y} + e_{0y}$$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [369,203(84,836)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1667,993(117,976)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 15730,330(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

ESTADO COAHUILA MATEMATICA – PONDERADO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 242,432(3,348) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [473,057(120,378)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1957,959(185,607)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 20170,410(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 16,681(6,170) \text{urbano}_{ij} + 27,315(3,100) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 218,474(4,676) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [410,236(97,395)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1772,472(174,019)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 19970,700(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 17,677(6,780) \text{urbano}_{ij} + 29,007(4,422) \text{cuarto}_{ij} + -1,972(5,663) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 217,622(4,824) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [410,273(97,338)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1772,349(173,974)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 19970,220(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 17,730(6,788) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + -1,963(5,658) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 217,588(4,824) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 29,014(4,421) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 468,012(111,849) & \\ -100,013(76,559) & 172,859(93,239) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1726,838(170,138)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 19953,500(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 17,700(6,798) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + -1,936(5,655) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 217,606(4,826) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 28,998(4,421) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 417,384(99,460) & \\ 0 & 146,045(85,204) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1729,687(170,230)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 19956,010(1917 \text{ of } 1917 \text{ cases in use})$$

ESTADO DURANGO MATEMATICA – PONDERADO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 242,290(3,241) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [460,355(133,745)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1839,248(114,588)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 17300,840(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 17,656(6,180) \text{urbano}_{ij} + 24,138(3,742) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 219,917(5,621) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [400,627(114,477)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1691,318(96,002)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 17177,410(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 11,436(8,381) \text{urbano}_{ij} + 17,077(6,898) \text{cuarto}_{ij} + 12,045(7,903) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 223,714(6,987) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [396,021(112,630)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1682,952(95,119)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 17162,780(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 11,654(8,388) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + 11,785(7,918) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 223,565(7,055) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 17,366(6,897) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 675,064(188,135) & \\ -393,407(152,478) & 476,446(156,017) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1564,072(79,168)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 17115,810(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 11,485(8,363) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + 11,726(7,918) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 223,698(7,005) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 17,361(6,905) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 535,052(147,408) & \\ 0 & 354,510(115,699) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1575,260(80,637)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 17132,170(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

ESTADO VERACRUZ (30) MATEMATICA – PONDERADO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 242,164(3,597) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [575,561(127,485)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1802,984(126,791)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 15828,050(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 29,474(5,901) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 226,582(4,597) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [359,272(82,691)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1802,960(126,791)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 15808,100(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 23,165(3,119) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 230,877(3,988) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [582,485(130,219)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1668,013(117,978)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 15749,860(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 23,106(3,129) \text{cuarto}_{ij} + 29,269(5,943) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 215,428(4,916) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [369,204(84,836)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1667,992(117,977)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 15730,330(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 28,494(4,842) \text{cuarto}_{ij} + 34,294(6,434) \text{urbano}_{ij} + -10,321(6,160) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 212,827(5,268) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 372,193(85,710) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1660,953(115,666) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 15727,590(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + \beta_{1ij} \text{cuarto}_{ij} + -10,673(6,259) \text{urba} * \text{cuar}_{ij} + 34,576(6,435) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 212,591(5,259) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$\beta_{1ij} = 28,864(4,969) + u_{1ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0ij} \\ u_{1ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 387,471(95,804) \\ -84,097(64,549) \quad 255,269(127,323) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1598,624(103,021) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 15721,810(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + \beta_{1ij} \text{cuarto}_{ij} + -10,633(6,239) \text{urba} * \text{cuar}_{ij} + 34,480(6,439) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 212,676(5,264) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$\beta_{1ij} = 28,829(4,944) + u_{1ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0ij} \\ u_{1ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 350,357(88,985) \\ 0 \quad \quad \quad 216,072(112,732) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1603,408(103,767) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 15722,220(1513 \text{ of } 1513 \text{ cases in use})$$

ESTADO COAHUILA LENGUA – PONDERADO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 271,566(4,491) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [834,561(194,039)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3891,856(412,321)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 21088,030(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 22,209(8,124) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 258,113(5,464) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [730,862(159,580)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3890,334(412,420)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 21081,360(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 22,709(8,244) \text{urbano}_{ij} + 39,180(3,645) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 237,433(5,911) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [745,491(164,068)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3510,235(369,084)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 20924,160(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 14,811(8,446) \text{urbano}_{ij} + 26,243(5,520) \text{cuarto}_{ij} + 15,015(6,874) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 244,261(5,290) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [737,538(163,884)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3504,446(369,412)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 20915,450(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 14,742(8,436) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + 15,110(6,880) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 244,339(5,274) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 26,170(5,528) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 810,815(188,865) & \\ -115,340(130,097) & 158,309(126,465) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 3464,153(370,646) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 20911,050(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 14,638(8,446) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + 15,159(6,878) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 244,413(5,268) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 26,152(5,527) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 736,414(167,502) & \\ 0 & 128,468(102,459) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 3468,419(370,738) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 20910,560(1895 \text{ of } 1895 \text{ cases in use})$$

ESTADO DURANGO LENGUA – PONDERADO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 262,203(4,889) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1075,818(263,030)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3226,496(175,355)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 18311,320(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 29,565(8,877) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 245,285(6,586) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [861,989(222,927)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3226,482(175,367)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 18302,280(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 30,387(8,990) \text{urbano}_{ij} + 17,296(5,658) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 236,057(8,055) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [871,940(223,774)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3149,838(198,072)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 18263,560(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 22,052(12,161) \text{urbano}_{ij} + 7,792(10,889) \text{cuarto}_{ij} + 16,221(12,202) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 241,127(10,275) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [866,780(222,360)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3134,199(186,573)]$$

$$-2 * \log\text{likelihood}(IGLS) = 18251,890(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 20,552(11,839) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + 16,433(12,096) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 242,494(9,899) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 7,501(10,775) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 1371,984(471,436) & \\ -812,094(412,970) & 1174,466(383,261) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 2840,009(133,472) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 18167,720(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 20,754(11,907) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + 16,087(12,134) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 242,315(9,980) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 7,794(10,821) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 1165,150(379,689) & \\ 0 & 963,126(286,533) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 2854,139(135,426) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 18185,000(1660 \text{ of } 1660 \text{ cases in use})$$

ESTADO VERACRUZ LENGUA – PONDERADO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 267,809(4,988) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [1115,542(222,352)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [29827,790(2118,594)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 18383,540(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 43,687(7,892) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 244,707(6,242) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [640,483(122,493)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [29827,110(2118,565)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 18366,480(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 43,354(7,865) \text{urbano}_{ij} + 31,070(4,874) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 229,751(6,880) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [641,858(124,602)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [27539,990(1752,079)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 18253,320(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 43,330(9,743) \text{urbano}_{ij} + 31,045(7,780) \text{cuarto}_{ij} + 0,047(9,844) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 229,763(7,664) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [641,845(124,598)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [27540,000(1752,146)]$$

$$-2 * \loglikelihood(IGLS) = 18253,320(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 43,646(9,522) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + -0,363(9,969) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 229,689(7,419) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 31,522(7,928) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 909,906(191,586) & \\ -500,184(229,848) & 819,487(351,626) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [25645,560(1470,473)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 18168,450(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 43,502(9,566) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + -0,378(9,995) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 229,745(7,465) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 31,555(7,958) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 743,266(142,358) & \\ 0 & 631,633(288,600) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [25811,740(1482,922)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 18180,100(1496 \text{ of } 1496 \text{ cases in use})$$

ESTADOS Y TOTAL CON VARIABLE URBANO - RURAL

MATEMATICA

TOTAL sin PONDERAR

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 242,873(1,155) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [473,065(37,741)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2015,364(24,246)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 149420,800(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 15,552(2,361) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 232,281(1,951) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [422,227(34,190)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2015,175(24,243)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 149379,400(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\lambda B, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 23,512(1,176) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 231,053(1,263) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [479,648(45,769)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1873,902(38,004)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 148416,700(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 15,463(2,366) \text{urbano}_{ij} + 23,503(0,728) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 220,534(1,988) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 429,067(34,472) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1873,760(22,559) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 148376,000(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 13,804(2,499) \text{urbano}_{ij} + 21,137(1,361) \text{cuarto}_{ij} + 3,316(1,611) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 221,715(2,069) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 428,751(34,345) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1873,212(22,542) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 148371,800(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

NOTA: el término interactivo no es significativo

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 14,518(2,440) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 221,281(2,032) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 23,280(1,114) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ij} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 431,071(36,431) & \\ 0 & 284,731(33,487) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1793,605(21,867) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 148141,900(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 15,368(2,361) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 220,654(2,023) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 23,388(1,175) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0ij} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 490,807(42,281) \\ -145,887(31,246) & 339,667(38,789) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1787,837(21,820)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 148113,700(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

PONDERADO

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 15,554(2,361) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 232,279(1,951) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{0ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [422,225(34,153)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2015,179(24,243)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 149379,400(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 15,466(2,366) \text{urbano}_{ij} + 23,503(0,728) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 220,531(1,988) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{0ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [429,057(34,329)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1873,753(22,542)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 148376,000(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 13,805(2,499) \text{urbano}_{ij} + 21,137(1,361) \text{cuarto}_{ij} + 3,316(1,611) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 221,714(2,069) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 428,752(34,345) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1873,212(22,542) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 148371,800(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 14,519(2,440) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 221,280(2,032) + u_{0ij} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 23,280(1,114) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0ij} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 431,079(36,432) & \\ 0 & 284,733(33,493) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1793,606(21,867) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 148141,900(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{y_j} \sim N(X_j\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{y_j} = \beta_{0y_j} \text{cons} + 15,367(2,361) \text{urbano}_j + \beta_{2j} \text{cuarto}_{y_j}$$

$$\beta_{0y_j} = 220,655(2,023) + u_{0j} + e_{0y_j}$$

$$\beta_{2j} = 23,387(1,175) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 490,805(42,281) & \\ -145,885(31,246) & 339,665(38,789) \end{bmatrix}$$

$$e_{0y_j} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1787,837(21,820)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 148113,700 (14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

MATEMATICA

TOTAL sin PONDERAR

$$\text{medida}_{y_k} \sim N(X_k\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{y_k} = \beta_{0y_k} \text{cons}$$

$$\beta_{0y_k} = 242,999(2,970) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0y_k}$$

$$v_{0k} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [90,429(43,030)]$$

$$u_{0k} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [402,711(33,284)]$$

$$e_{0y_k} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2015,607(24,248)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 149389,600 (14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{y_k} \sim N(X_k\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{y_k} = \beta_{0y_k} \text{cons}$$

$$\beta_{0y_k} = 242,999(2,970) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0y_k}$$

$$v_{0k} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [90,429(43,030)]$$

$$u_{0k} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [402,711(33,284)]$$

$$e_{0y_k} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2015,607(24,248)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood}(IGLS) = 149389,600 (14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 13,143(2,548) \text{urbano}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 233,881(2,898) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [48,625(25,928)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [382,975(31,847)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2015,394(24,246)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 149365,100(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 13,094(2,554) \text{urbano}_{jk} + 23,500(0,728) \text{cuarto}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 222,127(2,916) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [48,066(25,655)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [390,136(32,035)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1873,945(22,545)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 148361,900(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 11,422(2,677) \text{urbano}_{jk} + 21,116(1,361) \text{cuarto}_{ijk} + 3,342(1,611) \text{urba} * \text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 223,316(2,972) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [48,100(25,556)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [389,774(32,072)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1873,405(22,544)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 148357,600(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(\mathbf{X}\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 11,635(2,807)\text{urbano}_{jk} + \beta_{2j}\text{cuarto}_{ijk} + 3,130(2,547)\text{urba}*\text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 223,191(3,048) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 21,210(2,124) + u_{2jk}$$

$$\begin{bmatrix} \nu_{0k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = \begin{bmatrix} 47,756(25,397) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{2jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 453,823(40,191) \\ -147,612(30,635) \quad 337,392(38,625) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1788,082(21,823) \end{bmatrix}$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 148098,100(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(\mathbf{X}\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 12,049(2,680)\text{urbano}_{jk} + \beta_{2j}\text{cuarto}_{ijk} + 3,417(2,411)\text{urba}*\text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 222,967(2,904) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 20,883(2,012) + u_{2jk}$$

$$\begin{bmatrix} \nu_{0k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = \begin{bmatrix} 43,119(23,908) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{2jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 393,506(34,386) \\ 0 \quad \quad \quad 279,552(33,095) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 1794,222(21,870) \end{bmatrix}$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 148128,200(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 13,086(2,547)\text{urbano}_{jk} + \beta_{2j}\text{cuarto}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 222,182(2,936) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 23,386(1,175) + u_{2jk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [47,758(25,511)]$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{2jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 455,191(40,286) & \\ -149,445(30,768) & 339,949(38,818) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1788,010(21,822)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 148099,600(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 12,817(2,628)\text{urbano}_{jk} + \beta_{2j}\text{cuarto}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 222,417(2,875) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 23,263(1,111) + u_{2jk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [42,848(23,750)]$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{2jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 394,346(34,457) & \\ 0 & 281,904(33,268) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1794,139(21,869)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 148130,200(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

LENGUA TOTAL sin PONDERAR

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij}\text{cons}$$

$$\beta_{0ij} = 268,005(1,560) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$[u_{0j}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [868,538(68,402)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3425,472(41,355)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 155988,200(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 22,638(3,149) \text{urbano}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 252,624(2,601) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [754,087(61,203)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3425,813(41,341)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155939,500(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 28,180(1,452) \text{grado}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 253,845(1,700) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [876,436(94,038)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3222,690(59,474)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155151,100(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 22,584(3,149) \text{urbano}_{ij} + 28,175(0,959) \text{cuarto}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 238,510(2,645) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [761,292(60,619)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3223,134(38,907)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155102,800(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 19,618(3,321) \text{urbano}_{ij} + 23,938(1,795) \text{cuarto}_{ij} + 5,929(2,124) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 240,627(2,750) + u_{ij} + e_{0ij}$$

$$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [759,951(60,840)]$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3221,456(38,903)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155095,000(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 19,457(3,530) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + 6,115(3,168) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 240,718(2,923) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 23,980(2,647) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 883,882(75,764) & \\ -252,559(52,034) & 473,830(59,104) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3103,779(38,006)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 154912,200(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ij} \sim N(\mathcal{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ij} = \beta_{0ij} \text{cons} + 19,350(3,331) \text{urbano}_{ij} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ij} + 6,211(2,979) \text{urba} * \text{cuar}_{ij}$$

$$\beta_{0ij} = 240,907(2,759) + u_{0j} + e_{0ij}$$

$$\beta_{2j} = 23,610(2,492) + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 767,914(64,574) & \\ 0 & 375,888(49,969) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3114,970(38,090)]$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 154941,500(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

LENGUA TRES NIVELES NO PODENRADO

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 268,131(3,969) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [161,102(76,899)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [736,632(60,417)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3426,630(41,360)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155958,000(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 19,961(3,384) \text{urbano}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 254,315(3,751) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [76,699(42,070)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [684,678(56,680)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3426,752(41,360)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155926,500(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 19,954(3,386) \text{urbano}_{jk} + 28,175(0,959) \text{cuarto}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 240,192(3,774) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [75,957(41,612)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [692,883(56,594)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3223,940(38,918)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155089,900(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 16,974(3,546)\text{urbano}_{jk} + 23,916(1,795)\text{cuarto}_{ijk} + 5,960(2,124)\text{urba}*\text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,317(3,848) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [75,942(41,474)]$$

$$[u_{ijk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [691,609(56,857)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3222,245(38,913)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 155082,000(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 16,774(3,760)\text{urbano}_{jk} + \beta_{2j}\text{cuarto}_{ijk} + 6,147(3,173)\text{urba}*\text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,403(4,004) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 23,975(2,651) + u_{2jk}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [77,862(42,007)]$$

$$[u_{ijk} \quad u_{2jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 827,241(72,743) & \\ -265,895(51,708) & 476,761(59,435) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3104,271(38,011)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 154898,500(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 16,836(3,565)\text{urbano}_{jk} + \beta_{2j}\text{cuarto}_{ijk} + 6,327(2,968)\text{urba}*\text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,555(3,764) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 23,519(2,483) + u_{2jk}$$

$$[v_{0ik}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [67,119(38,417)]$$

$$[u_{ijk} \quad u_{2jk}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 706,309(61,155) & \\ 0 & 370,026(49,474) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3116,469(38,104)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 154931,700(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

ESTOS MODELOS ESTAN EN LOS ESTADOS Y EL TOTAL CON LA DIFERENCIACIÓN URBANO RURAL

MATEMATICA TOTAL sin PONDERAR

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,999(2,970) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [90,429(43,030)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [402,711(33,284)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [2015,607(24,248)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 149389,600(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 13,094(2,554) \text{urbano}_{jk} + 23,500(0,728) \text{cuarto}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 222,127(2,916) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [48,066(25,655)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [390,136(32,035)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1873,945(22,545)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 148361,900(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 11,422(2,677) \text{urbe}_{jk} + 21,116(1,361) \text{grado}_{ijk} + 3,342(1,611) \text{urba} * \text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 223,316(2,972) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [48,077(25,470)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [389,777(32,049)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1873,406(22,538)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 148357,600(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 11,635(2,807)\text{urbano}_{jk} + \beta_{2j}\text{cuarto}_{ijk} + 3,130(2,547)\text{urba}*\text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 223,191(3,048) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 21,210(2,124) + u_{2jk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [47,756(25,397)]$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{2jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 453,823(40,191) \\ -147,612(30,635) \quad 337,392(38,625) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1788,082(21,823)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 148098,100(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + 12,049(2,680)\text{urbe}_{jk} + \beta_{2j}\text{grado}_{ijk} + 3,417(2,411)\text{urba}*\text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 222,967(2,904) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 20,883(2,012) + u_{2jk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [43,120(23,908)]$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{2jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 393,506(34,386) \\ 0 \quad \quad \quad 279,552(33,095) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1794,222(21,870)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 148128,200(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$$

LENGUA TOTAL sin PONDERAR

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons}$$

$$\beta_{0ijk} = 268,131(3,969) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [161,102(76,899)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [736,632(60,417)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3426,630(41,360)]$$

$$-2*\text{loglikelihood(IGLS)} = 155958,000(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 19,954(3,386) \text{urbano}_{jk} + 28,175(0,959) \text{cuarto}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 240,192(3,774) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [75,957(41,612)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [692,883(56,594)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3223,940(38,918)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155089,900 (14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 16,973(3,546) \text{urbe}_{jk} + 23,916(1,795) \text{grado}_{ijk} + 5,960(2,124) \text{urba} * \text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,317(3,848) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [75,964(41,412)]$$

$$[u_{0k}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [691,499(56,723)]$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3222,259(38,893)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 155082,000 (14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(XB, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 16,774(3,760) \text{urbano}_{jk} + \beta_{2j} \text{cuarto}_{ijk} + 6,147(3,173) \text{urba} * \text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,403(4,004) + v_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 23,975(2,651) + u_{2jk}$$

$$[v_{0k}] \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = [77,862(42,007)]$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{2jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 827,241(72,743) \\ -265,895(51,708) \quad 476,761(59,435) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [3104,271(38,011)]$$

$$-2 * \log \text{likelihood(IGLS)} = 154898,500 (14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(\mathbf{XB}, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk} \text{cons} + 16,836(3,565) \text{urbe}_{jk} + \beta_{2j} \text{grado}_{ijk} + 6,327(2,968) \text{urba} * \text{cuar}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 242,555(3,764) + v_{0ik} + u_{ijk} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{2j} = 23,519(2,483) + u_{2jk}$$

$$\begin{bmatrix} v_{0ik} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_v) : \Omega_v = \begin{bmatrix} 67,118(38,417) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ijk} \\ u_{2jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 706,309(61,155) & \\ 0 & 370,026(49,474) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 3116,469(38,104) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \text{loglikelihood(IGLS)} = 154931,700(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

A PARTIR DE AQUÍ EL ANALISIS DEL EFECTO DE URBE SOBRE LOS INDICADORES DE ALEATORIZACIÓN (SIN INCLUIR EL TÉMINOS INTERACTIVO)

MATEMATICA

$$\begin{aligned} \text{medida}_{ijk} &\sim N(XB, \Omega) \\ \text{medida}_{ijk} &= \beta_{0ijk}\text{cons} + \beta_{1ijk}\text{grado}_{ijk} \\ \beta_{0ijk} &= 231,255(2,991) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk} \\ \beta_{1ijk} &= 23,389(1,175) + u_{1jk} \end{aligned}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [88,437(42,486)]$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{1jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 473,285(41,629) \\ -147,668(31,180) \quad 339,707(38,805) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1788,220(21,825)]$$

$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 148123,900(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$

$$\begin{aligned} \text{medida}_{ijk} &\sim N(XB, \Omega) \\ \text{medida}_{ijk} &= \beta_{0ijk}\text{cons} + \beta_{1ijk}\text{grado}_{ijk} + 13,086(2,547)\text{urbe}_{jk} \\ \beta_{0ijk} &= 222,183(2,937) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk} \\ \beta_{1ijk} &= 23,386(1,175) + u_{1jk} \end{aligned}$$

$$[\nu_{0k}] \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [47,792(25,592)]$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{1jk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 455,193(40,296) \\ -149,457(30,776) \quad 339,951(38,819) \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ijk}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [1788,011(21,822)]$$

$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 148099,600(14219 \text{ of } 14219 \text{ cases in use})$

LENGUA

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(X\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + \beta_{1ijk}\text{cuarto}_{ijk}$$

$$\beta_{0ijk} = 268,138(3,963) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{1ijk} = 28,239(1,461) + u_{1k}$$

$$\begin{bmatrix} \nu_{0k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = \begin{bmatrix} 160,955(76,920) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{1k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 732,625(59,521) \\ -7,806(42,442) & 481,701(59,815) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 3104,435(38,013) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 154934,300(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$

$$\text{medida}_{ijk} \sim N(X\beta, \Omega)$$

$$\text{medida}_{ijk} = \beta_{0ijk}\text{cons} + \beta_{1ijk}\text{cuarto}_{ijk} + 20,062(3,361)\text{urbe}_{jk}$$

$$\beta_{0ijk} = 254,246(3,751) + \nu_{0k} + u_{0k} + e_{0ijk}$$

$$\beta_{1ijk} = 28,269(1,463) + u_{1k}$$

$$\begin{bmatrix} \nu_{0k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = \begin{bmatrix} 77,977(42,372) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0k} \\ u_{1k} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 681,559(55,841) \\ -29,561(41,118) & 484,131(59,973) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{0ijk} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 3104,228(38,010) \end{bmatrix}$$

$$-2 * \log\text{likelihood(IGLS)} = 154902,200(14128 \text{ of } 14128 \text{ cases in use})$$