

Estudio comparativo de la propuesta curricular de matemáticas en la educación obligatoria en México y otros países



Estudios e
investigaciones

INEE
Instituto Nacional para la
Evaluación de la Educación
México

**Estudio comparativo de la propuesta curricular de matemáticas
en la educación obligatoria en México y otros países**
Primera edición, 2017

Coordinadores

María Teresa Rojano Ceballos
Armando Solares Rojas

Autores

María Teresa Rojano Ceballos
Armando Solares Rojas
Ernesto Manuel Espinosa Asuar
Irma Fuenlabrada Velázquez
Ernesto Alonso Sánchez Sánchez
Ivonne Twigg Sandoval Cáceres

Asistentes de investigación

Rosa María Guadalupe Guevara Muñetón
Ana Elisa Lage Ramírez
Erika Isabel Padilla Carrillo
Brenda Vargas Rocha
Bertha Vivanco Ocampo

D. R. © Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación
Barranca del Muerto 341, San José Insurgentes, Benito Juárez, 03900, Ciudad de México.

Coordinación editorial

Blanca Estela Gayosso Sánchez

Corrección de estilo

Carlos Garduño González
Hugo Soto de la Vega

Diseño

Heidi Puon Sánchez

Formación

Martha Alfaro Aguilar

Hecho en México.

Distribución gratuita. Prohibida su venta.

Consulte el catálogo de publicaciones en línea: www.inee.edu.mx

Publicación a cargo de la Dirección General de Evaluación de la Oferta Educativa. El contenido, la presentación, así como la disposición en conjunto y de cada página de esta obra son propiedad del INEE. Se autoriza su reproducción por cualquier sistema mecánico o electrónico para fines no comerciales. Cítese de la siguiente manera:

Rojano Ceballos, M. T. y Solares Rojas, A. (coords.) (2017). *Estudio comparativo de la propuesta curricular de matemáticas en la educación obligatoria en México y otros países*. México: INEE-CINVESTAV.

Este documento ha sido elaborado por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, en el marco del Acuerdo de Colaboración con el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación de México.

Índice

11	Introducción
13	Planteamiento del problema y propósitos del estudio
	Justificación del estudio
14	Objetivos generales
15	Objetivos específicos
16	Marco teórico y estrategia metodológica
	Marco de referencia
22	Estrategia metodológica
28	Países seleccionados
	Criterios de selección
29	Características de los países seleccionados, descritas a partir de los criterios de selección
32	Otros aspectos considerados en la selección de los países
35	1. Descripción, análisis y valoración del currículo a partir de los elementos del diseño curricular
37	1.1. Calidad del diseño curricular: nivel preescolar
	1.1.1. Descripción general del diseño curricular: nivel preescolar
38	1.1.2. Análisis del diseño curricular: nivel preescolar
60	1.2. Calidad del diseño curricular: nivel primaria
	1.2.1. Descripción general del diseño curricular: nivel primaria
61	1.2.2. Análisis del diseño curricular: nivel primaria
107	1.3. Calidad del diseño curricular: nivel secundaria
	1.3.1. Descripción general del diseño curricular: nivel secundaria
110	1.3.2. Análisis del diseño curricular: nivel secundaria
132	1.4. Calidad del diseño curricular: nivel medio superior
	1.4.1. Descripción general del diseño curricular: nivel medio superior
134	1.4.2. Análisis del diseño curricular: nivel medio superior
175	1.5. Síntesis de las valoraciones de las propuestas curriculares de la educación obligatoria
	1.5.1. Preescolar
177	1.5.2. Primaria
179	1.5.3. Secundaria
180	1.5.4. Media superior

182	2. Análisis valorativo y comparativo de la propuesta curricular de México con la de otros países
	2.1. Ejes de análisis comparativo
183	2.2. Análisis comparativo del currículo de matemáticas: nivel preescolar
	2.2.1. Eje 1. El sentido de las Matemáticas en el currículo
189	2.2.2. Eje 2. Contenido disciplinar: su organización y enseñanza
217	2.2.3. Eje 3. Tendencias internacionales e investigación en educación matemática
224	2.3. Análisis comparativo del currículo de matemáticas: nivel primaria
	2.3.1. Eje 1. El sentido de las matemáticas en el currículo
227	2.3.2. Eje 2. Contenido disciplinar: su organización y enseñanza
243	2.3.3. Eje 3. Tendencias internacionales e investigación en educación matemática
259	2.4. Análisis comparativo del currículo de matemáticas: nivel secundaria
	2.4.1. Eje 1. El sentido de las matemáticas en el currículo
268	2.4.2. Eje 2. Contenido disciplinar: su organización y enseñanza
276	2.4.3. Eje 3. Tendencias internacionales e investigación educativa
277	2.5. Valoración de la propuesta curricular de México para la educación básica en comparación con las propuestas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra
	2.5.1. Preescolar
278	2.5.2. Primaria
280	2.5.3. Secundaria
281	2.6. Análisis del currículo de Matemáticas de la DGB de México, en comparación con las propuestas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra
	2.6.1. Eje 1. El papel de las matemáticas
284	2.6.2. Eje 2. Intención educativa, metodología de enseñanza, evaluación y estructura -organización de contenidos
292	2.6.3. Eje 3. Tendencias internacionales e investigación en educación matemática
294	3. Recuento de resultados y reflexiones generales del estudio
	3.1. Resultados relevantes
	3.1.1. Sobre la relevancia y el sentido de las matemáticas en el currículo
295	3.1.2. Acerca de la calidad del diseño curricular
297	3.1.3. La resolución de problemas y la enseñanza de las matemáticas en contexto
299	3.1.4. Globalización e investigación educativa en el currículo
300	3.1.5. Evaluación y uso de TIC
301	3.1.6. Sobre la articulación entre niveles escolares
	3.2. Reflexiones sobre el estudio y sus implicaciones para la política curricular en México
304	4. Síntesis de resultados y reformas curriculares de corto y largo plazos
	4.1. Resumen de resultados
	4.1.1. Sobre la relevancia y el sentido de las matemáticas en el currículo
305	4.1.2. Acerca de la calidad del diseño curricular
306	4.1.3. Resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas en contexto
307	4.1.4. Globalización e investigación educativa en el currículo
308	4.1.5. Evaluación y uso de TIC
	4.1.6. Sobre la articulación en los niveles escolares
309	4.2. Tres conclusiones generales e implicaciones para reformas curriculares futuras
	4.2.1. Conclusión 1

	4.2.2. Conclusión 2
	4.2.3. Conclusión 3
	4.2.4. Implicaciones inmediatas para revisiones y reformas del currículo
310	4.2.5. Implicaciones para revisiones y reformas del currículo de largo alcance
311	Referencias
316	Anexo 1
	Preescolar
	Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de preescolar
319	Primaria
	Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de primaria
325	Secundaria
	Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de secundaria
326	Bachillerato
327	Bachillerato general (DGB)
	Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de bachillerato general
328	Bachillerato tecnológico (BT)
	Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de bachillerato tecnológico
329	Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP)
	Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de CONALEP

Índice de tablas y figuras

Figuras

Introducción

- 11 Figura 1. Marco de referencia
- 21 Figura 2. Marco de análisis
- 26 Figura 3. Corpus de análisis
- 27 Figura 4. Método de análisis
- 31 Figura 5. Rendimiento en Matemáticas, Lectura y Ciencias. PISA 2012
- 32 Figura 6. Desempeño relativo en la resolución de problemas. PISA 2012
- 33 Figura 7. Asignación de recursos educativos y rendimiento en matemáticas. PISA 2012
- 34 Figuras 8 y 9. Expectativas de los padres sobre el futuro de su hijo(a). PISA 2012

Capítulo 1

- 63 Figura 1.1. Actividad propuesta en tercer grado, vinculada con el criterio de relevancia parte I
- 67 Figura 1.2. Valoración de diferentes formas en las que emergen las ideas matemáticas y se comunican como producciones de los alumnos
- 68 Figura 1.3. Ejemplo de una orientación sobre el uso de diferentes representaciones
- 69 Figura 1.4. Ejemplo 2, sobre una situación en la que se plantea el uso de diferentes representaciones
- Figura 1.5. Ejemplo de la fase 3, para la orientación didáctica del ejemplo 2
- 71 Figura 1.6. Ejemplo de una sugerencia de evaluación donde se hace presente el criterio de pertinencia (iii)
- 77 Figura 1.7. Relación de temas que se abordan en los niveles I y II de las escuelas comunitarias
- 78 Figura 1.8. Relación de las clases sugeridas para cada tema, en el nivel III, de las escuelas comunitarias
- Figura 1.9. Relación de temas que se abordan en el nivel III de las escuelas comunitarias
- 81 Figura 1.10. Ejemplo de una actividad con otros sistemas de numeración
- 95 Figura 1.11. Conceptualización de aprendizaje esperado
- 96 Figura 1.12. Ejemplo de la presentación de un bloque y su desagregación en competencias, aprendizaje esperado, eje y contenidos
- 97 Figura 1.13. Ejemplo de inconsistencia en el nombre de un tema en la guía para el maestro, cuarto grado
- 98 Figura 1.14. Ejemplo de la información previa a una orientación didáctica
- Figura 1.15. Ejemplo de las recomendaciones para la evaluación
- 99 Figura 1.16. Ejemplo de la presentación del contenido
- Figura 1.17. Otro ejemplo de las recomendaciones para la evaluación
- 149 Figura 1.18. Algunos aspectos relacionados con los valores en el programa de estudios

- 151 Figura 1.19. Correspondencia entre componentes de formación y asignatura con la distribución de tiempo
- Figura 1.20. Capacidades-habilidades matemáticas
- 153 Figura 1.21. Carga horaria por asignatura en correspondencia con los componentes de formación en Matemáticas
- 155 Figura 1.22. Ejemplo de la estructura de contenidos

Capítulo 2

- 232 Figura 2.1. Artículo que determina la edad de ingreso a la educación primaria y media
- 234 Figura 2.2. Mapa curricular
- 235 Figura 2.3. Ejemplo de la estructura y la presentación de contenidos
- 237 Figura 2.4. Listado de habilidades matemáticas a desarrollar en segundo grado
- 238 Figura 2.5. Listado de habilidades matemáticas a desarrollar en quinto grado

Anexo

- 322 Figura a1 Ejemplo de competencias en habilidades digitales

Tablas

Introducción

- 25 Tabla 1. Rubros que componen cada eje

Capítulo 1

- 37 Tabla 1.1. Descripción general del currículo vigente de matemáticas, nivel preescolar
- 42 Tabla 1.2. Aprendizajes esperados para la noción de número
- 48 Tabla 1.3. Comparación de la manera como se disgregan los aspectos de los estándares y las competencias
- 49 Tabla 1.4. Contenidos matemáticos y competencias
- 51 Tabla 1.5. Temas en los que se organiza la oferta curricular para primaria y secundaria
- 52 Tabla 1.6. Comparación del estándar *Actitudes hacia el estudio de la matemática* entre preescolar y primaria
- 56 Tabla 1.7. Diferencias en el cumplimiento de los criterios al considerar las aproximaciones de Estándares y de Competencias
- 59 Tabla 1.8. Recomendaciones didácticas para el tratamiento de contenidos
- 61 Tabla 1.9. Descripción general del currículo vigente de matemáticas. Nivel primaria
- 71 Tabla 1.10. Ejemplos de aspectos ii y iii del criterio de pertinencia
- 75 Tabla 1.11. Distribución del tiempo de trabajo por grado escolar, para escuelas de Tiempo completo, jornada ampliada (sólo es en la Ciudad de México) y medio tiempo
- 76 Tabla 1.12. Relación de contenidos por eje y totales, por grado
- 82 Tabla 1.13. Ejercicio de contraste entre contenidos de cada grado, cinco sesiones de clase por contenido, y total de horas requeridas para terminar el programa
- Tabla 1.14. Comparativo entre la cantidad de contenidos del programa de estudios de la SEP y los planteados en los libros de CONAFE-DIE
- 84 Tabla 1.15. Relación entre la cantidad de contenidos temáticos y el propósito
- Tabla 1.16. Relación del primer propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos
- 86 Tabla 1.17. Relación del segundo propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos

89	Tabla 1.18. Relación del tercer propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos
91	Tabla 1.19. Relación del cuarto propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos
	Tabla 1.20. Relación del quinto propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos
92	Tabla 1.21. Relación del sexto propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos
	Tabla 1.22. Relación del séptimo propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos
93	Tabla 1.23. Relación de contenidos temáticos sin identificar en un propósito específico de la educación primaria
108	Tabla 1.24. Descripción general del currículo vigente de Matemáticas. Nivel secundaria
122	Tabla 1.25. Aprendizajes esperados, nivel secundaria
124	Tabla 1.26. Aprendizajes esperados y contenidos
125	Tabla 1.27. Aprendizajes esperados y contenidos
	Tabla 1.28. Aprendizajes esperados y contenidos
127	Tabla 1.29. Relación entre aprendizajes esperados y estándares
132	Tabla 1.30a. Descripción general del currículo vigente de matemáticas. Bachillerato general
	Tabla 1.30b. Descripción general del currículo vigente de matemáticas. CONALEP
133	Tabla 1.30c. Descripción general del currículo vigente de matemáticas. Bachillerato tecnológico
135	Tabla 1.31. Ejemplos de actividades de enseñanza con referencia al entorno social
145	Tabla 1.32. Distribución de bloques: número, nombre y tiempo asignado
156	Tabla 1.33. Contenidos, temas y conceptos de Álgebra en los dos primeros grados
157	Tabla 1.34. Contenidos, temas y conceptos de Geometría y Trigonometría en los dos primeros grados
	Tabla 1.35. Contenidos, temas y conceptos de Geometría analítica en los dos primeros grados
158	Tabla 1.36. Contenidos, temas y conceptos de Cálculo en los dos primeros grados
164	Tabla 1.37. Contenidos generales de cada asignatura
165	Tabla 1.38. Tiempo en horas destinado a cada asignatura
166	Tabla 1.39. Contenidos de cada asignatura en el primer curso
168	Tabla 1.40. Objetivos de las asignaturas
171	Tabla 1.41. Ejemplo sobre la dosificación de los contenidos
174	Tabla 1.42. Síntesis del análisis intrínseco de las tres modalidades de bachillerato consideradas

Capítulo 2

183	Tabla 2.1. Rubros que componen cada eje de análisis
184	Tabla 2.2. Propósito de enseñar matemáticas (descripción general)
185	Tabla 2.3. Contenido de la enseñanza (descripción general)
188	Tabla 2.4. Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas (descripción general)
189	Tabla 2.5. Propósitos y objetivos del currículo
191	Tabla 2.6. Características de presentación del currículo
195	Tabla 2.7. Otras características de la presentación del currículo
201	Tabla 2.8. Organización de contenidos de acuerdo con la primera estructura curricular
	Tabla 2.9. Organización de contenidos de acuerdo con la segunda estructura curricular
	Tabla 2.10. Mapa de contenidos de acuerdo con la primera estructura curricular
203	Tabla 2.11. Mapa de contenidos de acuerdo con la segunda estructura curricular
205	Tabla 2.12. Organización de contenidos en la estructura curricular
	Tabla 2.13. Mapa de contenidos

206	Tabla 2.14. Organización de contenidos en la estructura curricular
207	Tabla 2.15. Mapa de contenidos
208	Tabla 2.16. Organización de contenidos en la estructura curricular
	Tabla 2.17. Mapa de contenidos
211	Tabla 2.18. Características de la evaluación educativa y uso de las TIC
217	Tabla 2.19. Ubicación respecto a las diferentes tendencias y características de las propuestas.
220	Tabla 2.20. Elementos de la investigación en educación matemática en las propuestas curriculares
223	Tabla 2.21. Consideración sobre el desarrollo de habilidades de generalización y argumentación matemática
224	Tabla 2.22. Propósito de enseñar matemáticas (descripción general)
225	Tabla 2.23. Contenido de enseñanza (descripción general)
226	Tabla 2.24. Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas (descripción general)
228	Tabla 2.25. Propósitos y objetivos del currículo
229	Tabla 2.26. Características de presentación del currículo
231	Tabla 2.27. Otras características de la presentación del currículo
233	Tabla 2.28. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular
239	Tabla 2.29. Características de la evaluación educativa
240	Tabla 2.30. La presencia y el tipo de uso de las TIC
241	Tabla 2.31. Diferencias en términos de redacción de contenidos
242	Tabla 2.32. Comparación de temas entre los cuatro países
244	Tabla 2.33. Ubicación respecto a las diferentes tendencias y características de las propuestas
246	Tabla 2.34. Elementos de la investigación en educación matemática en las propuestas curriculares
260	Tabla 2.35. Propósito de enseñar matemáticas (descripción general)
261	Tabla 2.36. Contenido de enseñanza (descripción general)
265	Tabla 2.37. Acercamiento de la enseñanza de las matemáticas (descripción general)
267	Tabla 2.38. Características de la evaluación educativa
269	Tabla 2.39. Propósitos y objetivos del currículo
271	Tabla 2.40. Características sobre la presentación del currículo
274	Tabla 2.41. Otras características del currículo
275	Tabla 2.42. Características de la evaluación y uso de las TIC
276	Tabla 2.43. Ubicación respecto a las diferentes tendencias y características de las propuestas
	Tabla 2.44. Elementos de la investigación en educación matemática en las propuestas curriculares
277	Tabla 2.45. Registro sobre la inclusión de temas no tradicionales e introducción temprana de conceptos o temas
281	Tabla 2.46. Aspectos que alude la propuesta curricular sobre las matemáticas
282	Tabla 2.47. La finalidad de la enseñanza de las matemáticas
283	Tabla 2.48. Objetivos generales de la enseñanza de las matemáticas
284	Tabla 2.49. Consideraciones sobre la metodología didáctica en las propuestas curriculares
286	Tabla 2.50. Características de la evaluación educativa
287	Tabla 2.51. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de México
	Tabla 2.52. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Corea del Sur
288	Tabla 2.53. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Chile
	Tabla 2.54. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Inglaterra
289	Tabla 2.55. Mapa de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de México
290	Tabla 2.56. Mapa de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Corea del Sur

- 291 Tabla 2.57. Mapa de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Chile
291 Tabla 2.58. Mapa de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Inglaterra

Anexo

- 328 Tabla a1. Recomendaciones respecto a la evaluación

Introducción

La Dirección General de Evaluación de la Oferta Educativa (DGEOE), inscrita en la Unidad de Evaluación del Sistema Educativo Nacional del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), tiene entre sus funciones coordinar y supervisar la realización de evaluaciones de distintos componentes de la oferta educativa que contribuyan al mejoramiento de la educación obligatoria en México. De manera particular, dicha Dirección tiene por objeto brindar información y generar conocimiento sobre la calidad del currículo de los niveles que conforman la educación obligatoria (en su diseño, implementación e impacto), con el fin de asegurar una educación de calidad para todos los niños y jóvenes que acceden a las escuelas y transitan por los distintos grados de la educación preescolar, primaria, secundaria y media superior.

Al ser el currículo uno de los principales componentes del Sistema Educativo Nacional que permiten fundamentar y articular las condiciones institucionales de funcionamiento de las escuelas y del propio sistema, la DGEOE considera relevante llevar a cabo evaluaciones a las propuestas curriculares vigentes de los niveles que conforman la educación obligatoria para identificar aquellos aspectos que, desde su diseño, propician o dificultan garantizar el derecho a una educación de calidad, y, además, comparar los elementos de diseño curricular con lo propuesto en otros países para esos mismos niveles educativos o sus equivalentes.

En virtud de lo anterior, la DGEOE se propuso realizar una evaluación sobre la calidad del diseño curricular en el área de Matemáticas vigente para los niveles de la educación obligatoria en México (preescolar, primaria, secundaria y medio superior). Para ello, ha llevado a cabo un estudio que, por un lado, considera criterios de calidad del diseño curricular de acuerdo con las dimensiones de relevancia y pertinencia señaladas en la ley del INEE, así como con las dimensiones de congruencia y consistencia internas, y por otro, permite hacer una comparación con las propuestas de otros países, tomando en cuenta elementos del diseño curricular, como el marco contextual, los fundamentos, las intenciones educativas, los contenidos escolares, el enfoque pedagógico y el modelo de evaluación de los aprendizajes.

El presente informe presenta los pormenores sobre el diseño, el desarrollo y los resultados de ese estudio. Específicamente, en el capítulo 2 se plantea el problema de investigación que se aborda, los propósitos del estudio, así como el marco y la estrategia metodológicos. Adicionalmente, se describen las características de los países seleccionados para el análisis comparativo y los criterios aplicados en la selección.

En el capítulo 3 se expone en detalle el análisis descriptivo y valorativo de la calidad del diseño curricular de Matemáticas de los cuatro niveles escolares de la educación obligatoria en México, para el cual se hizo una adaptación de los criterios de calidad establecidos por el INEE al área de Matemáticas. En el capítulo 4 se reportan los resultados del análisis comparativo de la propuesta curricular de Matemáticas de México con las correspondientes de Chile, Corea del Sur e Inglaterra.

En el capítulo 5 se hace un recuento de los resultados relevantes del estudio, en una presentación en la que se hace referencia, a la vez, de manera articulada, tanto a los criterios de calidad del diseño curricular como a los ejes establecidos para la comparación entre los cuatro currículos analizados. En esa misma sección se lleva a cabo una reflexión sobre tales resultados y sobre algunos aspectos del propio estudio. Finalmente, el capítulo 6 está dedicado a la discusión sobre posibles implicaciones de los resultados del estudio en la política curricular en México, en el área específica de la enseñanza de las Matemáticas.

Además de los capítulos antes descritos, se agrega un anexo en el que se incluyen resultados del análisis curricular de los cuatro niveles escolares, sobre aspectos pedagógicos, de evaluación de los aprendizajes y uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Estos aspectos no se consideraron como parte del cuerpo principal del estudio en vista de que no en todos los casos los documentos centrales del currículo hacen referencia explícita a ellos; no obstante, se abordan en la comparación de la propuesta de México con las de los países incluidos en el estudio, recurriendo a veces a la consulta de documentos que acompañan y complementan al currículo.

Esta evaluación se ha concebido con una perspectiva internacional, y con ella se busca que la valoración, tanto intrínseca como comparativa, del diseño del currículo mexicano dé cuenta del derecho a una educación de calidad. Por ello, en gran medida dicha valoración está enfocada en las características del diseño curricular asociadas al concepto de calidad educativa, que son: ser *relevante*, es decir, que dé respuesta a los requerimientos sociales buscando la formación de sujetos que puedan incorporarse plenamente a la construcción de una mejor sociedad; ser *pertinente*, es decir, que busque atender los intereses y las necesidades de los individuos en su conformación biológica, psicológica y social, y ser *equitativo*, en el sentido de que todos los estudiantes sean capaces de alcanzar las intenciones educativas, independientemente de sus condiciones de origen.

Adicionalmente, en el estudio se consideran características como la *aceptabilidad* (planteamientos comprensibles para todos los destinatarios) y la flexibilidad del currículo, indispensable esta última para cumplir con la condición de *adaptabilidad*, que consiste en reconocer y atender las diferencias culturales y de contexto en las que se lleva a cabo la práctica educativa (INEE-DECME, 2014). Por otra parte, como se verá más adelante en esta sección, se busca enriquecer el análisis intrínseco de la propuesta curricular de México, mediante la comparación de una serie de rasgos que lo distinguen con los de las propuestas de otros tres países, desde una perspectiva de tendencias y corrientes internacionales identificadas en el campo de la educación matemática.

En las siguientes subsecciones se exponen los propósitos del estudio, así como los elementos que conforman el marco de referencia y metodológico que guiaron su desarrollo, y se exponen los criterios de selección de los países que se incluyen para el análisis comparativo.

Planteamiento del problema y propósitos del estudio

De acuerdo con los propósitos de la evaluación expresados en términos generales en la introducción de este documento, se plantea el siguiente problema de investigación:

Establecer criterios de calidad del diseño curricular, a fin de hacer una valoración del currículo de matemáticas vigente en los niveles de enseñanza obligatoria en México, desde una perspectiva internacional.

El planteamiento anterior se traduce en las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los rasgos del currículo de matemáticas de la enseñanza obligatoria en México mediante los cuales es posible caracterizarlo y hacer una valoración del mismo según criterios intrínsecos de calidad del diseño?
- ¿Cuáles son los rasgos comunes del currículo de matemáticas de la enseñanza obligatoria en México y de las propuestas de otros países que permitan hacer una valoración comparativa de la calidad del diseño?

Justificación del estudio

Una premisa general de los proyectos de evaluación de las prescripciones curriculares de los niveles educativos obligatorios es que la calidad del diseño curricular es un factor determinante para una educación de calidad en ellos. Sin embargo, en el terreno de la educación matemática, a pesar del reconocimiento generalizado del papel decisivo del currículo, es notoria la escasez de trabajos sobre el tema en la bibliografía de investigación en este campo (Kaiser y Sriraman, 2014). Sólo desde hace algunos años los investigadores han prestado mayor atención al currículo, y en buena parte de los estudios publicados se reporta que, no obstante que los sistemas educativos difieren en muchos aspectos, incluidos el contexto sociocultural y los motivos para realizar cambios curriculares, estos cambios están vinculados inevitablemente a factores comunes del proceso educativo en todos los sistemas (como el desarrollo curricular, la política educativa, el contexto escolar, la formación de los docentes, el aprendizaje de los estudiantes, entre otros) (Li y Lappan, 2014).

La presencia de factores comunes como los mencionados hace posible el estudio del currículo de matemáticas en dos vías: a través de distintos sistemas educativos, utilizando una lente común, o bien, dentro de un solo sistema con una perspectiva internacional. Trabajos realizados en ambas direcciones durante las dos últimas décadas se compilan y sintetizan en la publicación reciente *Mathematics Curriculum in School Education* (Li y Lappan, 2014). Una de las conclusiones de esta obra de revisión del estado del arte es que una base sólida de investigación es fundamental para guiar el diseño y los cambios necesarios del currículo. A este respecto, cabe mencionar que en México, como en otros países, las reformas al currículo se han llevado a cabo a partir de motivaciones razonables diversas, pero no necesariamente sobre la base de una evaluación o un análisis previo de la calidad del diseño y de su implementación. Así, los programas de estudios vigentes de educación básica son resultado de reformas de los programas y planes de estudios de los distintos niveles que conforman la educación básica en México. Estos programas continúan y amplían los objetivos de la Reforma Integral de la Educación Básica de 2009 (RIEB). El objetivo principal de la RIEB (SEP, 2010)

era articular los distintos niveles de educación básica tomando como antecedentes las reformas curriculares de la educación preescolar de 2004, de la educación primaria de 1993 y de la educación secundaria de 2006. Además de continuar con la articulación, en 2011 se introducen en los programas de estudios estándares curriculares y aprendizajes esperados, y se elaboran libros de texto gratuitos acordes al programa vigente para todos los grados de la educación primaria.

Por su parte, motivada por la obligatoriedad de la educación media superior, pero también buscando la articulación entre niveles educativos y planes de estudios en 2008, se impulsa la Reforma Integral de la Educación Media Superior (SEP-SEMS, 2008). Ésta propone un marco curricular común para formular criterios que ordenen y articulen la amplia variedad de planes y programas de educación media superior que ofrecen las diversas instancias educativas del país (INEE, 2011).

El presente estudio busca responder a la necesidad de contar con los resultados de un análisis del currículo vigente debidamente documentado, tomando en cuenta los antecedentes de investigación a los que se ha hecho referencia y la complejidad que implica, entre otras cosas, la historia subyacente (reseñada aquí brevemente) de cambios y ajustes que derivaron en la versión actual.

Finalmente, es importante considerar que las matemáticas son, por naturaleza, un cuerpo de conocimientos que en cada una de sus ramas guarda una estructura interna de contenidos, temas y conceptos dependientes del tipo de perspectiva que se adopte (por ejemplo, a partir de distintos tipos de fundamentos de la disciplina, de diferentes corrientes filosóficas o de los distintos campos de aplicación). Los contenidos curriculares en Matemáticas, a su vez, no escapan a esa condición de organización estructural, la cual resulta determinante para la planeación de la enseñanza, con evidentes implicaciones en el aprendizaje. Lo anterior, junto con otras especificidades de la disciplina, se traduce en que los estudios sobre la calidad del currículo de matemáticas en cualquiera de sus versiones —intencional, implementado o alcanzado— requieren de una elaboración de criterios de valoración *ad hoc* o, en su caso, de una reformulación de criterios valorativos generales, en términos de tales especificidades.

En vista de las consideraciones anteriores, para el análisis de la propuesta curricular de México con una perspectiva internacional, se elabora un marco común (lente común) considerando un conjunto de componentes locales y universales. Para el análisis intrínseco, se recurre a la interpretación, en el campo específico de las Matemáticas, de los criterios de calidad establecidos en la Ley del INEE, y se toman en cuenta los resultados del análisis comparativo con las propuestas de otros países.

Objetivos generales

1. Caracterizar los elementos centrales del diseño curricular vigente en el área de Matemáticas de los niveles de la educación preescolar, primaria, secundaria y media superior en México.
2. Valorar el diseño curricular vigente en el área de Matemáticas de cada nivel de la educación obligatoria en México, considerando la caracterización de los elementos del diseño curricular y las dimensiones de calidad del currículo.
3. Valorar el diseño curricular vigente en el área de Matemáticas de los cuatro niveles de la educación obligatoria en México comparándolo con la propuesta curricular de otros países.

Figura 1 Marco de referencia



Objetivos específicos

1. Analizar el diseño curricular en el área de Matemáticas vigente para los niveles de la educación obligatoria en México, de acuerdo con las dimensiones de calidad del currículo de relevancia y pertinencia señaladas en la Ley del INEE, las dimensiones de congruencia y consistencia internas, y las de aceptabilidad, adaptabilidad y flexibilidad señaladas en el documento base de la Dirección de Evaluación de Contenidos y Métodos Educativos (DECME) del INEE (INEE-DECME, 2014).
2. Analizar la propuesta curricular de Matemáticas de la educación obligatoria en México en comparación con la de otros países, considerando los siguientes elementos del diseño curricular: marco contextual, fundamentos, intenciones educativas, contenidos escolares, enfoque pedagógico, modelo de evaluación del aprendizaje, relación con la investigación educativa, consideraciones para la implementación.

Marco teórico y estrategia metodológica

Como ya se mencionó en la sección anterior, las especificidades del área de conocimiento de las matemáticas plantean requerimientos de diseños *ad hoc*, a fin de que la evaluación curricular haga evidentes las características, cualidades y deficiencias de los programas de estudios que están directa e íntimamente relacionados con la naturaleza de dicha área. Por esta razón, para el estudio que aquí se expone, se elaboró un marco de referencia y metodológico enfocado a extraer resultados en este sentido, los cuales no necesariamente salen a flote en análisis que utilizan lentes teóricas más generales sobre el currículo.

Marco de referencia

Se parte de un marco de referencia que se elabora tomando en cuenta distintos aspectos de la educación matemática que de manera directa o indirecta influyen en el diseño y los procesos de implementación del currículo. Los aspectos considerados son: el contexto actual de la educación matemática, que se manifiesta en tendencias o corrientes internacionales dominantes; el papel (social, cognitivo, cultural) asignado a la enseñanza de las matemáticas en los sistemas educativos de distintas regiones; la concepción de calidad del diseño curricular en Matemáticas, y la influencia en el currículo de los resultados de investigación en educación matemática. Así, los componentes correspondientes a los aspectos señalados son: 1) Contexto internacional de la educación matemática; 2) Investigación educativa y currículo; 3) Papel de las matemáticas en la educación; 4) Calidad intrínseca del diseño curricular (véase la figura 1).

Componente 1: contexto internacional de la educación matemática

En la bibliografía especializada se reportan movimientos y sucesos que han tenido lugar en el ámbito de la educación matemática y que han derivado en tendencias internacionales sobre la concepción de la matemática escolar. Algunas de tales tendencias se manifiestan en la elección que se hace en los distintos sistemas educativos de los contenidos y acercamientos de enseñanza, y son los elementos constitutivos de este componente. A continuación se describen las corrientes y tendencias consideradas en el estudio.

La guerra de las matemáticas

Entre los movimientos que más han influido en los cambios curriculares a partir de los años noventa es el debate conocido como *la guerra de las matemáticas*, que consiste en una contraposición de la enseñanza de contenidos tradicionales a los lineamientos de la reforma iniciada en los Estados Unidos, en los que se da prioridad a la enseñanza de conceptos y a la resolución de problemas, por encima de las destrezas algorítmicas y de manipulación simbólica (Van de Walle, 2007). Tales lineamientos quedan expresados en la publicación del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. En esa primera versión se propone enseñar matemáticas mediante problemas del mundo real que ayuden a los estudiantes a desarrollar el sentido numérico y habilidades de razonamiento y de resolución de problemas. En reformulaciones posteriores de los lineamientos la meta principal es la enseñanza de conceptos y de resolución de problemas, quedando en segundo término la fluidez algorítmica y simbólica. Por ejemplo, en la educación elemental se hace hincapié en la enseñanza de las nociones de *razón* y

proporción, y se reduce la enseñanza de los algoritmos de las operaciones con fracciones, mientras que en la educación secundaria se resta importancia al dominio de la factorización de expresiones algebraicas y a las operaciones con polinomios.

Con variantes interesantes, la posición expresada en el documento de estándares del NCTM ha sido adoptada por un buen número de educadores y de sistemas educativos, a pesar de que, por varios años, la investigación ha revelado que, con tal acercamiento, la comprensión de conceptos y el desarrollo de la fluidez algorítmica no tienen lugar, como se esperaba. Cabe mencionar que los defensores de la reforma basada en los estándares atribuyen tales fallas, más que al acercamiento, a dificultades en su implementación en el salón de clases (por ejemplo, la falta de una capacitación adecuada de los profesores). Sin embargo, fue a partir de este tipo de resultados de investigación que la iniciativa de cambio derivó en la llamada guerra de las matemáticas, que, como ya se mencionó, es una discusión entre quienes abogan por un regreso a los contenidos tradicionales y quienes mantienen la posición del NCTM.

Las matemáticas realistas

Otra corriente que ha cobrado fuerza en los años recientes en el campo de la educación matemática es la llamada *matemáticas realistas* (*realistic mathematics*, su denominación en inglés), originada hace más de tres décadas en el Institute for Development of Mathematics Education (IOWO, por sus siglas en holandés) de la Universidad de Utrecht, donde un grupo de investigadores, encabezado por el matemático Hans Freudenthal, tomó posición respecto a la enseñanza de las matemáticas cuando declaró que la educación debiera darle al estudiante la oportunidad “guiada” de “reinventar” la matemática haciéndola. Es decir, de acuerdo con este investigador, en la educación, por un lado, la matemática no debe ser vista como un sistema cerrado, sino como una actividad sobre el proceso de matematización, y por otro, la matemática debe estar conectada con la realidad y cerca de los estudiantes (Freudenthal, 1968).

Respecto a la concepción de la matemática como una actividad humana consistente en procesos de matematización, a partir de las ideas de Freudenthal, Treffers (1987) habla de dos tipos de matematización: horizontal y vertical. En la matematización horizontal los estudiantes ponen en obra herramientas matemáticas que ayudan a organizar y a resolver problemas ubicados en la vida real, mientras que la matematización vertical es un proceso de reorganización dentro del propio sistema matemático, como abreviar pasos o descubrir conexiones entre conceptos y estrategias, para luego aplicar estos descubrimientos. La versión abreviada (más moderna) de estos términos dice que la matematización horizontal implica ir del mundo de la vida real al mundo de los símbolos, y la matematización vertical significa moverse en el mundo de los símbolos (Freudenthal, 1991).

La formulación de matematización desdoblada en procesos de matematización horizontal y vertical es clave para no caer en interpretaciones erróneas de las matemáticas realistas. Una de esas interpretaciones (por cierto, muy difundida) es pensar que el término es sinónimo de “matemáticas del mundo real”, debido al énfasis en conectar a las matemáticas con la realidad, sin considerar que el énfasis está en ofrecer a los estudiantes situaciones problema que puedan imaginar. Así, el mundo de las fantasías, de los cuentos de hadas y el mundo formal de las propias matemáticas pueden ser contextos adecuados para el planteamiento de problemas en la enseñanza, siempre y cuando sean “reales en la mente del estudiante” y le den sentido a lo que éste aprende (Van den Heuvel-Panhuizen, 1998). Esa falsa interpretación del término *matemáticas realistas* ha llevado

a algunos educadores y a sistemas educativos completos a posiciones extremas en las que sólo tiene cabida la enseñanza de las matemáticas a partir de contextos de la vida diaria, del mundo real. No es raro encontrar en libros de texto enunciados de problemas en los que la conexión con el mundo real es forzada o que son un punto de partida muy alejado de los conceptos que se quiere enseñar. En tales casos, se deja de lado el hecho de que lo que importa es que la situación de problema sea real en la imaginación de los estudiantes, y, por ello, las matemáticas también pueden ser un contexto.

La corriente de las matemáticas realistas se contrapone al acercamiento mecanicista, centrado en los procedimientos y en que el contenido de enseñanza está dividido en pequeños fragmentos carentes de significado, con procedimientos fijos de resolución, para ser aprendidos por medio de la ejercitación. En resumen, el acercamiento de matemáticas realistas promueve la enseñanza de las matemáticas en contextos del entorno cotidiano de los estudiantes (Gravemeijer, 1990) y se caracteriza por: 1) el uso de contextos; 2) el uso de modelos; 3) el uso de las producciones y construcciones de los propios estudiantes; 4) el carácter interactivo de los procesos de enseñanza; 5) el entretendido de varios hilos del aprendizaje (Treffers, 1987).

Globalización frente a internacionalización

Por otra parte, sin duda, una de las influencias más notorias de los últimos años en los cambios curriculares y de la enseñanza de las matemáticas es el de los resultados de la aplicación de los exámenes internacionales del Programme for International Student Assessment (PISA) y del Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). Esta influencia ha sido fuertemente cuestionada por algunos investigadores, quienes la consideran como parte del fenómeno de globalización en la educación matemática. D. Clarke (2003), por ejemplo, contrapone el término *globalización* al de *internacionalización* de la educación matemática, en vista de que la connotación del primero proviene de la tendencia a aplicar instrumentos de evaluación únicos a poblaciones de estudiantes pertenecientes a contextos socioculturales bien diferenciados, mientras que el segundo corresponde a la visión plural que ofrece la investigación educativa y que, por un lado, ha logrado identificar problemáticas centrales del aprendizaje, relacionadas con la naturaleza del objeto de conocimiento (las matemáticas) e independientes de los contextos socioculturales en que tiene lugar la enseñanza, y por otro, ha reportado una variedad de tipos de influencia de dichos contextos en los procesos de enseñanza y aprendizaje, más allá de las dificultades intrínsecas que encierra la comprensión de los conceptos matemáticos. De manera simplificada, se puede decir que la globalización busca minimizar las diferencias internacionales (ya sea por consenso o por imposición), mientras que la internacionalización busca resaltar tanto las semejanzas como las diferencias, e intenta aprender de ambas (Clarke, 2003).

De acuerdo con Keitel y Kilpatrick (1999), muchos de los estudios comparativos entre países se realizan desde una perspectiva de globalización, a la cual subyace la suposición de un currículo de matemáticas internacional idealizado, y parten del supuesto de que la aplicación de un mismo test puede proporcionar medidas comparables de los efectos del currículo. Según estos autores, la suposición implícita de un currículo común idealizado se aplica aun a estudios con diseños de investigación muy sofisticados, como aquellos que utilizan análisis de textos y de video para estudiar las prácticas del salón de clases. Estos cuestionamientos han llevado a la conclusión de que el currículo debe tratarse más como una variable que como una constante en los estudios comparativos entre países.

Democratización del conocimiento matemático a través de la tecnología

Finalmente, una corriente que ha resultado referente obligado en la modernización del currículo de matemáticas en varias partes del mundo es la que considera que el uso de entornos tecnológicos de aprendizaje puede ser la puerta de acceso al conocimiento matemático para grupos de estudiantes de distintas edades y provenientes de distintos contextos socioeconómicos y culturales. Dicha corriente es conocida como la *democratización del conocimiento matemático a través de la tecnología*, y la tesis principal en la que se apoya es que la tecnología posibilita a los aprendices la manipulación directa de representaciones dinámicas y ejecutables de los conceptos y objetos matemáticos, y, con ello, el acceso a ideas poderosas en matemáticas (Kaput, 1994). Por ejemplo, investigaciones de la década de los noventa muestran que es factible introducir, de manera temprana, a estudiantes de primaria y secundaria a ideas matemáticas complejas, en vista de la potencialidad de ciertos entornos tecnológicos de aprendizaje para ayudar a los estudiantes en los procesos de simbolización de las regularidades en secuencias figurativas y numéricas, así como en el análisis de fenómenos de variación en múltiples representaciones, sin que tengan que lidiar con las expresiones analíticas de las funciones. También se ha mostrado la posibilidad de incorporar tópicos de geometría tridimensional en el nivel de la secundaria por medio del uso de nuevas versiones de programas de geometría dinámica con las cuales es posible manipular figuras en tres dimensiones y estudiar y descubrir visualmente sus propiedades geométricas (Rojano, 2008; Sutherland y Rojano, 2012).

A pesar de la rápida evolución tecnológica y de la continua investigación que muestra las potencialidades de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, la presencia del uso de las TIC en muchas propuestas curriculares es todavía muy pobre y su impacto sobre los logros en el aprendizaje está aún en entredicho (Artigue, 2002). Sin embargo, en algunos países es notorio el creciente interés en incorporar las TIC al currículo, y lo que resultará interesante en este estudio será descubrir los propósitos y los modos de uso propuestos.

Componente 2: investigación educativa y currículo

Por muchos años, la investigación en educación matemática se enfocó a desentrañar las dificultades intrínsecas al aprendizaje de nociones pertenecientes a distintas áreas de las matemáticas, como la aritmética, el álgebra, la geometría, la probabilidad y el cálculo diferencial e integral. La diseminación de los resultados que reportan tales dificultades condujo, en algunos casos, a tomar decisiones importantes respecto al currículo. Por ejemplo, el reconocimiento de las dificultades que encierra el aprendizaje de las fracciones y su operatividad influyó en que en algunas propuestas curriculares se redujera o se trasladara a grados más avanzados la enseñanza de dichos contenidos (Streefland, 1991). El reconocimiento del fracaso de la enseñanza del álgebra, a raíz de los resultados del proyecto Algebra: Children's Strategies and Errors in Secondary Mathematics (Booth, 1984), derivó en una disminución significativa en el currículo de la manipulación algebraica (The Royal Society y Joint Mathematical Council of the United Kingdom, 1995), decisión que fue rectificadas unos años después, desde una visión que reconocía la importancia del aprendizaje del álgebra simbólica con papel y lápiz.

Pero la investigación educativa no sólo ha señalado dificultades del aprendizaje de las matemáticas, sino que ha puesto a prueba una amplia gama de acercamientos de enseñanza que ayudan a los estudiantes a remontar las mencionadas dificultades, así como diseños didácticos que proponen innovaciones en los temas y en los métodos de enseñanza. Respecto a esto último, es

importante mencionar los ejemplos de la introducción temprana al álgebra a temas de las matemáticas de la variación y al estudio de la geometría tridimensional, así como a la introducción del estudio de las regularidades y la generalización (Rojano, 2008).

Los temas y perspectivas teóricas de la investigación han evolucionado en las dos últimas décadas, poniendo énfasis en aspectos de la educación matemática como el desarrollo del sentido y la producción de significado acerca de los conceptos y métodos de la matemática escolar (Rojano, 2015). Si bien, este cambio de perspectiva es más o menos reciente, ya tiene presencia en algunas propuestas curriculares como la de los Principios y Estándares para las Matemáticas Escolares de los Estados Unidos (NCTM, 2000).

Por lo general, la presencia en el currículo de resultados de la investigación en educación matemática no es evidente, pero mediante un análisis detallado y a profundidad del currículo es posible hacerla explícita y descubrir su grado de influencia.

Componente 3: papel asignado a la matemática en el currículo

Para la definición de los elementos de este componente se procedió de manera inductiva, mediante la realización de dos revisiones preliminares para elegir los aspectos del currículo que serán objeto de análisis comparativo. Las revisiones se llevaron a cabo respecto a las propuestas de tres países preseleccionados, además de la propuesta de México.

Primera revisión

Se responden las siguientes preguntas en relación con las propuestas curriculares de México, Chile, Inglaterra y Corea del Sur, y de acuerdo con cada uno de los niveles escolares de preescolar, primaria, secundaria y medio superior.

Preguntas

1. ¿Para qué enseñar matemáticas? Por ejemplo: "para entender el mundo que nos rodea"; "para resolver problemas de la vida cotidiana".
2. ¿Qué enseñar? Por ejemplo: "contenidos temáticos clásicos"; "conceptos, algoritmos"; "habilidades matemáticas"; "competencias matemáticas".
3. ¿Cómo enseñarlas? Por ejemplo: "por resolución de problemas"; "a partir de contextos"; "a través de la práctica".
4. ¿Qué y cómo evaluar?

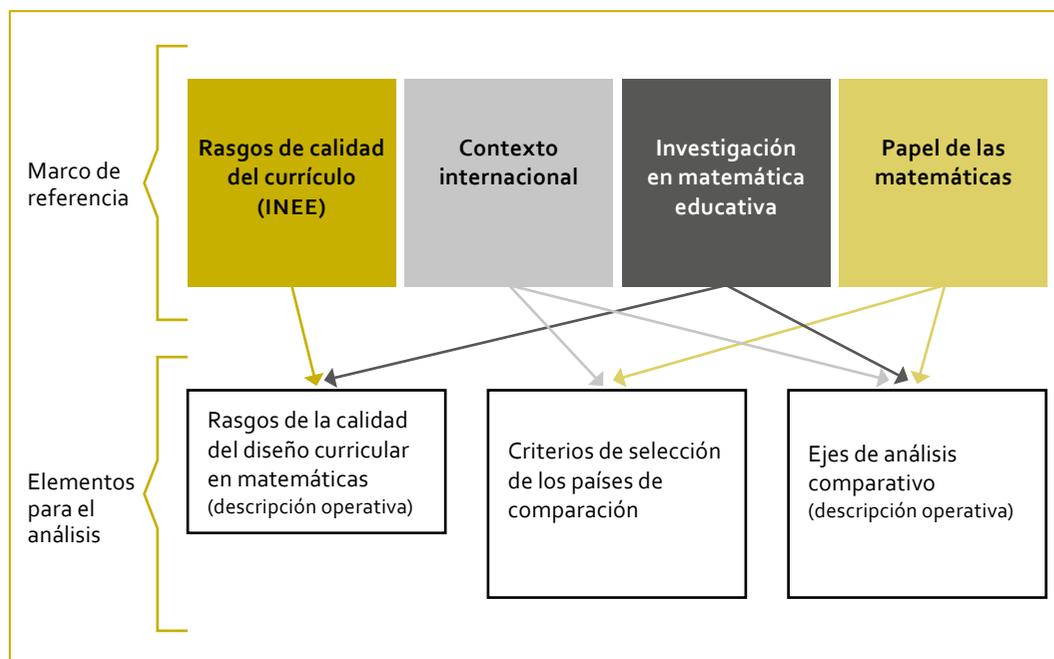
Segunda revisión

Se identifican y describen rasgos del currículo de matemáticas de los países preseleccionados para el estudio que permitan llevar a cabo un análisis comparativo de la propuesta mexicana con la de dichos países.

Componente 4: calidad intrínseca del diseño curricular

El elemento principal de este componente lo constituyen criterios de calidad del diseño curricular considerados por el INEE (INEE-DECME, 2014), los cuales señalan que el currículo debe ser:

Figura 2 Marco de análisis



- **Relevante**, es decir, debe dar respuesta a los requerimientos sociales, buscando la formación de sujetos que puedan incorporarse plenamente a la construcción de una mejor sociedad.
- **Pertinente**, es decir, debe atender los intereses y necesidades de los individuos en su conformación biopsicosocial.
- **Equitativo**, a fin de que todos los estudiantes sean capaces de alcanzar las intenciones educativas, independientemente de sus condiciones de origen.

Además, se señala que el currículo debe cumplir con lo siguiente:

- Debe asegurar la *consistencia interna* tanto en un nivel educativo como a lo largo de toda la educación obligatoria. Esto implica que todos sus elementos (objetivos, contenidos, y forma de trabajo y de evaluación) estén orientados hacia el logro de las intenciones educativas.
- Debe asegurar la *aceptabilidad*, es decir, debe contener todos aquellos elementos que permitan a los lectores una adecuada comprensión de los planteamientos que en él se presentan.
- Debe ser flexible, para poder cumplir con la condición de *adaptabilidad*. Es decir, se deben reconocer las diferencias para atenderlas desde una propuesta pertinente, acorde a la cultura y el contexto en el que se da la práctica educativa. Lo anterior alude tanto a la planeación docente, como a las formas de organización del trabajo en la escuela y en el aula, así como al tratamiento específico de contenidos.

Además de los criterios de calidad, el INEE considera una serie de principios pedagógicos, de acuerdo con los cuales debe reconocerse al estudiante como el centro de los procesos educativos, tomando en cuenta: las características de su desarrollo biopsicosocial; sus conocimientos previos a los contenidos que va a aprender; sus intereses, necesidades y expectativas, y el contexto más próximo del que forma parte.

Además, en el mismo rubro de principios pedagógicos, el INEE hace el señalamiento de que desde el currículo se ha de promover la integración de las TIC, con la intención de que se utilicen en la práctica educativa del aula como herramientas para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Asimismo, se hace referencia a que en el currículo se ha de ofrecer una variedad amplia de formas de *evaluar el aprendizaje de los estudiantes*, especificando los propósitos y aspectos que son objeto de evaluación, así como los criterios que han de tomarse en cuenta cuando ésta se efectúe.

Estrategia metodológica

Tomando como base los componentes del marco de referencia se diseña el marco analítico, cuyos elementos constitutivos son: 1) descripción, en forma operativa, de los criterios de calidad del diseño curricular de matemáticas; 2) elección fundamentada de los países cuyos currículos de matemáticas serán objeto de comparación con el currículo mexicano, y 3) descripción, en forma operativa, de los ejes de análisis comparativo de los currículos de los países elegidos (véase la figura 2).

A continuación se detallan los elementos 1 y 3 del marco analítico; el elemento 2 se expone en un documento por separado.

Criterios de calidad del diseño curricular

Se hace una interpretación, en el campo específico de la educación matemática, de los criterios de calidad del diseño curricular que conforman el componente 4 del marco de referencia del estudio.

- El criterio de *relevancia* se refiere a dar respuesta a los requerimientos sociales, buscando la formación de sujetos que puedan incorporarse plenamente a la construcción de una mejor sociedad. Este criterio, en el caso del currículo de matemáticas, se relaciona de manera directa, por una parte, con la promoción de valores entre los estudiantes, como aprender a: apreciar y valorar el conocimiento matemático; defender sus propuestas de solución con argumentos lógicos bien contruidos; respetar (y en su caso rebatir de manera fundamentada) los argumentos de otros, y comprender y apreciar las estrategias de resolución de los demás. Y, por otra parte, el criterio de relevancia se relaciona con la formación de sujetos sociales que utilicen el conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de su entorno físico y social, contribuyendo así al desarrollo productivo, tecnológico y científico del país.
- El criterio de *pertinencia*, que se refiere a atender los intereses y necesidades de los individuos en su conformación biopsicosocial, se traduce en que en el currículo se consideren aspectos como: la correspondencia, de acuerdo con las edades, entre los contenidos matemáticos y el desarrollo cognitivo de los estudiantes; el desarrollo de capacidades de comunicación, por medio de múltiples sistemas matemáticos de representación, y el desarrollo de capacidades de representar, sistematizar y procesar datos e información útil en la modelación de situaciones pertinentes a distintos contextos sociales.
- El criterio de *equidad*, que se refiere a posibilitar que todos los estudiantes sean capaces de alcanzar las intenciones educativas, independientemente de sus condiciones de origen, se traduce en la factibilidad de que el currículo pueda implementarse en cualquier modalidad

escolar, región geográfica, comunidad o grupo cultural del Sistema Educativo Nacional, sin sacrificar ninguno de sus propósitos u objetivos. En el caso del currículo de matemáticas, este criterio se relaciona con verificar el equilibrio entre la cantidad y la suficiencia de contenidos y el tiempo estimado para el logro del aprendizaje, así como la factibilidad de recrear dicho currículo en versiones *ad hoc* a modalidades educativas que atienden la diversidad cultural y de condiciones específicas de distintos grupos poblacionales del país. Entre otras cosas, este criterio implica verificar la equivalencia entre el currículo oficial y las versiones *ad hoc* (marcos curriculares para poblaciones específicas).

- La *consistencia interna* implica que todos los elementos (objetivos, contenidos, forma de trabajo y de evaluación) estén orientados hacia el logro de las intenciones educativas; en el caso del currículo de matemáticas, dicha consistencia debe verificarse también en relación con la estructura que guardan entre sí los distintos contenidos temáticos (áreas, temas, subtemas, conceptos, etcétera), tanto en el interior de cada nivel escolar como a lo largo de los cuatro niveles. La articulación de los contenidos entre niveles es un elemento que debe ser considerado como parte de este criterio.
- El criterio de *aceptabilidad* del currículo se refiere a que los usuarios se apropien de sus principios y propósitos y puedan así ser partícipes de su implementación. Cumplir con dicho criterio implica hacer comprensible a los lectores el contenido del currículo, y en matemáticas esto quiere decir que el lenguaje que se use debe considerar la formación matemática y pedagógica de los destinatarios primarios, que son los docentes. Este criterio de claridad en la comunicación del currículo debe verificarse de manera diferenciada por nivel escolar, en vista de que la formación matemática varía grandemente de los docentes de preescolar y primaria, que usualmente son profesores generalistas, a los profesores de secundaria y del nivel medio superior, quienes tienen formación inicial especializada en la disciplina. Del mismo modo, debe tomarse en cuenta que los docentes de preescolar, primaria y (en la mayoría de los casos) secundaria tienen formación pedagógica y no así los docentes del nivel medio superior.
- Este criterio se relaciona de manera directa con los criterios de relevancia, pertinencia, equidad y consistencia interna descritos anteriormente.
- La *adaptabilidad* alude tanto a la planeación docente como a las formas de organización del trabajo en la escuela y en el aula, así como al tratamiento específico de contenidos; en el caso de las matemáticas, esta característica puede verificarse sobre todo en cuanto al tratamiento de los contenidos, ya que, por la naturaleza de la disciplina, la estructuración de éstos puede ser rígida y las orientaciones para la organización del trabajo en el salón de clases pueden ser prescriptivas, con pocas posibilidades de poderse adaptar a diferentes modalidades educativas.

En cuanto a los criterios de calidad relativos a los aspectos pedagógicos del currículo, en el caso de las matemáticas la consideración de los conocimientos previos al aprendizaje de nuevos contenidos y, el uso de contextos próximos al estudiante en el tratamiento de los contenidos y de la evaluación del aprendizaje pueden verificarse de manera precisa, por nivel escolar y a lo largo de los cuatro niveles, debido a la naturaleza estructural y organizativa de la disciplina.

El criterio de calidad referente al uso de las TIC en la enseñanza se podrá verificar con criterios específicos derivados del elemento de *democratización del conocimiento matemático a través de la*

tecnología del componente 4 del marco de referencia. Es decir, no sólo se verificará la presencia o ausencia de recomendaciones sobre el uso de las TIC, sino que también se identificarán modos de uso.

Ejes de análisis comparativo

Llevar a cabo un estudio comparativo entre los currículos de varios países es una tarea compleja, debido, entre otras cosas, a que las aspiraciones educativas y las expectativas de los logros expresadas en ellos provienen de filosofías diferentes (Howson, 1991). Lo anterior implica que sin una indagación sobre tales elementos subyacentes a la comunicación de los currículos a través de documentos, la comparación corre el riesgo de ser reduccionista, a menos que se establezcan con claridad el propósito y los límites de la misma. Desentrañar la influencia de factores socioculturales, políticos y de concepción filosófica sobre la enseñanza de las matemáticas a partir de revisar los documentos curriculares de diferentes países rebasa los límites y propósitos del presente estudio. En lugar de lo anterior, lo que se busca es enriquecer el análisis de la calidad del diseño curricular de matemáticas de México (realizado en una primera etapa de manera intrínseca, bajo los criterios de calidad establecidos por el INEE) ubicándolo en un contexto internacional. Para ello, se lleva a cabo un análisis transversal del propio currículo mexicano y de las propuestas de otros países, considerando rasgos claramente identificables y que expresan características relevantes de los currículos objeto del análisis.

Con el fin de hacer una elección pertinente de rasgos específicos con las propiedades mencionadas, se recurre a tres de los cuatro componentes del marco general de referencia del estudio, a partir de los cuales se definen tres ejes para la comparación. Los componentes de referencia en cuestión son: "El papel asignado por el currículo a la matemática", "Contexto internacional de la educación matemática" e "Investigación en educación matemática", y los ejes de comparación: 1) "El sentido de la matemática en el currículo", 2) "Contenido disciplinar: su organización y enseñanza", 3) "Ubicación en el contexto internacional". A continuación se expone la definición de cada uno de los ejes, en términos de los rubros de comparación que los conforman.

En la tabla 1 se muestran los rubros que componen cada eje.

Eje 1. El sentido de las matemáticas en el currículo

Con el análisis de los rubros que componen este eje se busca responder, para cada propuesta curricular y en términos generales, a las preguntas: ¿para qué enseñar matemáticas?, ¿qué enseñar de ellas? y ¿cómo enseñarlas? A partir de las respuestas obtenidas se ubica al currículo mexicano en el contexto internacional en cuanto a la intencionalidad educativa de su diseño.

Eje 2. Contenido disciplinar: su organización y enseñanza

El análisis transversal de los rubros de este eje permite tener una apreciación, por contraste, del diseño de la propuesta curricular de México en cuanto a su contenido matemático, estructuración y aspectos didáctico-pedagógicos.

Eje 3. Ubicación en el contexto internacional: tendencias e investigación educativa

Se ubica cada propuesta curricular respecto a tendencias internacionales identificadas (por pares) como contrapuestas, así como respecto a la influencia en su diseño de los resultados de la investigación educativa. A partir de lo anterior, se analiza, a su vez, la ubicación de la propuesta de México frente a las otras propuestas estudiadas.

Tabla 1. Rubros que componen cada eje

Eje 1. El sentido de las matemáticas en el currículo	Eje 2. Contenido disciplinar: su organización y enseñanza	Eje 3. Ubicación en el contexto internacional: tendencias e Investigación educativa
<ul style="list-style-type: none"> • El propósito de enseñar matemáticas. • Contenido de la enseñanza. • Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas. • La evaluación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Propósitos y objetivos del currículo. • Presentación del currículo (índice de la presentación del programa; sintético frente a exposición extensa; flexible frente a prescriptivo; estático frente a dinámico). • Organización de los contenidos curriculares (mapa curricular; estructura, segmentación y organización de contenidos temáticos). • Rango de edades. • Duración del ciclo escolar. • Metodología de enseñanza. • Uso de TIC. • Transversalidad (conexión con otras asignaturas o disciplinas). • Evaluación. 	<p><i>Ubicación respecto a las posiciones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Enseñanza de contenidos tradicionales. <ul style="list-style-type: none"> – Priorizar enseñanza de conceptos y resolución de problemas. • Acercamiento simbólico y abstracto. <ul style="list-style-type: none"> – Acercamiento de matemáticas en contexto. • Acercamiento global <ul style="list-style-type: none"> – Acercamiento que toma en cuenta resultados de la investigación educativa. <p><i>Inclusión explícita o implícita de elementos de la investigación en educación matemática:</i></p> <p>Se abordan o reconocen dificultades en el aprendizaje de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La noción de número (distintos dominios numéricos: naturales, negativos, enteros, fracciones, decimales, racionales, trascendentes, reales). • Resolución de problemas aritméticos. • Razonamiento proporcional. • Pensamiento geométrico. • Pensamiento probabilístico. • Métodos de resolución de problemas. • Transiciones del pensamiento numérico al simbólico algebraico y del pensamiento algebraico al pensamiento de la matemática de la variación. • Se considera la introducción temprana de conceptos matemáticos como el de variación o nociones algebraicas. • Se promueve el desarrollo de habilidades de generalización y de la argumentación en matemáticas.

En la subsección del eje 3 se incluyen doce rubros que, en el currículo de cada país, guían la búsqueda y la identificación de indicios del uso o consideración de resultados de la investigación en educación matemática. Cabe aclarar que dichos rubros se proponen a manera de ejemplos y que se incorporan al análisis indicios adicionales identificados durante la revisión.

Es importante aclarar que no se trata de identificar los temas de los rubros como tales, sino de identificar rastros de la presencia de resultados de investigación en el diseño. Esto puede hacerse porque los temas curriculares o las intenciones educativas son, ellos mismos, una muestra

de dichos rastros, o bien porque en los documentos curriculares se hace referencia explícita a bibliografía especializada de investigación educativa.

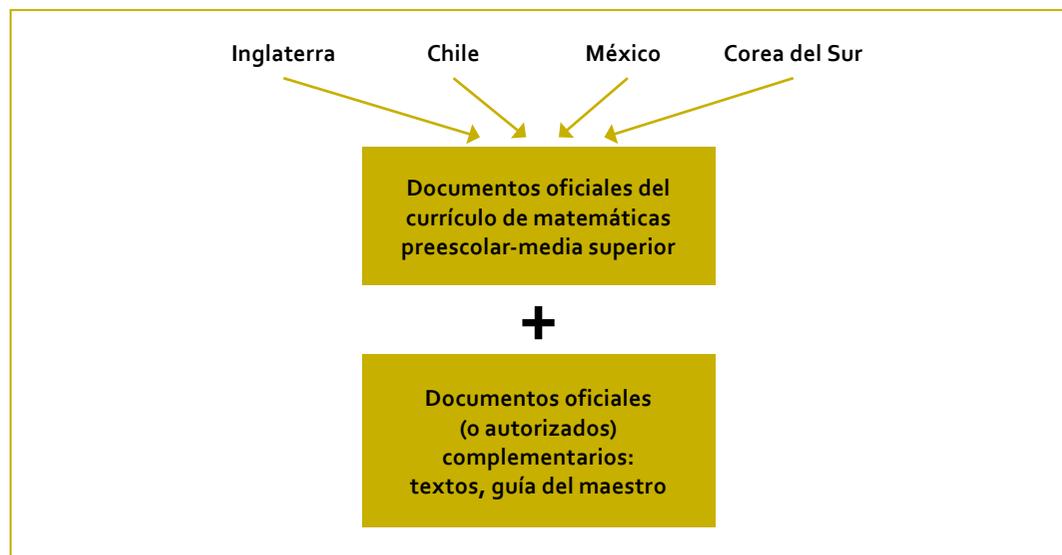
Delimitación del corpus de análisis

Por tratarse de una evaluación de la calidad del diseño, el *corpus de análisis* consiste en las siguientes fuentes:

- Documentos oficiales de exposición del currículo vigente de matemáticas de México y de otros tres países, para los niveles educativos de preescolar, primaria, secundaria y medio superior.
- Documentos oficiales (o autorizados) complementarios del currículo de México (marcos curriculares para poblaciones específicas, CONAFE y Educación Indígena).

Además, se incluyen documentos complementarios, con cuya revisión se busca apoyar la realización del análisis (véanse la figura 3 y el anexo Documentos curriculares para el análisis).

Figura 3 Corpus de análisis



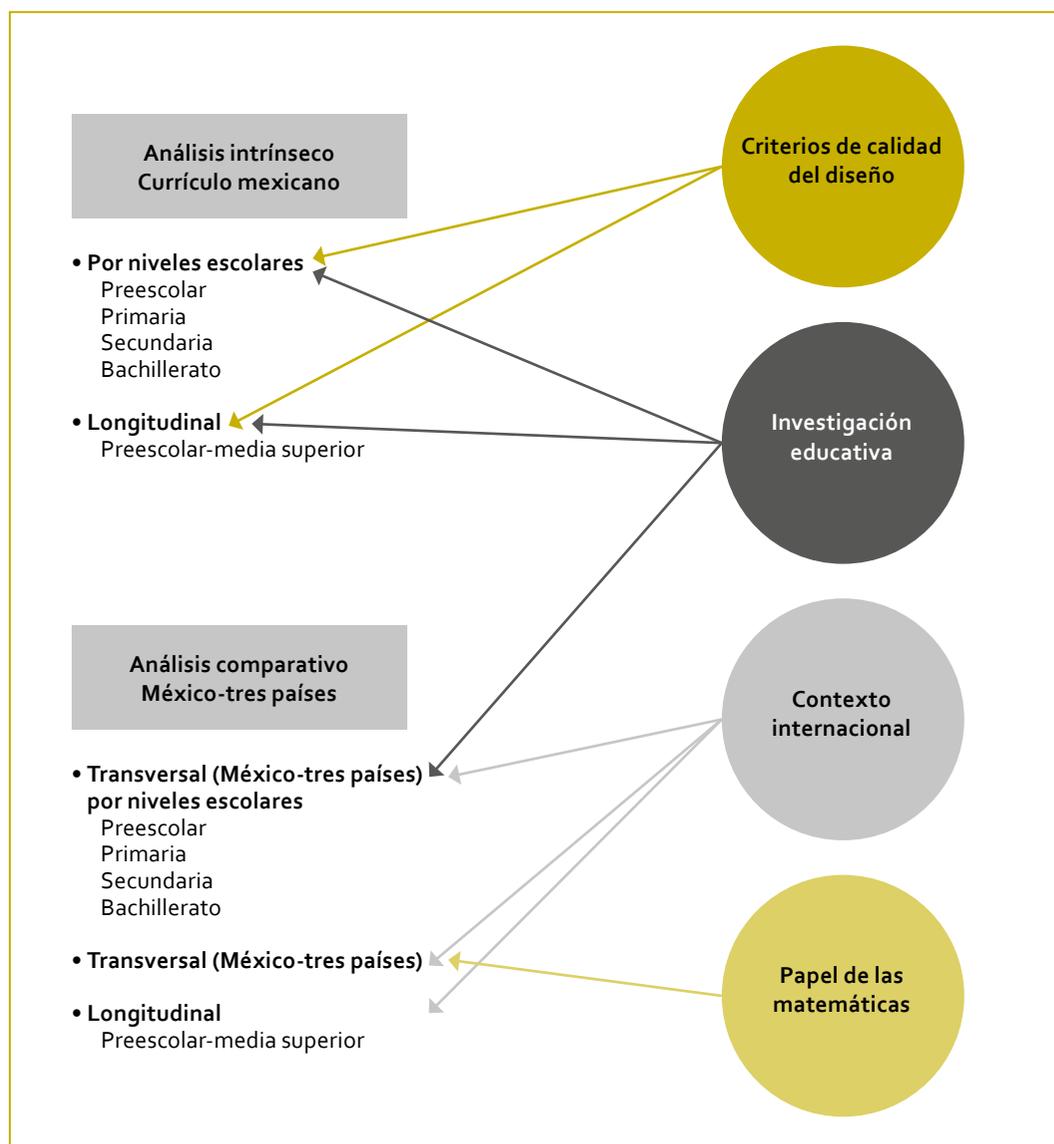
Método de análisis

El método de análisis está vinculado tanto a los cuatro componentes del marco de referencia como a los criterios de calidad del diseño curricular y a los ejes de comparación (véase la figura 4), y se llevó a cabo en las siguientes dos etapas:

- Descripción operativa y aplicación de las líneas de análisis intrínseco del currículo mexicano:
 - Por niveles escolares, de acuerdo con los criterios de calidad del diseño (relevancia, pertinencia, congruencia, consistencia, accesibilidad y flexibilidad) y de la influencia de la investigación educativa.
 - Longitudinal, a lo largo de los cuatro niveles escolares, de acuerdo con los criterios de calidad del diseño (relevancia, pertinencia, congruencia, consistencia, accesibilidad y flexibilidad) y de la influencia de la investigación educativa.

- Descripción operativa y aplicación de las líneas de análisis comparativo:
 - Transversal (México y tres países) por niveles escolares, de acuerdo con la influencia de la investigación educativa.
 - Transversal (México y tres países) y longitudinal (preescolar-media superior), de acuerdo con tendencias internacionales y el papel asignado a las matemáticas en el currículo.

Figura 4 Método de análisis



Países seleccionados

Para la definición de los criterios de selección de los países analizados en el estudio se parte de los componentes del marco de referencia. Concretamente, se consideran los componentes del contexto actual internacional de la educación matemática y del papel social, cognitivo y cultural asignado a la enseñanza de las matemáticas. Además, se toman en cuenta los resultados de las evaluaciones internacionales más relevantes para América Latina.

A continuación, se presentan tanto los aspectos específicos considerados en la definición de los criterios de selección, como las características de los países seleccionados a partir de los criterios.

Criterios de selección

Los criterios de selección de los países considerados en este estudio comparativo son los siguientes:

- El nivel de aplicación de la investigación en educación matemática en el desarrollo y la implementación de las propuestas.
- El nivel de éxito en los resultados en las evaluaciones internacionales, específicamente en PISA 2012, TIMSS 2011 y el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) 2013 (véanse descripciones generales, más adelante).

Además, se consideraron aspectos como los años de educación obligatoria y la cercanía sociocultural y política.

Respecto a la aplicación de la investigación internacional en educación matemática, interesa ubicar en el currículo de los países elegidos aspectos fundamentales de la enseñanza de las matemáticas, como el énfasis que se da a la enseñanza de conceptos y algoritmos, a la resolución de problemas, al contexto del entorno cotidiano de los estudiantes y al uso de entornos tecnológicos de aprendizaje (Gravemeijer, 1990; Van de Walle, 2007).

En la revisión de los resultados de las evaluaciones internacionales se consideran tanto los promedios de los puntajes obtenidos por los estudiantes como aspectos de equidad, asignación de recursos educativos, expectativas de padres y estudiantes, y desempeño relativo en la resolución de problemas. Las evaluaciones de conocimientos, logros de aprendizaje y habilidades de estudiantes revisadas son las siguientes:

- El Informe de PISA 2012. Evaluación que analiza el rendimiento de estudiantes mediante la realización cada tres años de pruebas estandarizadas a estudiantes de 15 años. Este informe es llevado a cabo por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE).
- Los resultados de TIMSS 2011. Evaluación internacional de conocimientos de matemáticas y ciencias de los estudiantes inscritos en los grados cuarto y octavo. Realizado por la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA).

- Los resultados de TERCE 2013. Estudio de logro de aprendizaje de estudiantes de tercer y sexto grados de escuela primaria en las áreas de Matemáticas, Lectura y Escritura (Lenguaje), y Ciencias Naturales en el caso de sexto grado. En 2013 fue aplicado en los 15 siguientes países de América Latina: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, República Dominicana y Uruguay. Realizado por la Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC) de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO).

Entre los aspectos importantes tomados en cuenta están aquellos que tienen que ver con la comparabilidad de los programas de estudios de los países con el mexicano. Es por ello que se consideraron los periodos que incluye la educación obligatoria en cada país y se eligió uno que tuviera cercanía con México, respecto a su afinidad sociocultural y de idioma.

Características de los países seleccionados descritas a partir de los criterios de selección

Los países seleccionados para el análisis comparativo del presente estudio son:

- República de Corea (Corea del Sur).
- República de Chile.
- Inglaterra (perteneciente al Reino Unido junto con Gran Bretaña e Irlanda del Norte).

Las características de estos países, descritas en términos de los criterios de selección usados, se presentan a continuación.

Corea del Sur

En los últimos años, Corea del Sur ha evolucionado muy rápidamente hacia los primeros lugares en sus resultados de las evaluaciones internacionales. Sus resultados en TIMSS de octavo grado se han mantenido en los primeros lugares desde 1995 (Institute of Education Sciences, 2012). De hecho, se posicionó en el segundo lugar a nivel mundial en las aplicaciones de 1995, 1999, 2003 y 2007, y ocupa el primer lugar en la última aplicación, en 2011. Además, su cambio en los promedios de puntajes obtenidos en estos años es de los más altos, tanto al comparar el puntaje histórico (1995 a 2011) como al comparar el cambio entre las dos últimas aplicaciones (2007 a 2011).

Respecto a la última aplicación de la evaluación de PISA en 2012, Corea del Sur ocupa el primer lugar en rendimiento promedio de los estudiantes, como país miembro de la OCDE¹ (véase la figura 5).

En lo que corresponde al aspecto específico de competencias en resolución de problemas, el informe PISA 2012 indica que los alumnos de Singapur y Corea, son los que obtienen mejores resultados entre todos los países y economías participantes (véase la figura 6). En los países de la OCDE, 11.4% de los alumnos de 15 años obtiene un rendimiento sobresaliente en la resolución

¹ En los resultados de matemáticas de PISA 2012 Corea del Sur se ubica en la posición 5, si se consideran las 31 economías y países asociados, además de los 34 países miembros de la OCDE.

de problemas (nivel 5 o 6). Estos alumnos pueden estudiar sistemáticamente las circunstancias complejas que rodean un problema, idear soluciones en varios pasos que tengan en cuenta todos los impedimentos y adaptar sus planes en función de los resultados obtenidos. En Corea, más de 1 de cada 5 alumnos alcanzan este nivel (OCDE, 2014).

En cuanto a la enseñanza obligatoria, en este país comparten esta característica los niveles de educación primaria (6 a 12 años de edad) y secundaria (12 a 18 años de edad). El sistema educativo coreano cuenta con una etapa preescolar que no es obligatoria, cuya duración es de tres años y está dirigida a los niños de 3 a 5 años de edad (Ministry of Education, Science and Technology, 2008).

Inglaterra

A lo largo de varias décadas, el currículo de Inglaterra ha sido objeto de revisiones periódicas (véase, por ejemplo, Hart, 1991). Cabe destacar que, específicamente en matemáticas, ha incorporado resultados de la investigación educativa desde el diseño del currículo hasta el seguimiento de su implementación (Hart, 1991; Sutherland, 2000; Hoyles *et al.*, 2001). Este país incorpora de manera explícita el uso de entornos tecnológicos de aprendizaje en su enseñanza obligatoria.

Respecto a los resultados de las evaluaciones internacionales, Inglaterra se ubica en el promedio del rendimiento de los estudiantes en la aplicación de PISA 2012 (véase la figura 5). Sin embargo, se ubica entre las mejores puntuaciones en la evaluación de habilidades matemáticas específicas, como la resolución de problemas (véase la figura 6).

En sus resultados de TIMSS de octavo grado, Inglaterra se ha ubicado en los primeros diez lugares: en 2007 en el lugar 7, y en 2011 en el lugar 10 (Institute of Education Sciences, 2012).

En Inglaterra, la educación preescolar se imparte para los niños de entre 4 y 5 años de edad. Este nivel educativo es proporcionado por las autoridades locales o por los cuerpos independientes. La educación obligatoria incluye los niveles de educación primaria (entre 6 y 11 años de edad) y secundaria (entre los 12 y los 18 años, pero sólo obligatoria hasta los 16 años) (Department for Education, 2013).

Chile

Además de ser un país exitoso en relación con los resultados de las evaluaciones internacionales, considerando la región de América Latina, Chile es un país con afinidad y cercanía sociocultural y de lengua respecto a México.

En los resultados de TERCE 2013, Chile obtuvo los mejores avances, respecto al estudio anterior (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo 2006), en las evaluaciones aplicadas a los grados de tercero y sexto. Además, Chile tiene la mayor cantidad de estudiantes en los niveles más altos de logro en matemáticas, tanto en tercero como en sexto grados (OREALC-UNESCO, 2014).

Figura 5 Rendimiento en Matemáticas, Lectura y Ciencias. PISA 2012

Instantánea del rendimiento en matemáticas, lectura y ciencias								
Países/economías con un rendimiento medio/una cuota de alumnos con rendimiento alto por encima de la media de la OCDE Países/economías con una cuota de alumnos con peores resultados por debajo de la media de la OCDE Países/economías con un rendimiento medio/una cuota de alumnos con peores resultados/una cuota de alumnos con rendimiento alto sin diferencia estadísticamente significativa respecto de la media de la OCDE Países/economías con un rendimiento medio/una cuota de alumnos con rendimiento alto por debajo de la media de la OCDE Países/economías con una cuota de alumnos con peores resultados por encima de la media de la OCDE								
	Matemáticas				Lectura		Ciencias	
	Puntuación media en PISA 2012	Cuota de alumnos con peores resultados (por debajo del nivel 2)	Cuota de alumnos con rendimiento alto en matemáticas (nivel 5 o 6)	Cambio anualizado	Puntuación media en PISA 2012	Cambio anualizado	Puntuación media en PISA 2012	Cambio anualizado
Media OCDE	494	23.0	12.6	-0.3	496	0.3	501	0.5
Shanghái-China	613	3.8	55.4	4.2	570	4.6	580	1.8
Singapur	573	8.3	40.0	3.8	542	5.4	551	3.3
Hong Kong-China	561	8.5	33.7	1.3	545	2.3	555	2.1
Taipei Chino	560	12.8	37.2	1.7	523	4.5	523	-1.5
Corea	554	9.1	30.9	1.1	536	0.9	538	2.6
Macao-China	538	10.8	24.3	1.0	509	0.8	521	1.6
Japón	536	11.1	23.7	0.4	538	1.5	547	2.6
Liechtenstein	535	14.1	24.8	0.3	516	1.3	525	0.4
Suiza	531	12.4	21.4	0.6	509	1.0	515	0.6
Países Bajos	523	14.8	19.3	-1.6	511	-0.1	522	-0.5
Estonia	521	10.5	14.6	0.9	516	2.4	541	1.5
Finlandia	519	12.3	15.3	-2.8	524	-1.7	545	-3.0
Canadá	518	13.8	16.4	-1.4	523	-0.9	525	-1.5
Polonia	518	14.4	16.7	2.6	518	2.8	526	4.6
Bélgica	515	19.0	19.5	-1.6	509	0.1	505	-0.9
Alemania	514	17.7	17.5	1.4	508	1.8	524	1.4
Vietnam	511	14.2	13.3	m	508	m	528	m
Austria	506	18.7	14.3	0.0	490	-0.2	506	-0.8
Australia	504	19.7	14.8	-2.2	512	-1.4	521	-0.9
Irlanda	501	16.9	10.7	-0.6	523	-0.9	522	2.3
Eslovenia	501	20.1	13.7	-0.6	481	-2.2	514	-0.8
Dinamarca	500	16.8	10.0	-1.8	496	0.1	498	0.4
Nueva Zelanda	500	22.6	15.0	-2.5	512	-1.1	516	-2.5
República Checa	499	21.0	12.9	-2.5	493	-0.5	508	-1.0
Francia	495	22.4	12.9	-1.5	505	0.0	499	0.6
Reino Unido	494	21.8	11.8	-0.3	499	0.7	514	-0.1
Islandia	493	21.5	11.2	-2.2	483	-1.3	478	-2.0
Letonia	491	19.9	8.0	0.5	489	1.9	502	2.0
Luxemburgo	490	24.3	11.2	-0.3	488	0.7	491	0.9
Noruega	489	22.3	9.4	-0.3	504	0.1	495	1.3
Portugal	487	24.9	10.6	2.8	488	1.6	489	2.5
Italia	485	24.7	9.9	2.7	490	0.5	494	3.0
España	484	23.6	8.0	0.1	488	-0.3	496	1.3
Federación Rusa	482	24.0	7.8	1.1	475	1.1	486	1.0
Eslovaquia	482	27.5	11.0	-1.4	463	-0.1	471	-2.7
Estados Unidos	481	25.8	8.8	0.3	498	-0.3	497	1.4
Lituania	479	26.0	8.1	-1.4	477	1.1	496	1.3
Suecia	478	27.1	8.0	-3.3	483	-2.8	485	-3.1
Hungría	477	28.1	9.3	-1.3	488	1.0	494	-1.6
Croacia	471	29.9	7.0	0.6	485	1.2	491	-0.3
Israel	466	33.5	9.4	4.2	486	3.7	470	2.8
Grecia	453	35.7	3.9	1.1	477	0.5	467	-1.1
Serbia	449	38.9	4.6	2.2	446	7.6	445	1.5
Turquía	448	42.0	5.9	3.2	475	4.1	463	6.4
Rumanía	445	40.8	3.2	4.9	438	1.1	439	3.4
Chipre ^{1,2}	440	42.0	3.7	m	449	m	438	m
Bulgaria	439	43.8	4.1	4.2	436	0.4	446	2.0
Emiratos Árabes Unidos	434	46.3	3.5	m	442	m	448	m
Kazajistán	432	45.2	0.9	9.0	393	0.8	425	8.1
Tailandia	427	49.7	2.6	1.0	441	1.1	444	3.9
Chile	423	51.5	1.6	1.9	441	3.1	445	1.1
Malasia	421	51.8	1.3	8.1	398	-7.8	420	-1.4
México	413	54.7	0.6	3.1	424	1.1	415	0.9
Montenegro	410	56.6	1.0	1.7	422	5.0	410	-0.3
Uruguay	409	55.8	1.4	-1.4	411	-1.8	416	-2.1
Costa Rica	407	59.9	0.6	-1.2	441	-1.0	429	-0.6
Albania	394	60.7	0.8	5.6	394	4.1	397	2.2
Brasil	391	67.1	0.8	4.1	410	1.2	405	2.3
Argentina	388	66.5	0.3	1.2	396	-1.6	406	2.4
Túnez	388	67.7	0.8	3.1	404	3.8	398	2.2
Jordania	386	68.6	0.6	0.2	399	-0.3	409	-2.1
Colombia	376	73.8	0.3	1.1	403	3.0	399	1.8
Catar	376	69.6	2.0	9.2	388	12.0	384	5.4
Indonesia	375	75.7	0.3	0.7	396	2.3	382	-1.9
Perú	368	74.6	0.6	1.0	384	5.2	373	1.3

1. Nota de Turquía: La información presente en este documento en referencia a "Chipre" está relacionada con la parte sur de la isla. No existe una única autoridad que represente a chipriotas turcos y griegos en la isla. Turquía reconoce a la República Turca del Norte de Chipre (RTNC). Hasta que no se llegue a una solución equitativa y duradera en el contexto de las Naciones Unidas, Turquía mantendrá su posición sobre la "cuestión de Chipre".

2. Nota de todos los estados de la Unión Europea miembros de la OCDE y de la Unión Europea: La República de Chipre está reconocida por todos los miembros de las Naciones Unidas con excepción de Turquía. La información que figura en este documento está relacionada con la zona bajo control efectivo del gobierno de la República de Chipre.

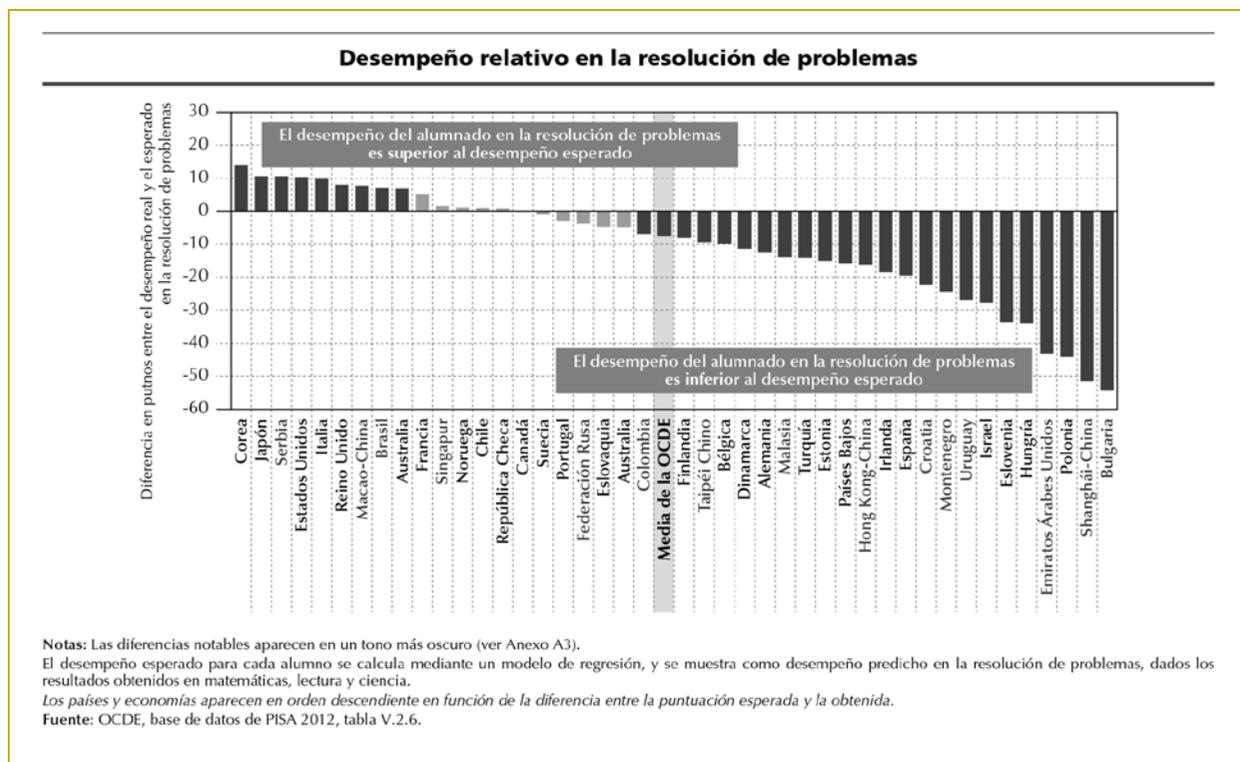
La variación anualizada es la variación anual media de la puntuación de un país/economía en las pruebas PISA desde su primera participación hasta la evaluación de PISA 2012. Está calculada teniendo en cuenta todas las participaciones de un país/economía en las pruebas de PISA.

Notas: Los países/economías en que el cambio anualizado del rendimiento es estadísticamente significativo están marcados en negrita. Países y economías clasificados por orden descendente según su puntuación media en matemáticas en PISA 2012.

Fuente: OCDE, base de datos de PISA 2012, Tablas I.2.1a, I.2.1b, I.2.3a, I.2.3b, I.4.3a, I.4.3b, I.5.3a y I.5.3b.

Fuente: Base de datos de PISA 2012 (OCDE, 2014).

Figura 6 Desempeño relativo en la resolución de problemas. PISA 2012



Fuente: Base de datos de PISA 2012 (OCDE, 2014).

Respecto a la última aplicación de la evaluación de PISA en 2012, aunque se ubica en el lugar 47, Chile es el país de América Latina con más alto puntaje promedio de rendimiento de los estudiantes en Matemáticas, Habilidad Lectora y Ciencias (véase figura 4).

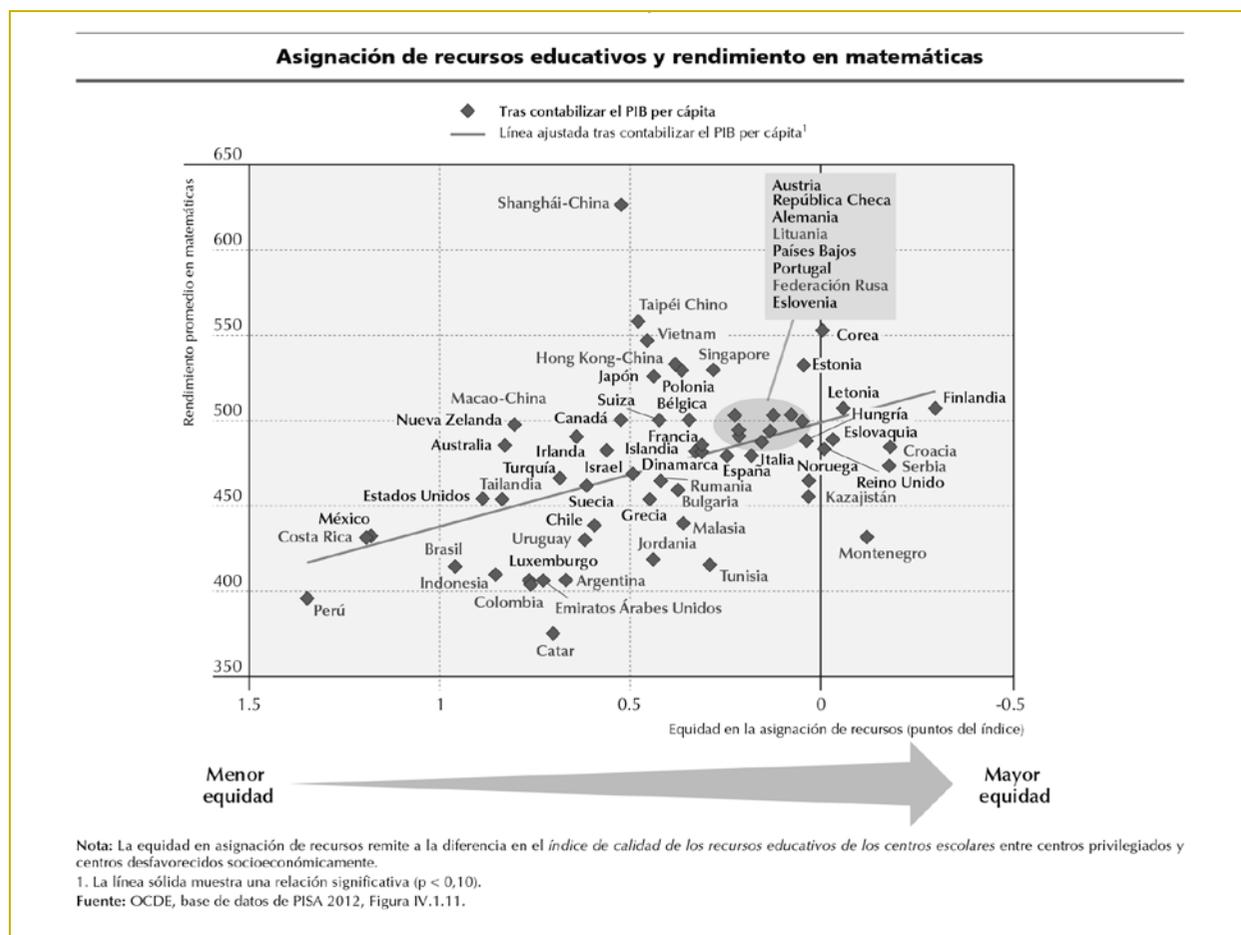
En Chile, los niveles de educación preescolar (de los 6 meses a los 6 años de edad), básica (6 a 13 años de edad) y media (14 a 17 años de edad) son obligatorios (Ministerio de Educación, 2011).

Otros aspectos considerados en la selección de los países

Otros aspectos de los sistemas educativos de los países seleccionados redundan en su comparabilidad con México. Por ejemplo, lo relacionado con la inversión de recursos en educación y las expectativas sociales sobre el impacto de la educación en la vida profesional de los estudiantes.

La figura 7 muestra una gráfica sobre la relación entre asignación de recursos educativos y rendimiento en matemáticas. Resulta interesante notar la relación directa entre alto rendimiento en matemáticas y alta asignación de recursos que se presenta en Corea del Sur, en contraste con la relación entre los mismos aspectos en el caso de México: bajo rendimiento en matemáticas y baja equidad de inversión de recursos (OCDE, 2014).

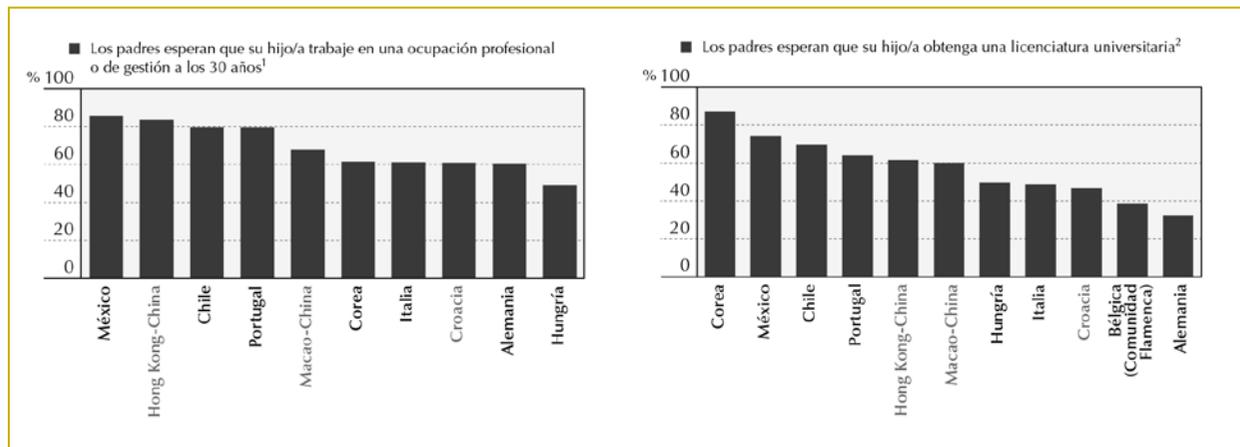
Figura 7 Asignación de recursos educativos y rendimiento en matemáticas. PISA 2012



Fuente: Base de datos de PISA 2012 (OCDE, 2014).

De acuerdo con el informe de PISA 2012, entre mayores son las expectativas de los padres sobre el impacto futuro de la educación en las vidas de sus hijos, mejores condiciones y resultados de rendimiento se tienen para los estudiantes. “Los padres que tienen expectativas ambiciosas para sus hijos les motivan y les guían en su aprendizaje; crean las condiciones que promueven la excelencia académica y la adquisición de competencias” (OCDE, 2014, p. 22). Estas altas expectativas sobre la educación de los estudiantes resultan ser comunes en Corea, México y Chile, como lo muestran las gráficas de las figuras 8 y 9.

Figuras 8 y 9 Expectativas de los padres sobre el futuro de su hijo(a). PISA 2012



Fuente: Base de datos de PISA 2012 (OCDE, 2014).

1

Descripción, análisis y valoración del currículo a partir de los elementos del diseño curricular

A continuación se presentan la descripción general, el análisis de la calidad y la valoración del diseño curricular de educación obligatoria de matemáticas. Esta presentación se hace nivel por nivel, es decir, primero preescolar, luego primaria, después secundaria y finalmente bachillerato.

Para cada nivel, la descripción expone de manera general y sintética los siguientes aspectos del diseño curricular:

- El propósito de enseñar matemáticas.
- Contenido de la enseñanza.
- Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas.
- La evaluación.

Una vez descrito el diseño curricular de cada nivel, se presenta el análisis de la calidad a través de la aplicación de los criterios de calidad del INEE, en su interpretación para el caso específico del currículo de matemáticas, los cuales son:

- a) **Relevancia.** El criterio de *relevancia* se refiere a dar respuesta a los requerimientos sociales, buscando la formación de sujetos que puedan incorporarse plenamente a la construcción de una mejor sociedad.

En el caso del currículo de matemáticas, la *relevancia* se refiere específicamente a:

- i) La promoción de valores entre los estudiantes, como aprender a: apreciar y valorar el conocimiento matemático; defender sus propuestas de solución con argumentos lógicos bien contruidos; respetar (y en su caso rebatir de manera fundamentada) los argumentos de otros, y comprender y apreciar las estrategias de resolución de los demás.
 - ii) La formación de sujetos sociales que utilicen el conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de su entorno físico y social, contribuyendo así al desarrollo productivo, tecnológico y científico del país.
- b) **Pertinencia.** El criterio de *pertinencia* se refiere a atender los intereses y necesidades de los individuos en su conformación biopsicosocial.

En el caso del currículo de matemáticas, la *pertinencia* se refiere específicamente a:

- i) La correspondencia, de acuerdo con las edades, entre los contenidos matemáticos y el desarrollo cognitivo de los estudiantes.
 - ii) El desarrollo de capacidades de comunicación a través de múltiples sistemas matemáticos de representación.
 - iii) El desarrollo de capacidades de representar, sistematizar y procesar datos e información útil en la modelación de situaciones pertinentes a distintos contextos sociales.
- b) **Equidad.** El criterio de *equidad* se refiere a posibilitar que todos los estudiantes sean capaces de alcanzar las intenciones educativas, independientemente de sus condiciones de origen; se traduce en la factibilidad de que el currículo pueda implementarse en cualquier modalidad escolar, región geográfica, comunidad o grupo cultural del Sistema Educativo Nacional, sin sacrificar ninguno de sus propósitos u objetivos.

En el caso del currículo de matemáticas, la *equidad* se refiere específicamente a:

- i) El equilibrio entre, por un lado, la cantidad y la suficiencia de contenidos, y, por el otro, el tiempo estimado para el logro del aprendizaje.
 - ii) La factibilidad de recrear el currículo en versiones *ad hoc* a modalidades educativas que atienden la diversidad cultural y de condiciones específicas de distintos grupos poblacionales del país. Esto implica verificar la equivalencia entre el currículo oficial y las versiones *ad hoc* (marcos curriculares para poblaciones específicas).
- c) **Consistencia interna.** La consistencia interna implica que todos los elementos (objetivos, contenidos, y forma de trabajo y de evaluación) estén orientados hacia el logro de las intenciones educativas.

En el caso del currículo de matemáticas, la consistencia interna se refiere específicamente a:

- i) Todos los elementos (objetivos, contenidos, forma de trabajo y de evaluación) deben estar orientados hacia el logro de las intenciones educativas.
 - ii) Debe haber congruencia en la estructura que guardan entre sí los distintos contenidos temáticos (áreas, temas, subtemas, conceptos, etcétera), tanto en el interior de cada nivel escolar como a lo largo de los cuatro niveles.
 - iii) Articulación de los contenidos entre niveles.
- d) **Aceptabilidad.** El criterio de *aceptabilidad* del currículo se refiere a que los usuarios se apropien de sus principios y propósitos y puedan así ser partícipes de su implementación. Cumplir con dicho criterio implica hacer comprensible a los lectores el contenido del currículo.

En el caso del currículo de matemáticas, la *aceptabilidad* se refiere específicamente a:

- i) El lenguaje que se use debe considerar la formación matemática y pedagógica de los destinatarios primarios, que son los docentes. Este criterio de claridad en la comunicación del currículo debe verificarse de manera diferenciada por nivel escolar, en vista de que la formación matemática varía grandemente de los docentes de preescolar y primaria, que usualmente son profesores generalistas, a los profesores de secundaria y del nivel medio superior, quienes

tienen formación inicial especializada en la disciplina. Del mismo modo, debe tomarse en cuenta que los docentes de preescolar, primaria y (en la mayoría de los casos) secundaria tienen formación pedagógica, y no así los docentes del nivel medio superior.

ii) Este criterio se relaciona de manera directa con los criterios de *relevancia, pertinencia, equidad y consistencia interna*.

a) **Adaptabilidad.** La *adaptabilidad* alude tanto a la planeación docente como a las formas de organización del trabajo en la escuela y en el aula, así como al tratamiento específico de contenidos. En el caso del currículo de matemáticas, la *adaptabilidad* se refiere específicamente a:

i) Verificar el tratamiento de los contenidos. Por la naturaleza de la disciplina, la estructuración de éstos puede ser rígida, y las orientaciones para la organización del trabajo en el salón de clases pueden ser prescriptivas, con pocas posibilidades de poderse adaptar a diferentes modalidades educativas.

Se cierra este apartado con una valoración general del diseño curricular de educación obligatoria de matemáticas realizada a partir de la descripción y el análisis anteriores.

1.1. Calidad del diseño curricular: nivel preescolar

1.1.1 Descripción general del diseño curricular: nivel preescolar

La siguiente descripción está hecha con base en el análisis del *Programa de estudio 2011. Guía para la educadora. Educación básica. Preescolar* (SEP, 2011h). En la tabla 1.1 se presenta una síntesis de los aspectos que permiten describir el diseño curricular vigente de México para el nivel preescolar.

Tabla 1.1. Descripción general del currículo vigente de matemáticas, nivel preescolar

Propósito de enseñar matemáticas	Llegar a tener una población que sepa utilizar los conocimientos matemáticos con altos niveles de alfabetización matemática (SEP, 2011h, p. 30).
Contenido de la enseñanza (descripción general)	Competencias matemáticas (SEP, 2011h, p. 7). Contenidos matemáticos clásicos de preescolar y algunos de recién ingreso (SEP, 2011h, pp. 40, 57-59).
Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas	A través de la resolución de problemas (SEP, 2011h, p. 55).
La evaluación	Formativa, sumativa e incorpora pruebas estandarizadas nacionales e internacionales. El docente también debe promover la autoevaluación y la coevaluación entre sus estudiantes; en ambos casos es necesario brindar a los estudiantes los criterios de evaluación que deben aplicar durante el proceso con el fin de que se conviertan en experiencias formativas y no únicamente en la emisión de juicios sin fundamento (SEP, 2011h, pp. 105-106).

En este nivel, se ha encontrado que en el programa de preescolar coexisten dos aproximaciones curriculares. Una de las aproximaciones está organizada por los *estándares curriculares* que se establecieron para la escuela primaria y secundaria, y que posteriormente se introdujeron en

el currículo de preescolar. La otra aproximación está organizada por el *desarrollo de competencias* y tiene sus antecedentes en el *Programa de Educación Preescolar 2004* (SEP, 2004). De hecho, en el programa de estudio los *estándares curriculares* y el *desarrollo de competencias* se presentan en secciones separadas y bien diferenciadas, como se discutirá más adelante (véase el criterio de consistencia interna).

A lo largo del análisis del diseño curricular se presentarán los resultados que permiten diferenciar estas dos aproximaciones y las implicaciones curriculares que se derivan de su coexistencia en el currículo vigente. Las diferencias entre estas dos aproximaciones son tales que se puede considerar que son dos propuestas curriculares presentadas de forma paralela en el programa de preescolar.

1.1.2. Análisis del diseño curricular: nivel preescolar

Se hace una descripción de los elementos del currículo (si los hay) que se relacionen con cada criterio, y se da la referencia exacta de la ubicación de esos elementos en el documento curricular. Se agrega un breve texto argumentativo sobre el cumplimiento de dicho criterio, es decir, se explica por qué los elementos identificados dan cuenta de su cumplimiento. Se agrega, en ocasiones, algún comentario que aporta al análisis, pues no se trata sólo de ver si el criterio se cumple o no, sino de ver cómo se cumple y, de ser posible, en qué medida. Si no hay elementos relacionados con un criterio en particular, se hace explícito. Al final de la descripción, criterio por criterio, se redacta un resumen del análisis y de los hallazgos.

Relevancia

Se encuentran algunas declaraciones que dan cuenta del cumplimiento de este criterio, como:

[Los programas de estudio 2011] se centran en el desarrollo de competencias con el fin de que cada estudiante pueda desenvolverse en una sociedad que le demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia, y en un mundo global e interdependiente (SEP, 2011h, p. 8).

La RIEB [Reforma Integral para la Educación Básica] reconoce, como punto de partida, una proyección de lo que es el país hacia lo que queremos que sea, mediante el esfuerzo educativo, y asume que la Educación Básica sienta las bases de lo que los mexicanos buscamos entregar a nuestros hijos; no cualquier México sino el mejor posible (SEP, 2011h, p. 12).

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) En las orientaciones didácticas del currículo, entre otras observaciones se explicita que el desarrollo de las capacidades de razonamiento en los alumnos de educación preescolar se propiciará cuando:

la educadora haga que las niñas y los niños aprendan más de lo que saben acerca del mundo y sean personas cada vez más seguras, autónomas, creativas y participativas; ello se logra mediante el diseño de situaciones didácticas que les impliquen

desafíos: que piensen, se expresen por distintos medios, propongan, distingan, expliquen, cuestionen, comparen, trabajen en colaboración, manifiesten actitudes favorables hacia el trabajo y la convivencia, etcétera (SEP, 2011h, p. 14).

[Los niños] realizan acciones que les permiten *comprender* un problema, *reflexionar* sobre lo que se busca, *estimar* posibles resultados, buscar distintas vías de solución, *comparar* resultados, *expresar ideas y explicaciones* y *confrontarlas* con sus compañeros (SEP, 2011h, p. 56).

Asimismo, se promueve el desarrollo de valores actitudinales hacia el conocimiento y de desarrollo personal para aprender a convivir en el entorno social inmediato, cuando se plantea la importancia de organizar a los niños en equipos para resolver situaciones de aprendizaje, en función de la intención educativa.

La actividad con las matemáticas alienta en los alumnos la comprensión de nociones elementales y la aproximación reflexiva a nuevos conocimientos, así como las posibilidades de verbalizar y comunicar los razonamientos que elaboran, de revisar su propio trabajo y darse cuenta de lo que logran o descubren durante sus experiencias de aprendizaje. Ello contribuye, además, a la formación de actitudes positivas hacia el trabajo en colaboración; el intercambio de ideas con sus compañeros, considerando la opinión del otro en relación con la propia; gusto hacia el aprendizaje; autoestima y confianza en las propias capacidades (SEP, 2011h, p. 56).

b) En la consecución del estándar curricular *Actitud hacia el estudio de las matemáticas*, se plantea el propósito de formar sujetos sociales que utilicen el conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de su entorno físico y social, y podría inferirse que con ello estarán en posibilidad de contribuir al desarrollo productivo, tecnológico y científico del país. Al respecto se dice:

- 3.1. [El alumno] Expresa curiosidad por las propiedades matemáticas de los seres vivos, así como de los entornos naturales y humanos en diversos contextos.
- 3.2. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como ser humano matemático; el deseo y la tendencia para comprender y usar la notación matemática, y desarrolla gusto e interés en entender y aplicar vocabularios y procedimientos matemáticos.
- 3.3. Aplica el razonamiento matemático para resolver problemas sociales y naturales, y acepta el principio de que los problemas particulares tienen soluciones alternativas.
- 3.4. Aplica el razonamiento matemático a su estilo de vida personal y a las decisiones de su vida, incluyendo las relacionadas con la salud.
- 3.5. Tiene una actitud favorable hacia la conservación del ambiente y su sustentabilidad, usando notaciones y métodos científicos y matemáticos.
- 3.6. Desarrolla hábitos de pensamiento racional y utiliza evidencias de naturaleza matemática.
- 3.7. Comparte e intercambia ideas sobre aplicaciones matemáticas teóricas y prácticas en el mundo (SEP, 2011h, pp. 33-34).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Para la propuesta curricular vigente hay aspectos del criterio de *relevancia* que se sostienen y otros que no, dependiendo de si se considera a los *estándares* o a las *competencias*.

Por un lado, el programa plantea como premisa que el desarrollo de competencias de los alumnos es lo que posibilitará, en gran medida, formar sujetos sociales que puedan analizar situaciones y resolver problemas diversos con eficacia mediante la puesta en juego de conocimientos, habilidades, actitudes y valores (SEP, 2011h, p. 14). Desde esta premisa, el criterio de *relevancia* se sostiene, porque queda claramente explicitado cómo desarrollar competencias en las *orientaciones didácticas* sugeridas.

Por otro lado, el criterio de relevancia no se sostiene, si se atiende a las presunciones del estándar curricular *Actitud hacia el estudio de las matemáticas*. Cabe aclarar que el logro de los estándares curriculares se establece por periodos escolares de la educación básica, de tal manera que al término de preescolar las presunciones de este estándar rebasan las posibilidades de los niños. Esto último es evidente al considerar, por ejemplo, que alumnos de menos de 6 años de edad difícilmente pueden “utilizar su conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de sus entornos naturales y humanos en diversos contextos”; ni pueden asumirse como “seres humanos matemáticos” que tengan “el deseo y la tendencia para comprender y usar la notación matemática”, “desarrollen gusto e interés en entender y aplicar vocabularios y procedimientos matemáticos” o “tengan una actitud favorable hacia la conservación del ambiente y su sustentabilidad, usando notaciones y métodos científicos y matemáticos” (SEP, 2011i, pp. 105-106), por mencionar algunos de los propósitos considerados en el estándar curricular en cuestión.

Pertinencia

En la presentación del documento se alude, en términos generales, a la consecución de este criterio:

La Articulación de la Educación Básica se centra en los procesos de aprendizaje de las alumnas y los alumnos, al atender sus necesidades específicas para que mejoren las competencias que permitan su desarrollo personal (SEP, 2011h, p. 7).

En el apartado de presentación de los campos formativos, la conexión entre los seis campos se describe en términos de los procesos de desarrollo, aprendizaje infantil y entorno social y cultural; al respecto, se señala:

Los procesos de desarrollo y aprendizaje infantil tienen un carácter integral y dinámico basado en la interacción de factores internos (biológicos y psicológicos) y externos (sociales y culturales); sólo por razones de orden analítico o metodológico se distinguen campos del desarrollo, porque en la realidad éstos se influyen mutuamente [...] Asimismo, al participar en experiencias educativas, las niñas y los niños ponen en práctica un conjunto de capacidades de distinto orden (afectivo y social, cognitivo y de lenguaje, físico y motriz) que se refuerzan entre sí. En general, y simultáneamente, los aprendizajes abarcan distintos campos del desarrollo humano; sin embargo, según el tipo de actividades en que participen, el aprendizaje puede concentrarse de manera particular en algún campo específico (SEP, 2011h, p. 39).

En los planteamientos generales sobre las "Bases para el trabajo en preescolar" se hacen algunas anticipaciones a las educadoras a fin de que consideren la correspondencia, en función de la edad, entre los contenidos matemáticos y el desarrollo cognitivo de los alumnos. Asimismo se plantea la necesidad de que desarrollen nuevas competencias docentes para que estén en mejores posibilidades de implementar el programa, y, desde estos señalamientos, se les advierte:

mantener una actitud de observación e indagación constante en relación con lo que experimenta en el aula cada uno de sus alumnos. Al tratar un tema o realizar una actividad es conveniente que se plantee preguntas cuya respuesta no es simple; por ejemplo: ¿qué saben y qué se imaginan las niñas y los niños sobre lo que se desea que aprendan? ¿Realmente lo comprenden? ¿Qué "valor agregado" aporta a lo que ya saben? ¿Qué recursos o estrategias contribuyen a que se apropien del nuevo conocimiento? (SEP, 2011h, p. 20).

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

a) En las orientaciones pedagógicas del campo Pensamiento Matemático se hacen algunas advertencias a las educadoras en las que, implícitamente, se les sugiere atender al desarrollo cognitivo de sus alumnos:

El trabajo con la resolución de problemas matemáticos exige una intervención educativa que considere los tiempos requeridos por los alumnos para reflexionar y decidir sus acciones, comentarlas y buscar estrategias propias de solución. Ello implica que la educadora tenga una actitud de apoyo, observe las actividades e intervenga cuando ellos lo requieran, pero el proceso se limita y pierde su riqueza como generador de experiencia y conocimiento si la maestra interviene diciendo cómo resolver el problema. Cuando los alumnos descubren que la estrategia utilizada y decidida por ellos para resolver un problema funcionó (les sirvió para resolver ese problema), la utilizarán en otras situaciones en las que ellos mismos identificarán su utilidad (SEP, 2011h, p. 56).

b) En la propuesta para preescolar se promueven y auspician las representaciones espontáneas de los niños a fin de iniciar un proceso de construcción continua sobre el uso y la función de la representación en el aprendizaje de la matemática que, en los años subsecuentes, culminará en sistemas matemáticos de representación (como los sistemas de representación numérica o las representaciones de los objetos geométricos). Las representaciones espontáneas son promovidas mediante la manipulación de material. En la propuesta se señala que el material debe estar disponible en el aula para apoyar el razonamiento matemático; además, se indica que:

serán las niñas y los niños quienes decidan cómo van a usarlo para resolver los problemas; asimismo, éstos deben dar oportunidad a la aparición de distintas formas espontáneas y personales de representaciones y soluciones que muestren el razonamiento que elaboran. Ellos siempre estarán dispuestos a buscar y encontrar respuestas a preguntas del tipo: ¿cómo podemos saber...?, ¿cómo hacemos para armar...?, ¿cuántos... hay en...?, etcétera (SEP, 2011h, p. 51).

También se da curso a este posicionamiento sobre la representación y la comunicación (verbal) cuando se plantea cómo desarrollar las capacidades de razonamiento de los alumnos; se dice que éste:

se propicia cuando [los niños] realizan acciones que les permiten *comprender* un problema, *reflexionar* sobre lo que se busca, *estimar* posibles resultados, buscar distintas vías de solución, *comparar* resultados, *expresar ideas y explicaciones* y *confrontarlas* con sus compañeros [...] La actividad con las matemáticas alienta en los alumnos la comprensión de nociones elementales y la aproximación reflexiva a nuevos conocimientos, así como las posibilidades de verbalizar y comunicar los razonamientos que elaboran, de revisar su propio trabajo y darse cuenta de lo que logran o descubren durante sus experiencias de aprendizaje (SEP, 2011h, p. 56).

- c) En el programa de estudios, específicamente al desglosar los *aprendizajes esperados* de la competencia del aspecto de número, se señala: Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta. Éste es el único lugar en el documento en donde se menciona el propósito de desarrollar las capacidades de representar, sistematizar y procesar datos e información en la modelación de situaciones pertinentes a distintos contextos sociales familiares. La tabla 1.2 muestra los aprendizajes esperados para la noción de número.

Tabla 1.2. Aprendizajes esperados para la noción de número

Aspecto: Número
Competencia que se favorece: "Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta" (SEP, 2011h, p. 58)
Aprendizajes esperados
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Agrupa objetos según sus atributos cualitativos y cuantitativos. ▪ Recopila datos e información cualitativa y cuantitativa por medio de la observación, la entrevista o la encuesta y la consulta de información. ▪ Propone códigos personales o convencionales para representar información o datos, y explica lo que significan. ▪ Organiza y registra información en cuadros y gráficas de barra usando material concreto o ilustraciones. ▪ Responde preguntas que impliquen comparar la frecuencia de los datos registrados. ▪ Interpreta la información registrada en cuadros y gráficas de barra. ▪ Compara diversas formas de presentar información, selecciona la que le parece más adecuada y explica por qué.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El cumplimiento del criterio de *pertinencia* se puede encontrar en diversas partes de la propuesta curricular vigente. Específicamente en la parte que refiere a la aproximación por *competencias*, hay varios señalamientos generales orientados a atender los intereses y necesidades de los individuos en su conformación biológica, psicológica, social y cultural; también los hay de manera más precisa para atenderlos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (tomar en cuenta las edades de los niños y su desarrollo cognitivo para el tratamiento de los contenidos matemáticos). O bien, en las orientaciones pedagógicas correspondientes a esta propuesta se procura el desarrollo de la capacidad de los alumnos para comunicarse tanto verbalmente como por medio de representaciones gráficas a fin de sentar las bases para un trabajo sistemático que en los años escolares siguientes les permita acceder a los sistemas matemáticos de representación. Asimismo, la parte de las *competencias* se ocupa de desarrollar en los alumnos su capacidad de representar, sistematizar y procesar datos e información.

Sin embargo, es necesario puntualizar que tanto los señalamientos generales para responder a los intereses y necesidades de los alumnos como los específicos para organizar y gestionar

la enseñanza en apego a las posibilidades de aprendizaje de los alumnos (orientaciones pedagógicas), destacados en el párrafo precedente, se encuentran en la información sobre el campo de Pensamiento Matemático de las *competencias*.

Por otro lado para la parte I el programa que se refiere a la aproximación curricular de los *estándares* no solamente no ofrece orientaciones pedagógicas para el estándar 3, *Actitudes hacia el estudio de las matemáticas* (SEP, 2011h, pp. 33-34), sino que además las pretensiones de éste rebasan las posibilidades de los niños de preescolar, como esperar que al término de ese nivel puedan compartir e intercambiar “ideas sobre aplicaciones matemáticas teóricas y prácticas en el mundo” (SEP, 2011h, p. 34). De tal manera que el criterio de *pertinencia* para esta propuesta es cuestionable específicamente si se considera el estándar mencionado.

Equidad

En la introducción del programa se menciona a la población que atienden los subsistemas educativos de Educación Indígena y Cursos Comunitarios del Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE):

Los Programas de estudio 2011 contienen [...] así como el enfoque inclusivo y plural que favorece el conocimiento y aprecio de la diversidad cultural y lingüística de México (SEP, 2011h, p. 8).

En estos mismos términos generales, se plantea que todos los niños logren los propósitos que se establecen en el programa: “su tránsito por la educación preescolar en cualquier modalidad—general, indígena o comunitaria— se espera que vivan experiencias que contribuyan a sus procesos de desarrollo y aprendizaje”, y que gradualmente:

Se apropien de los valores y principios necesarios para la vida en comunidad, reconociendo que las personas tenemos rasgos culturales distintos, y actúen con base en el respeto a las características y los derechos de los demás, el ejercicio de responsabilidades, la justicia y la tolerancia, el reconocimiento y aprecio a la diversidad lingüística, cultural étnica y de género (SEP, 2011h, pp. 17-18).

Apelando a la equidad e inclusión, se señala:

La educación es un derecho fundamental y una estrategia para ampliar oportunidades, instrumentar las relaciones interculturales, reducir las desigualdades entre grupos sociales, cerrar brechas e impulsar la equidad. En este sentido, la educación preescolar, al igual que los otros niveles educativos, reconoce la diversidad que existe en nuestro país y el sistema educativo hace efectivo este derecho, al ofrecer una educación pertinente e inclusiva (SEP, 2011h, p. 22).

México es un país multicultural, entendido como sistemas de creencias y valores, formas de relación social, usos y costumbres, y formas de expresión que caracterizan a un grupo social. Las culturas pueden estar asociadas con la pertenencia a un grupo étnico; también pueden vincularse con la región de residencia o las formas de

vida y trabajo [...] El reconocimiento y el respeto a la diversidad cultural constituyen un principio de convivencia, delimitado por la vigencia de los derechos humanos y, en especial, los de las niñas y los niños. Es necesario que las educadoras desarrollen empatía hacia las formas culturales presentes en sus alumnos, que con frecuencia son distintas de las suyas. A partir de dicha empatía puede incorporar a las actividades de aprendizaje elementos de la realidad cotidiana y de las expresiones de la cultura que les son familiares a los alumnos, ya que al hacerlo favorece su inclusión al proceso escolar y la valoración de los rasgos de su cultura (SEP, 2011h, pp. 22-23).

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) En la presentación del documento, objeto de este análisis, se declara sobre el equilibrio, la cantidad y la suficiencia de los contenidos, e implícitamente sobre el tiempo previsto para el logro de los aprendizajes; al respecto se menciona:

Los Programas de estudio 2011 contienen los propósitos, enfoques, Estándares Curriculares y aprendizajes esperados, manteniendo su pertinencia, gradualidad y coherencia de sus contenidos (SEP, 2011h, p. 8).

La RIEB [Reforma Integral de la Educación Básica] culmina un ciclo de reformas curriculares en cada uno de los tres niveles que integran la Educación Básica, que inició en 2004 [...] y consolida este proceso, aportando [en el programa de estudios 2011] una propuesta formativa pertinente, significativa, congruente, orientada al desarrollo de competencias y centrada en el aprendizaje de las y los estudiantes (SEP, 2011h, p. 11).

En el apartado Características del programa, queda claro que el programa de estudios es el mismo para los tres grados de preescolar, y con ello, implícitamente, el equilibrio entre la cantidad y la suficiencia de contenidos, así como el tiempo estimado para el logro del aprendizaje; dicho equilibrio es competencia de las educadoras.

En virtud de que no existen patrones estables o típicos respecto al momento en que las niñas y los niños logran algunas capacidades, los propósitos del programa expresan los logros que se espera tengan los niños como resultado de cursar los tres grados que constituyen este nivel educativo. En cada grado, la educadora diseñará actividades con niveles distintos de complejidad en las que habrá de considerar los logros que cada niño y niña ha conseguido y sus potencialidades de aprendizaje, para garantizar su consecución al final de la educación preescolar (SEP, 2011h, p. 13).

- b) No hay elementos en el programa de estudios que garanticen recrear el currículo en versiones *ad hoc* a modalidades educativas que atienden la diversidad cultural y de condiciones específicas de distintos grupos poblacionales del país, particularmente la población indígena no hablante del español, la población migrante o los niños con requerimientos especiales de educación. Aunque sí se asientan declaraciones generales –sin resolución en el resto del documento– que sugieren tomar en cuenta a estas poblaciones infantiles. Es así como, por ejemplo, en el apartado Orientaciones pedagógicas y didácticas para la educación básica de la *Guía para la educadora*, en la construcción de ambientes de aprendizaje, se menciona a la educación indígena y la población rural:

El aprovechamiento de los espacios y sus elementos para apoyar directa o indirectamente el aprendizaje, lo cual permite las interacciones entre los alumnos y el maestro; en este contexto cobran relevancia aspectos como: la historia del lugar, las prácticas y costumbres, las tradiciones, el carácter rural, semirural, indígena o urbano del lugar, el clima, la flora y fauna, entre otros (SEP, 2011h, p. 99).

En el mismo orden de ideas generales, se incluye a los niños con requerimientos especiales de educación:

La educación procurará atender a las niñas y los niños de manera adecuada y de acuerdo con sus propias condiciones, con equidad social; además, tratándose de menores de edad con o sin discapacidad, y con aptitudes sobresalientes, propiciará su inclusión en los planteles de Educación Básica regular y brindará orientación a los padres o tutores, así como a las docentes y demás personal de las escuelas que los atienden.

Lo anterior implica tener presente que las niñas y los niños que tienen alguna discapacidad (intelectual, sensorial o motriz), o aptitud sobresaliente, deben encontrar en la escuela un ambiente que propicie su aprendizaje y participación (SEP, 2011h, p. 23).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Debido a que en el programa de estudios no hay marcos curriculares para poblaciones específicas, el criterio de *equidad* se ve seriamente comprometido en su cumplimiento. Aunque se declara la intención de posibilitar mediante la propuesta curricular que todos los estudiantes sean capaces de alcanzar las intenciones educativas, independientemente de sus condiciones de origen, no es factible que el currículo pueda implementarse en toda modalidad escolar, región geográfica, comunidad o con todo grupo cultural del Sistema Educativo Nacional. En el documento de presentación del currículo no se establecen metas ni propósitos específicos para poblaciones de niños en el subsistema educativo de Educación Indígena y Cursos Comunitarios que atiende población indígena del CONAFE; tampoco se hacen señalamientos para la atención a niños migrantes o con requerimientos educativos especiales. Únicamente se dan indicaciones generales para que las educadoras no dejen de tomar en cuenta las especificidades de esas poblaciones infantiles, y con ello hagan las adecuaciones necesarias para implementar el programa.

Se deposita en las docentes el diseño de secuencia de situaciones didácticas y la elección del orden para abordar los tópicos de enseñanza, con la responsabilidad de que consideren temas o problemas que interesen a sus alumnos y que deberán ser relevantes en relación con las competencias a favorecer y "pertinentes en los diversos contextos socioculturales y lingüísticos" (SEP, 2011h, p. 15). Y, para los niños con requerimientos de educación especial, se dan sugerencias y recomendaciones generales; por ejemplo, se recomienda que en la escuela se observe una buena disposición para acoger a estos niños y los docentes realicen un trabajo conjuntamente con el grupo, padres de familia y centros de apoyo especializados. Se hace referencia a la pretensión de abatir en las aulas actitudes discriminatorias hacia este tipo de población infantil:

[que las educadoras] identifiquen las barreras que pueden interferir en el aprendizaje de sus alumnos y empleen estrategias diferenciadas para promover y ampliar, en la escuela y las aulas, oportunidades de aprendizaje, accesibilidad, participación, autonomía y confianza para combatir y erradicar actitudes de discriminación.

La disposición de la educadora y de la escuela son esenciales para atender a las niñas y los niños con necesidades educativas especiales, lo que implica un trabajo colaborativo entre la escuela, el grupo y los padres. Adicionalmente, es necesario que la escuela se vincule con los servicios de apoyo a la educación y cree redes con otros sectores (SEP, 2011h, p. 23).

Cabe señalar que para las poblaciones infantiles migrantes no hay ninguna alusión en el programa.

Consistencia interna

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

Con la finalidad de hacer claro el análisis, se puede establecer una separación del documento de 242 páginas en las siguientes tres partes:

- *Estándares curriculares. Primer periodo escolar, al concluir el tercer grado de preescolar, entre 5 y 6 años de edad* (SEP, 2011h, pp. 27-38); a éste se suma el único ejemplo de situación de aprendizaje referido a matemáticas: "Conozcamos cuánto medimos" (SEP, 2011h, pp. 217-222).
- *Evaluación para el logro de aprendizajes* (SEP, 2011h, pp. 179-188).
- La propuesta curricular del campo Pensamiento Matemático (SEP, 2011i, pp. 51-59) que refiere a la propuesta curricular de *desarrollo de competencias*, y los apartados que caracterizan al Programa y que son significativos para el presente análisis.

La división clara y diferenciada de estas partes es una consecuencia de la coexistencia en el programa 2011 de dos aproximaciones curriculares claramente diferenciadas: la primera, organizada por los *estándares curriculares* que se establecieron para la escuela primaria y secundaria, y que posteriormente se introdujeron en el currículo de preescolar, y la segunda, organizada por el *desarrollo de competencias* y cuyos antecedentes están en el Programa de Educación Preescolar de 2004 (SEP, 2004).

A continuación, se muestra un ejemplo que permite observar cómo la coexistencia de estas dos aproximaciones del programa compromete seriamente algunos de los aspectos de la *consistencia interna* del diseño curricular vigente (SEP, 2011h).

La aproximación de los *estándares* presenta algunas descripciones de lo que se espera que logren los niños al término de preescolar:

los estudiantes saben utilizar números naturales hasta de dos cifras para interpretar o comunicar cantidades; resuelven problemas aditivos simples, mediante representaciones gráficas o el cálculo mental; identifican las características generales de figuras y cuerpos, y saben ubicarlos en el espacio.

Con base en la metodología didáctica que se propone para el desarrollo de las actividades, se espera que los alumnos desarrollen, además de los conocimientos y habilidades matemáticos, actitudes y valores que les permitan transitar hacia la construcción de la competencia matemática (SEP, 2011h, p. 31).

Sin embargo, al plantearse en la aproximación de *estándares* que al egreso de preescolar los niños deberán saber “utilizar números naturales hasta de dos cifras para interpretar o comunicar cantidades; resuelven problemas aditivos simples, mediante representaciones gráficas o el cálculo mental”, se contravienen los conocimientos y las habilidades matemáticas señaladas en la aproximación de *competencias*.

Entre los conocimientos y habilidades para el nivel preescolar señalados en las *competencias* cabe destacar que, para realizar los cálculos implicados en problemas, éstas privilegian las acciones sobre las colecciones y no las representaciones gráficas y el cálculo mental. En las *competencias* se promueve la aparición de registros gráficos personales que por iniciativa propia utilizan los niños para resolver, o si explícitamente se les solicita. Respecto al “cálculo mental”, las *competencias* asumen que este tipo de cálculo aparece en algunos niños, pero no en todos. Por esta razón no se demanda como un logro al término de preescolar, sino que se presenta como una manifestación del dominio sobre los primeros números, limitada por las relaciones aditivas de los primeros diez.

Asimismo, el siguiente párrafo de las *competencias* da cuenta sobre la importancia de considerar el rango numérico en el planteamiento de situaciones problemáticas o problemas y las razones para valorarlos:

Los datos numéricos de los problemas que se planteen en este nivel educativo deben referir a cantidades pequeñas (de preferencia menores a 10 y que impliquen resultados cercanos a 20) para que se pongan en práctica los principios de conteo y que esta estrategia (el conteo) tenga sentido y sea útil. Proponerles que resuelvan problemas con cantidades pequeñas los lleva a realizar diversas acciones sobre las colecciones (separarlas, unir las, agregar una a otra, compararlas, distribuirlas, igualarlas) y a utilizar los números con sentido; es decir, irán reconociendo para qué sirve contar y en qué tipo de problemas es conveniente hacerlo (SEP, 2011h, p. 55).

En términos generales, se encuentra que la parte del Programa en la que se expresan las *competencias* incluye información básica sobre características generales de los procesos de desarrollo y aprendizaje que experimentan los niños en relación al campo de Pensamiento Matemático, así como los logros que, en términos generales, han alcanzado al ingresar al preescolar. Con base en estos rasgos se explica cómo gestionar y organizar la enseñanza, se destacan criterios didácticos a considerar, así como las competencias que corresponden a número, forma, espacio y medida, descritas de manera más clara y explícita que los “rubros” de la aproximación de los *estándares*, como puede apreciarse en la tabla 1.3.

Es así como, centrando el análisis en la parte del programa que corresponde a las *competencias*, hay congruencia entre los propósitos signados para el campo de Pensamiento Matemático y los aspectos y competencias en los que se organiza; asimismo, las orientaciones pedagógicas posibilitan el desarrollo didáctico del currículo, por lo que en este sentido podemos hablar de *consistencia interna*.

Respecto a la *consistencia* entre los objetivos declarados y los contenidos considerados por el Programa, se plantea como objetivo de la enseñanza de las matemáticas que los alumnos desarrollen competencias para la vida, los cuales se definen como la capacidad de los niños para:

Tabla 1.3. Comparación de la manera como se disgregan los aspectos de los estándares y las competencias

Ambas propuestas	Estándares curriculares	Desarrollo de competencias
Aspectos	Rubros (SEP, 2011i, pp. 31-33)	Competencias (SEP, 2011i, p. 57)
Número	1.1. Conteo y uso de números.	Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios del conteo.
	1.2. Solución de problemas numéricos.	Resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.
	1.3. Representación de información numérica.	Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta.
	1.4. Patrones y relaciones numéricas	Identifica regularidades en una secuencia, a partir de criterios de repetición, crecimiento y ordenamiento.
Forma, espacio y medida	2.1. Nombres y propiedades de las figuras.	Construye objetos y figuras geométricas tomando en cuenta sus características.
	2.2. Ubicación.	Construye sistemas de referencia en relación con la ubicación espacial.
	2.3. Comparación y unidades no convencionales.	Utiliza unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo, e identifica para qué sirven algunos instrumentos de medición.
	2.4. Uso de instrumentos de medición	

resolver situaciones problemáticas que les plantea su vida y su entorno, a partir de la interrelación de elementos conceptuales, factuales, procedimentales y actitudinales para la toma de decisiones sobre la elección y aplicación de estrategias oportunas y adecuadas (SEP, 2011h, p. 94).

El desarrollo del razonamiento matemático se realiza con base en las actividades matemáticas espontáneas e informales con las que cuentan los niños tanto al ingreso a preescolar como durante su tránsito por éste; subyace un posicionamiento teórico en espiral, es decir, se asume que el aprendizaje se da por aproximaciones sucesivas a los objetos de la enseñanza (SEP, 2011h, p. 51).

El programa señala que en preescolar se debe trabajar con las competencias matemáticas que llevan a desarrollar el razonamiento para la solución de problemas, en la formulación de argumentos para explicar sus resultados y en el diseño de estrategias y procesos para la toma de decisiones (SEP, 2011h, p. 93). Se pretende que los niños usen el razonamiento matemático en situaciones que demanden establecer relaciones de correspondencia, cantidad y ubicación entre objetos al contar, estimar, reconocer atributos, comparar y medir; comprendan las relaciones entre los datos de un problema, y usen estrategias o procedimientos propios para resolverlos (SEP, 2011h, p. 18).

Los contenidos matemáticos clásicos se agrupan en competencias; éstas se describen y organizan en la tabla 1.4:

Tabla 1.4. Contenidos matemáticos y competencias

Pensamiento matemático (SEP, 2011h, p. 57)		
Aspectos en los que se organiza el campo formativo		
	Número	Forma, espacio y medida
Competencias	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios del conteo. Resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos. Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta. 	<ul style="list-style-type: none"> Construye sistemas de referencia en relación con la ubicación espacial. Identifica regularidades en una secuencia, a partir de criterios de repetición, crecimiento y ordenamiento. Construye objetos y figuras geométricas tomando en cuenta sus características. Utiliza unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo, e identifica para qué sirven algunos instrumentos de medición.

Para cada una de las competencias, se describen los *aprendizajes esperados* (SEP, 2011h, pp. 57-59); éstos implican el trabajo con contenidos temáticos clásicos sobre las nociones iniciales de *número*, y *forma, espacio y medida* seleccionadas en concordancia con las posibilidades cognitivas de los niños de preescolar. Si a ello se agrega que su tratamiento didáctico se hace en apego a las asunciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas expresadas en las orientaciones pedagógicas ofrecidas en el programa, se tiene *grosso modo* que el aspecto de *número* en preescolar versa sobre:

- Los usos de los números (cardinal, ordinal, código) que aporta al aprendizaje de distintos significados de la representación convencional de los números; es decir, los signos numéricos comunicarán a los niños, en su proceso de aprendizaje, cosas diferentes dependiendo del lugar y el contexto en que estén escritos.
- Las funciones del número (medida, transformación y relación) que aparecen en los problemas (aditivos y multiplicativos), y que dan lugar a que los niños los resuelvan realizando acciones diferentes sobre las colecciones, si los datos numéricos son menores a 10 (aunque los resultados puedan estar en el rango 10-20); vale destacar que en dichas acciones los niños manifiestan la relación semántica entre los datos que les sugiere el contexto del problema, y con ello, particularmente, manifiestan el pensamiento matemático que ostentan.
- Conteo de colecciones hasta el 30, representación convencional hasta el 10 a través de la búsqueda de solución de diferentes situaciones problemáticas de comparación, igualación y ordenamiento de colecciones (Fuenlabrada, 2010).

Mientras que el aspecto de *forma, espacio y medida* trata sobre:

- La construcción de objetos y figuras geométricas tomando en cuenta sus características, lo que conlleva al desarrollo de la percepción geométrica, que es una habilidad que puede trabajarse formalmente desde el preescolar y que, no necesita que los niños cuenten con conocimientos geométricos como en el cálculo mental, que si requiere de algún conocimiento sobre los números y sus relaciones.

- b) Identificación de magnitudes (longitud, capacidad, peso y tiempo) y uso de unidades no convencionales para medir y comparar, así como el uso y la interpretación de las relaciones espaciales para localizar objetos y llegar a sitios que se desconoce dónde están.

En síntesis, el propósito “que los niños puedan resolver situaciones problemáticas que les plantea su vida y entorno” (SEP, 2011h, p. 94) se concreta acertadamente en preescolar a través de los contenidos sugeridos en las *competencias* sobre los primeros números (menores a 30), sus usos (cardinal, ordinal y código) y sus funciones (medida, transformación y relación) trabajadas en los contextos de diversos problemas (aditivos y multiplicativos, con datos menores a 10), así como en el desarrollo de la percepción geométrica, la construcción de sistemas de referencia para la ubicación espacial y el trabajo inicial con el concepto de magnitud, cuya presencia y formas de trabajo –aproximaciones sucesivas al objeto de la enseñanza, resolución de problemas, desarrollo del razonamiento, formulación de argumentos para explicar resultados y diseño de estrategias y procesos para la toma de decisiones en la búsqueda de solución a diversos problemas– están orientadas hacia el logro de las intenciones educativas; esto es, para las *competencias* se puede hablar de *consistencia interna* en los planteamientos curriculares para el nivel.

Articulación entre preescolar y primaria

Respecto a la consistencia que guardan entre sí los contenidos matemáticos entre preescolar y el primer grado de la primaria, es necesario, una vez más, tener presente la coexistencia de las dos aproximaciones curriculares de preescolar, la de *estándares* y la de *competencias*. Con base en esto se identifican continuidades o discontinuidades entre los niveles de preescolar y primaria atendiendo a la estructura curricular, los contenidos y el enfoque didáctico.

Estructuras curriculares de preescolar y primaria (breve descripción)

La primera aproximación curricular para preescolar organiza la enseñanza y el aprendizaje en este nivel educativo desde la lógica de tres grandes apartados de *estándares curriculares* (SEP, 2011h, pp. 30-34), unos son de Matemáticas y los otros dos son de Español y Ciencias. En los *estándares* se desdibujan los campos formativos a los que se hace referencia al inicio del programa en la medida en que no se determinan “estándares” para tres de los seis campos formativos enunciados; éstos son: Desarrollo Físico y Salud; Desarrollo Personal y social, y Expresión y Apreciación Artísticas.

Por su parte, la segunda aproximación curricular plantea para el preescolar el *desarrollo de competencias* (SEP, 2011h, pp. 51-59) a través de seis campos formativos, uno es el de Pensamiento Matemático.

La primera aproximación (SEP, 2011h, pp. 30-34) se disgrega en:

Estándares curriculares	Aspectos	Rubros	Estándares curriculares por rubro
-------------------------	----------	--------	-----------------------------------

Mientras que la segunda aproximación (SEP, 2011h, pp. 51-57) se descompone en:

Aspectos	Competencias	Aprendizajes esperados
----------	--------------	------------------------

Los aspectos que se enuncian en ambas aproximaciones son los mismos: *número, y forma, espacio y medida*; sin embargo, como ya se señaló, éstos se expresan de diferente manera en cada una de ellas. Los “rubros” de la primera aproximación son muy generales respecto a la manera como se enuncian las “competencias” correspondientes en la segunda aproximación (véase la tabla 1.3).

Para el caso de la primaria, la estructura curricular recupera, en principio, los campos de formación de la segunda aproximación curricular de preescolar; sin embargo, cuando se plantea en primero de primaria la organización de los aprendizajes esperados, éstos se definen para la asignatura de Matemáticas, que se desglosa en:

Ejes	Temas	Contenidos temáticos
------	-------	----------------------

Los temas que reúnen a los contenidos para primaria y secundaria se muestran en la tabla 1.5. Cabe destacar que para primero de primaria se plantean contenidos solamente para los temas: Números y sistemas de numeración, Problemas aditivos y Medición.

Tabla 1.5. Temas en los que se organiza la oferta curricular para primaria y secundaria

Temas de primaria y secundaria	Observación
Números y sistemas de numeración	
Problemas aditivos	
Problemas multiplicativos	Sin contenidos para 1º de primaria
Ubicación espacial	Sin contenidos para 1º de primaria
Figuras y cuerpos geométricos	Sin contenidos para 1º de primaria
Medición	
Proporcionalidad y funciones	Sin contenidos para 1º de primaria
Análisis y representación de datos	Sin contenidos para 1º de primaria

La oferta de primero de primaria, además de los temas, también está organizada en términos de estándares curriculares así como en cinco bloques. Para cada uno se señalan las mismas cuatro competencias (definidas para la primaria y la secundaria), y se disgregan en aprendizajes esperados y en ejes; en estos últimos se enlistan contenidos específicos.

Estructura curricular: continuidades y discontinuidades

Tanto los programas de preescolar como el de primaria están orientados al desarrollo de competencias, lo que puede verse como una continuidad; sin embargo, en este posicionamiento sobre el aprendizaje se encuentran algunas discontinuidades que se comentan a continuación.

Para preescolar la referencia a las competencias aparece solamente en la segunda aproximación curricular, en términos de uso del conocimiento y las posibilidades cognitivas de los niños de este nivel, por ejemplo, una competencia de número señala que los alumnos utilicen “los números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios del conteo” (SEP, 2011h, p. 57).

Para primero de primaria, por otra parte, el término de competencia se usa para designar diferentes aspectos como: habilidades, valores y actitudes, que se describen de manera general y son los mismos para el resto de la primaria y la secundaria, a saber: a) resolver problemas de manera autónoma; b) comunicar información matemática; c) validar procedimientos y resultados, y d) manejar técnicas eficientemente (SEP, 2011c, p. 77). No se proponen acciones específicas que los propicien o favorezcan, como sucede para el caso de preescolar. En las orientaciones didácticas y

pedagógicas sugeridas para primero de primaria, las competencias se desarrollan indistinta y simultáneamente en todos los temas, todos los ejes y todos los contenidos. Este hecho es también otro punto de discontinuidad entre preescolar y primaria.

Asimismo, se observa como discontinuidad en la estructura que en la primera aproximación curricular de preescolar, la de *estándares*, los contenidos se organicen en: *sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida; manejo de la información* (sin contenidos), y *actitudes hacia el estudio de la matemática*. A éstos, en la oferta de primero de primaria también se les denomina como estándares curriculares (véase SEP, 2011c, p. 71); pero los dos primeros, en otro momento, aparecen como ejes temáticos (véase SEP, 2011c, p. 72) y se enumeran junto con el estándar *Actitudes hacia el estudio de la matemática*; por lo tanto, no es claro si este último permanece como estándar curricular o es también un eje.

Al margen de esto las pretensiones del estándar 3, *Actitudes hacia el estudio de la matemática*, en preescolar no sólo sobrepasan las posibilidades de los niños menores de seis años, sino que, además, se pretende rebasar en este nivel las posibilidades cognitivas de los niños al término de los tres primeros grados de la primaria, como puede verificarse en la tabla 1.6.

Tabla 1.6. Comparación del estándar *Actitudes hacia el estudio de la matemática* entre preescolar y primaria

<i>Actitudes hacia el estudio de la matemática</i> Preescolar (SEP, 2011, pp. 33-34)*	<i>Actitudes hacia el estudio de la matemática</i> 1º, 2º y 3º primaria (SEP, 2011c, p. 73)**
3.1. Expresa curiosidad por las propiedades matemáticas de los seres vivos, así como de los entornos naturales y humanos en diversos contextos.	3.1 Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como ser humano matemático, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los problemas matemáticos.
3.2. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como ser humano matemático; el deseo y la tendencia para comprender y usar la notación matemática, y desarrolla gusto e interés en entender y aplicar vocabularios y procedimientos matemáticos.	3.2 Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.
3.3. Aplica el razonamiento matemático para resolver problemas sociales y naturales, y acepta el principio de que los problemas particulares tienen soluciones alternativas.	3.3 Desarrolla el hábito de pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
3.4. Aplica el razonamiento matemático a su estilo de vida personal y a las decisiones de su vida, incluyendo las relacionadas con la salud.	3.4 Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.
3.5. Tiene una actitud favorable hacia la conservación del ambiente y su sustentabilidad, usando notaciones y métodos científicos y matemáticos.	
3.6. Desarrolla hábitos de pensamiento racional y utiliza evidencias de naturaleza matemática.	
3.7. Comparte e intercambia ideas sobre aplicaciones matemáticas teóricas y prácticas en el mundo.	

* Cita textual.

** Cita textual.

Contenidos: continuidades y discontinuidades

Se sostiene la articulación de contenidos sobre el aspecto de número de la segunda aproximación curricular de preescolar, y el tema de números y sistemas de numeración de primero de primaria, por las siguientes razones:

- Para preescolar se establece trabajo con los primeros números, así como la representación convencional hasta el 10, y el conteo (uno a uno) de colecciones puede llegar mínimo hasta el 20. En este rango numérico se plantean diversas situaciones sobre los usos y funciones de los números mientras que para primero de primaria se retoma este rango y se amplía hasta el 100, pero acertadamente el trabajo propuesto tiene que ver con la construcción de números mayores y el desarrollo de procesos de cuantificación a través de agrupamientos o cálculo mental.
- Sobre la resolución de problemas numéricos, para preescolar se señala como recurso para realizar el cálculo implicado el conteo uno a uno de colecciones y las acciones sobre éstas para dar cuenta de la relación semántica entre los datos; estas estrategias ceden su lugar, en primero de primaria, a la aparición de las operaciones de suma y resta o al cálculo mental, que incluye el uso de relaciones aditivas entre números no mayores a 100.

Los contenidos establecidos para preescolar en la aproximación de *competencias* no sólo responden a las posibilidades cognitivas de los niños de este nivel educativo, sino que son suficientes para acceder a los contenidos previstos para primero de primaria.

En las dos aproximaciones de preescolar se plantean contenidos para el aspecto de forma, espacio y medida, sin embargo, los únicos que se retoman en primero de primaria son los relacionados con las magnitudes de longitud y tiempo, aunque se abordan con las mismas pretensiones de aprendizaje en los dos niveles educativos considerados, por lo tanto, queda ausente el avance en el conocimiento de ambas magnitudes al pasar de un nivel a otro. Por ejemplo, se propone:

En la primera aproximación de preescolar: comparación y unidades no convencionales, y uso de instrumentos de medición.

En la segunda aproximación de preescolar: utiliza unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo, e identifica para qué sirven algunos instrumentos de medición.

En primer grado de primaria: registro de actividades realizadas en un espacio de tiempo determinado; comparación y orden entre longitudes, directamente, a ojo o mediante un intermediario, y medición de longitudes con unidades arbitrarias.

A partir de la comparación entre las aproximaciones curriculares de preescolar y la de primer grado de primaria se identifican, además de lo ya comentado, las siguientes rupturas:

- En las dos aproximaciones de preescolar, para el aspecto de forma, espacio y medida, se plantean contenidos que no tienen continuidad en primero de primaria. En este grado no hay contenidos para forma y espacio. Respecto al tratamiento de la medida, ambas aproximaciones de preescolar señalan contenidos para las magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo. Pero solamente longitud y tiempo se trabajan en primero aunque, prácticamente, se trata de los mismos contenidos de preescolar, lo que podría dar cuenta de un retroceso.
- Al parecer, y dado que no hay explicitación del rango numérico, los contenidos de primer grado que se enlistan a continuación son fundamentalmente de preescolar:
 - Comparación de colecciones pequeñas con base en su cardinalidad.

- Expresión oral de la sucesión numérica, ascendente y descendente de 1 en 1, a partir de un número dado. Identificación y descripción del patrón en sucesiones construidas con objetos o figuras simples.
- Identificación y uso de los números ordinales para colocar objetos, o para indicar el lugar que ocupan dentro de una colección de hasta diez elementos.
- Conocimiento del sistema monetario vigente (billetes, monedas, cambio).
- Obtención del resultado de agregar o quitar elementos de una colección, juntar o separar colecciones, buscar lo que le falta a una cierta cantidad para llegar a otra, y avanzar o retroceder en una sucesión.
 - Resolución de problemas correspondientes a los significados de juntar, agregar o quitar.

En general, la oferta de primero de primaria parece no tomar en cuenta el trabajo planteado para preescolar, pues retoma, con el mismo nivel de complejidad, seis de sus contenidos sobre número; omite la continuidad al trabajo iniciado sobre forma y espacio, y deja de lado la mitad —dos de cuatro— de los contenidos planteados en preescolar para medida.

Destaca además que para preescolar se cuenta con 37 estándares curriculares específicos, mientras que para el primer periodo de primaria, es decir, al finalizar tercer grado, sólo hay nueve, a pesar de que en ambos casos se trabaja con los mismos dos aspectos o ejes (según sea preescolar o primaria): número (preescolar) sentido numérico y pensamiento algebraico (primaria), y forma, espacio y medida (preescolar y primaria).

Enfoque didáctico: continuidades y discontinuidades

Los principios pedagógicos que se señalan en el Acuerdo 592 son los mismos para toda la educación básica, y desde esta declaración discursiva la continuidad metodológica entre los tres niveles de la educación básica está “garantizada”.

Particularmente para el campo de pensamiento matemático, se plantea el enfoque de resolución de problemas para desarrollar competencias matemáticas tanto en el nivel de preescolar como en la primaria. Sin embargo, la manera como se presenta la información que se ofrece en los programas de cada nivel es diferente, lo que puede verse como una discontinuidad sobre la que ahondamos a continuación.

El enfoque didáctico para propiciar el aprendizaje de la matemática en preescolar, en la aproximación de *competencias*, explica de manera clara, concisa y bien argumentada el significado de organizar y gestionar la enseñanza a través de la resolución de problemas a fin de favorecer el desarrollo de competencias en niños de 3 a 6 años de edad (SEP, 2011h, pp. 51-56). Sin embargo, en la *Guía para la educadora* (SEP, 2011h, pp. 217-222) se presenta un único ejemplo de situación de aprendizaje orientado explícitamente a favorecer el pensamiento matemático. En este ejemplo subyacen tanto problemas de orden didáctico como conceptuales, por lo que no resulta de gran utilidad.

Por su parte, el documento de primer grado está separado en dos apartados, por un lado, aparece el “enfoque didáctico” (SEP, 2011c, pp. 75-78), y, por otro, las “consideraciones didácticas” (SEP, 2011c, pp. 279-298), sin diferenciarse entre sí.

En primaria el enfoque de resolución de problemas está planteado como secuencias de situaciones problemáticas. Sin embargo, está orientado hacia la forma de interacción entre maestros y alumnos, al describir cómo ha cambiado lo que antes era una clase frontal a lo que ahora es el

trabajo en equipo, la importancia de favorecer la búsqueda de distintas estrategias, etcétera, que en lugar de establecer lo que fundamenta un acercamiento a la enseñanza en términos de la resolución de problemas.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Con base en el análisis presentado, se puede concluir que el criterio de *consistencia interna* se cumple al considerar los objetivos, contenidos y formas de trabajo considerados en las *competencias* del programa.

Sin embargo, hay algunas inconsistencias en los objetivos y las orientaciones formulados en la parte de los *estándares*. Los objetivos sobre el tema de número sobrepasan las posibilidades de aprendizaje de los niños de preescolar. Además, los *estándares* no proporcionan orientaciones didácticas que permitan valorar su consistencia en relación con los propósitos que plantea y los contenidos que propone. Lo anterior pone en riesgo la consistencia interna de la propuesta curricular vigente.

Aceptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

La innovación educativa a la que da lugar el programa de estudios 2011 consiste fundamentalmente en dos componentes: el primero radica en abrir un espacio curricular (campo de Pensamiento Matemático) a contenidos matemáticos específicos sobre las primeras nociones de número, y espacio, forma y medida, mientras que el segundo refiere a plantear un nuevo enfoque para la enseñanza sustentado en un posicionamiento socioconstructivista del aprendizaje. Estos componentes replantean los saberes docentes que deben tener las educadoras; los lineamientos curriculares y metodológicos del programa les demandan una reconversión de sus creencias sobre la naturaleza del conocimiento matemático, y cómo debe organizarse y gestionarse su enseñanza para que ésta responda de manera más coherente a la forma como los niños pequeños acceden al conocimiento, es decir, les demanda el desarrollo de nuevas competencias docentes (Monje, 2013).

En la parte de la aproximación curricular correspondiente al *desarrollo de competencias* se incorpora terminología nueva para las educadoras pero, al mismo tiempo, se explica recurriendo al uso de ejemplos concretos. Esta parte del programa ofrece a las educadoras explicaciones de lo que significa que los niños aprendan a través de la resolución de problemas, aspecto central de la metodología de enseñanza. Además, se incluye la descripción de términos, por ejemplo, sobre conteo, o de relaciones de ubicación como *correspondencia uno a uno*, *irrelevancia del orden*, *orden estable*, *cardinalidad*, *abstracción*, *abstracción numérica* y *razonamiento numérico*, o *proximidad*, *orientación*, *interioridad* y *direccionalidad* (véase SEP, 2011h, pp. 52-53). Se explica también cómo y de qué manera es que se favorece el desarrollo de pensamiento a través de la resolución de problemas (véase SEP, 2011h, p. 55-56).

En cambio, si se considera la aproximación de los *estándares curriculares*, hay términos y expresiones que pueden dificultar la comprensión del texto en la medida en que no se explican, y, con ello, se dificulta también la apropiación de los principios y propósitos del currículo por parte de las educadoras y que puedan así ser partícipes de su implementación. Algunos términos o expresiones que aparecen sin esclarecimiento en el texto son: *pensamiento algebraico, representación de información numérica, patrones y relaciones numéricas, tabla de frecuencia, objetos bidimensionales, propiedades de dos y tres dimensiones, masa*, entre otros.

Además de los señalamientos anteriores sobre la explicación o no de terminología nueva, se tiene que la presencia de dos aproximaciones curriculares en el mismo programa, con propósitos de aprendizaje diferentes, pone en entredicho el criterio de aceptabilidad de éste. Por ejemplo, los *estándares* proponen: “En relación con los conocimientos y las habilidades matemáticas, al término de este periodo (tercero de preescolar), los estudiantes saben utilizar números naturales hasta de dos cifras para interpretar o comunicar cantidades” (SEP, 2011h, p. 31) mientras que las *competencias* plantean el dominio del conteo solamente hasta el 30 y hasta el número 10 en cuanto a la representación simbólica convencional.

A lo anterior, se adiciona que los criterios de *relevancia, pertinencia, equidad y consistencia interna* se cumplen o dejan de cumplirse según se analice una u otra de las aproximaciones curriculares, como puede apreciarse en la tabla 1.7.

Tabla 1.7. Diferencias en el cumplimiento de los criterios al considerar las aproximaciones de estándares y de competencias

Criterio	Comentario
Relevancia	<p>Se sostiene para la aproximación de <i>competencias</i> porque en las orientaciones didácticas surgidas en ésta se explica cómo desarrollarlas.</p> <p>Sin embargo, el criterio no se sostiene para la aproximación de <i>estándares</i> si particularmente se atiende a las presunciones del estándar 3, <i>Actitud hacia el estudio de las matemáticas</i>, ya que al término de preescolar no es posible que los niños de 6 años “desarrollen gusto e interés en entender y aplicar vocabularios y procedimientos matemáticos” o “tengan una actitud favorable hacia la conservación del ambiente y su sustentabilidad, usando notaciones y métodos científicos y matemáticos” (SEP, 2011h, pp. 33-34).</p>
Pertinencia	<p>Por una parte, el cumplimiento del criterio se puede encontrar específicamente en la información sobre la aproximación de <i>competencias</i>, porque hay varios señalamientos generales orientados a atender los intereses y necesidades de los niños desde varias perspectivas (biológicas, psicológicas, sociales y culturales), pero también para atenderlos en relación con su aprendizaje matemático. La propuesta de enseñanza sugerida toma en cuenta, por ejemplo, las edades de los niños y su desarrollo cognitivo para el tratamiento de los contenidos matemáticos; asimismo las orientaciones pedagógicas procuran el desarrollo de su capacidad para comunicarse verbalmente y a través de representaciones gráficas. Esta propuesta curricular además se ocupa de desarrollar en los alumnos su capacidad de representar, sistematizar y procesar datos e información.</p> <p>Por otra parte, el criterio de <i>pertinencia</i> para la aproximación de <i>estándares</i> es cuestionable específicamente si se considera el estándar 3, <i>Actitudes hacia el estudio de las matemáticas</i> (SEP, 2011h, pp. 33-34), porque no hay orientaciones pedagógicas para el desarrollo de éste, aunado a que sus pretensiones exceden las posibilidades cognitivas de los niños de preescolar, como esperar que compartan e intercambien “ideas sobre aplicaciones matemáticas teóricas y prácticas en el mundo” (SEP, 2011h, p. 34), por mencionar una.</p>

Criterio	Comentario
<i>Equidad</i>	El criterio de equidad se ve seriamente comprometido en su cumplimiento porque en el programa de estudios no hay marcos curriculares para poblaciones específicas (indígenas, multigrado, migrantes o con requerimientos educativos especiales) en la aproximación de <i>estándares</i> como tampoco en la de <i>competencias</i> . Aunque se declara la intención de posibilitar a través del programa que todos los estudiantes sean capaces de alcanzar las intenciones educativas, independientemente de sus condiciones de origen, y que sean los docentes quienes diseñen situaciones didácticas y elijan el orden para abordar los tópicos de enseñanza, considerando temas o problemas que interesen a sus alumnos y sean relevantes en relación con las competencias a favorecer, así como “pertinentes en los diversos contextos socioculturales y lingüísticos” (SEP, 2011h, p. 15).
<i>Consistencia interna</i>	Se valora positivamente el criterio en la parte del diseño curricular vigente que corresponde a las <i>competencias</i> en la medida en que su propósito, “(que los niños) puedan resolver situaciones problemáticas que les plantea su vida y entorno”, se concreta acertadamente en preescolar a través de los contenidos que se proponen sobre los números, la forma, el espacio y la medida cuya presencia y formas de trabajo están orientados hacia el logro de las intenciones educativas planteadas. Sin embargo, hay algunas inconsistencias en los objetivos y las orientaciones formulados en la parte de los <i>estándares</i> .

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Con base en el análisis presentado arriba, se concluye que la coexistencia de la aproximación de *estándares* y la de *competencias* genera serios problemas para el cumplimiento del criterio de *aceptabilidad* del currículo, pues dificulta su comprensión, y se presentan algunos aspectos en los que hay inconsistencias importantes, como se mostró en el análisis de la *consistencia interna*.

Adaptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

Algunos párrafos que aluden a la planeación docente y formas de organización del trabajo en la escuela y en el aula aparecen en el apartado Bases para el trabajo en preescolar (SEP, 2011h, p. 19), por lo que no aparecen de manera específica en el apartado sobre Pensamiento Matemático del programa.

Sobre las normas de organización en la escuela y el trabajo colaborativo entre las educadoras, se señala:

El compartir determinados principios, asumirlos en el actuar pedagógico y comprometerse con ellos, favorece las condiciones para el intercambio de información y coordinación entre las docentes, además de que fortalece las formas de trabajo concertadas que propicien un verdadero trabajo de gestión escolar.

Las bases que se proponen son un referente para que cada educadora reflexione acerca de su práctica, y también para la reflexión colectiva del personal docente y directivo sobre el sentido que se da, en los hechos, al conjunto de actividades que se realiza en cada centro de educación preescolar (SEP, 2011h, p. 19).

Respecto a las relaciones maestro-alumno y alumno-alumno en el aprendizaje, se dice:

En la educación preescolar suelen darse formas de intervención que parten de concepciones en que se asume que la educación es producto de una relación entre los

adultos que saben y las niñas y los niños que no saben; sin embargo, hoy se reconoce el papel relevante que tienen las relaciones entre iguales en el aprendizaje. Al respecto se señalan dos nociones: los *procesos mentales* como producto del intercambio y de la relación con otros, y el *desarrollo* como un proceso interpretativo y colectivo en el cual las niñas y los niños participan activamente en un mundo social en que se desenvuelven y que está lleno de significados definidos por la cultura (SEP, 2011h, p. 20).

En relación con la organización del grupo para resolver las situaciones de aprendizaje, se indica:

La participación de la educadora consistirá en propiciar experiencias que fomenten diversas dinámicas de relación en el grupo escolar, mediante la interacción entre pares (en pequeños grupos y/o el grupo en su conjunto). En otros casos, su sensibilidad le permite identificar los intercambios que surgen por iniciativa de las niñas y los niños e intervenir para alentar su fluidez y sus aportes cognitivos. En estas oportunidades, los alumnos encuentran grandes posibilidades de apoyarse, compartir lo que saben y aprender a trabajar de forma colaborativa (SEP, 2011h, p. 21).

Respecto al papel del juego como recurso para potenciar el desarrollo y el aprendizaje en las niñas y los niños, se señala:

En la educación preescolar, una de las prácticas más útiles para la educadora consiste en orientar a las niñas y los niños hacia el juego, ya que puede alcanzar niveles complejos por la iniciativa que muestran [por uso del lenguaje, atención, imaginación, concentración, control de los impulsos, curiosidad, estrategias para la solución de problemas, cooperación, empatía y participación en grupo]. En ocasiones, las sugerencias de la maestra propiciarán la organización y focalización del juego, y en otras su intervención se dirigirá a abrir oportunidades para que fluya espontáneamente (SEP, 2011h, p. 22).

Sobre la necesidad de una planificación flexible en la intervención educativa, se acota:

La planificación de la intervención educativa es indispensable para un trabajo docente eficaz, ya que permite a la educadora definir la intención y las formas organizativas adecuadas, prever los recursos didácticos y tener referentes claros para evaluar el proceso educativo de los alumnos que conforman su grupo escolar. Los aprendizajes esperados y las competencias son el referente para organizar el trabajo docente.

La planificación es un conjunto de supuestos fundamentados que la educadora considera pertinentes y viables para que niñas y niños avancen en su proceso de aprendizaje; debe considerar que el trabajo con ellos es un proceso vivo, de ahí que sea necesaria la apertura a la reorientación y al ajuste, a partir de la valoración que se vaya haciendo en el desarrollo de la actividad misma [...] debe decidir el tipo de intervención que tendrá durante el desarrollo de las actividades, ya que a veces será necesaria una mayor presencia y dirección de su parte, y otras será más adecuado dejar fluir la actividad y mantenerse “en la periferia”, pero podrá modificarla de acuerdo con la forma en que se desarrollen las actividades y los alumnos se involucren en ellas (SEP, 2011h, p. 25).

En relación con el tratamiento específico de los contenidos, además de los párrafos citados en el criterio de *aceptabilidad* de este análisis, se encuentran otras sugerencias en el apartado de *Ambientes de aprendizaje* (SEP, 2011h), entre las que cabe destacar las que se indican en la tabla 8.

Tabla 1.8. Recomendaciones didácticas para el tratamiento de contenidos

Tipo de sugerencia	Sugerencia específica
Actitud de las educadoras frente a los errores de los niños	“Al observar errores de los niños durante un proceso determinado, se recomienda que el docente se interese en ellos para aprovecharlos como una fuente de aprendizaje de su enseñanza; y aceptarlos como etapas del esfuerzo de cada alumno por comprender y aplicar sus conocimientos. Es deseable que el maestro antes de combatirlos los comprenda y ayude a los niños a tomar conciencia de los mismos e identificar su origen y superarlos; bajo un entorno de confianza y afectividad, le puede preguntar, por ejemplo: ¿cómo lo resolviste?, ¿por qué escogiste esa forma?, ¿te sirvió, funcionó?, ¿por qué?, ¿qué otra solución puedes proponer?” (SEP, 2011i, p. 148).
Ritmos de aprendizaje de los niños	“El respeto implica reconocer las diferencias en los ritmos de aprendizaje de los niños, derivadas de sus propias características y capacidades; interviniendo en forma diferenciada para lograr su atención. Diferenciar significa romper con la enseñanza de brindar lo mismo para todos y sustituirla por una organización del trabajo y uso de recursos didácticos que coloquen a cada niño en una situación cercana a lo óptimo, para que pueda aprender” (SEP, 2011h, p. 149).
Planificación flexible en la enseñanza	“Planificar considerando las capacidades y necesidades de los niños al mantener la flexibilidad en la enseñanza; considerando una amplia gama de estrategias como darles tiempos para la palabra: externar ideas, pensar en voz alta, establecer la retroalimentación verbal, activar su desarrollo intelectual al usar el lenguaje como vehículo para el aprendizaje” (SEP, 2011h, p. 150).
Formas de organización del trabajo en el aula	“Para el docente la planificación didáctica representa una oportunidad para la revisión, análisis y reflexión que contribuyen para orientar su intervención en el aula. Del mismo modo es una herramienta fundamental para impulsar un trabajo intencionado, organizado y sistemático que contribuya al logro de aprendizajes esperados en los niños; en esta fase del proceso educativo se toman decisiones sobre la orientación de la intervención docente, la selección y organización de los contenidos de aprendizaje, la definición de metodologías de trabajo, la organización de los alumnos, la definición de espacios físicos y selección de recursos didácticos, las estrategias de evaluación y difusión de resultados, principalmente” (SEP, 2011h, p. 167).
Insumos a considerar en la planificación	“Reconocer que los niños poseen conocimientos, ideas y opiniones y continúan aprendiendo a lo largo de su vida. “Disponer de un tiempo para seleccionar y diseñar estrategias didácticas que propicien la movilización de saberes y de evaluación de los aprendizajes, de acuerdo con los aprendizajes esperados. “Considerar evidencias de desempeño de los niños, que brinden información al docente para tomar decisiones y continuar impulsando el aprendizaje de sus alumnos. “Reconocer los aprendizajes esperados como referentes para la planificación. “Generar ambientes de aprendizaje que promuevan experiencias significativas” (SEP, 2011h, p. 167).
Consignas y cuestionamientos	“Antes de dirigirse a los niños, es necesario que el docente tenga claro lo que solicitará o preguntará, propiciando la reflexión. Las instrucciones o preguntas deben ser sencillas y concisas, y el docente debe confirmar si fueron comprendidas. Por ejemplo, puede solicitar a algún niño que le explique a sus compañeros lo que se le ha solicitado, ya que las preguntas planteadas en forma general, por ejemplo ‘¿entendieron?’, no son de gran utilidad” (SEP, 2011h, p. 168).
Duración	“Se sugiere que la planificación se realice de forma semanal o quincenal; planear para un periodo de tiempo mayor dificulta la sistematización de la intervención docente y el seguimiento del impacto de las situaciones de aprendizaje en los alumnos, tanto en forma grupal como individual. “Quedando la posibilidad de una planificación más prolongada en el caso de que la organización del trabajo e interés de los niños lo requiera” (SEP, 2011h, p. 168).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de *adaptabilidad* se cumple en diversos aspectos. En particular, el tratamiento de los contenidos de la aproximación de *competencias* no es rígido, tiene un carácter abierto, como se desprende de la siguiente cita:

la educadora es responsable de establecer el orden en que se abordarán las competencias propuestas para este nivel educativo, y seleccionar o diseñar las situaciones didácticas que considere convenientes para promover las competencias y el logro de los aprendizajes esperados. Asimismo, tiene libertad para seleccionar los temas o problemas que interesen a los alumnos y propiciar su aprendizaje (SEP, 2011h, p. 15).

Tampoco son prescriptivas las orientaciones para la organización del trabajo en el salón de clases, pues se sugieren y complementan diversos componentes de las propuestas de enseñanza diseñadas desde una postura socioconstructivista del aprendizaje, como en el caso del diseño objeto de este análisis, a saber: la importancia de las relaciones maestro-alumno y alumno-alumno en el aprendizaje; la organización del grupo (en parejas, equipos, individual y grupal) para resolver las situaciones de aprendizaje; el juego como recurso para potenciar el desarrollo y el aprendizaje; intervención educativa (cómo, cuándo y para qué); la confianza en la capacidad de aprender que se favorece en ambientes estimulantes en el aula y la escuela; los errores, fuente de aprendizaje; el respeto a los ritmos de aprendizaje de los niños; la puesta en juego de los conocimientos y experiencias previas de los niños, la gestión de las consignas y los cuestionamientos sobre el hacer de los niños.

1.2. Calidad del diseño curricular: nivel primaria

1.2.1. Descripción general del diseño curricular: nivel primaria

La siguiente descripción está hecha con base en el análisis del *Plan de estudios 2011. Educación básica* (SEP, 2011j) y de las guías para el maestro de los programas de estudios 2011 de primero a sexto grados de primaria (SEP, 2011b, 2011c, 2011d, 2011e, 2011f, 2011g).

La tabla 1.9 presenta una síntesis de los aspectos que permiten describir el diseño curricular vigente de México para este nivel.

Tabla 1.9. Descripción general del currículo vigente de matemáticas. Nivel primaria

Propósito de enseñar matemáticas	Resolver problemas matemáticos y de la vida cotidiana, del desarrollo de competencias para la vida y el desarrollo del razonamiento matemático. En particular se señala que “además de adquirir conocimientos y habilidades matemáticas, desarrollen actitudes y valores que son esenciales en la construcción de la competencia matemática” (SEP, 2011f, p. 64).
Contenido de la enseñanza	Se estructura en términos de estándares, competencias y contenidos temáticos. Los temas están organizados por aprendizajes esperados, ejes y contenidos específicos. Los ejes son tres: sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida, y manejo de la información. Son ocho los temas que se abordan en la educación primaria (Números y sistemas de numeración, Problemas aditivos, Problemas multiplicativos, Figuras y cuerpos, Ubicación espacial, Medida, Proporcionalidad y funciones, y Análisis y representación de datos). Las competencias matemáticas son cuatro: resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, y manejar técnicas eficientemente.
Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas	En México se identifica que se lleva a cabo mediante resolución de problemas (secuencias de situaciones problemáticas), como se explicita enseguida: “El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. “Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar” (SEP, 2011b, p. 75). A la situación o situaciones problemáticas se les considera como medio para usar las herramientas matemáticas a estudiar. Se señala la importancia de los conocimientos previos como el primer recurso que el estudiante pone en juego al iniciar el proceso de resolución de la situación propuesta.
La evaluación	Diagnóstica, formativa y sumativa. Considerada como un proceso de registro de información sobre los conocimientos, las habilidades del alumno. Es visto como algo externo al estudiante. El objetivo es orientar las decisiones respecto del proceso de enseñanza en general y del desarrollo de la situación de aprendizaje en particular.

1.2.2. Análisis del diseño curricular: nivel primaria

Para el análisis de los criterios, se recuperará lo planteado en las instancias en el plan de estudios de primaria y la guía para el maestro vigentes en donde se hace referencia a ellos. En caso de ser necesario, se consultarán otros documentos como el libro de texto actual (*Desafíos matemáticos*), así como manuales y cuadernos de trabajo del CONAFE para primaria comunitaria. En dichos casos, se hará explícito el uso de esos materiales.

Para cada uno de los criterios, se presenta primero la descripción de los elementos del currículo que se relacionan con él, y, después, el análisis de los aspectos del criterio que se ven reflejados en el currículo.

Relevancia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

En cuanto a la “promoción de valores entre los estudiantes”, se identificó este aspecto en las siguientes instancias:

a) En el *enfoque didáctico* del plan de estudios se menciona que:

la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados (SEP, 2011e, p. 67).

b) Dentro de los *estándares de Matemáticas*, tanto para el segundo como el tercer periodo escolar, se espera que los estudiantes desarrollen ciertas actitudes hacia el estudio de las matemáticas, las cuales se enlistan a continuación:

- Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.
- Aplica el razonamiento a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.
- Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
- Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.
- Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
- Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas (SEP, 2011e, p. 66).

c) Una de las *competencias matemáticas* a desarrollar se refiere a: “Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance, que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal” (SEP, 2011e, p. 71).

d) En la *organización de ambientes de aprendizaje* se menciona que:

Los estudiantes deben tener la experiencia del trabajo autónomo, el trabajo colaborativo en grupos, así como la discusión, la reflexión y la argumentación grupal, con el fin de propiciar un espacio en el cual el respeto a la participación, al trabajo y a la opinión de los compañeros sean fomentados desde y por los propios estudiantes, con la participación del docente, dando así la oportunidad a reconocer como válidas otras formas de pensamiento (SEP, 2011f, p. 343).

e) El *perfil de egreso* de la educación básica plantea que:

El perfil de egreso plantea rasgos deseables que los estudiantes deberán mostrar al término de la Educación Básica, como garantía de que podrán desenvolverse satisfactoriamente en cualquier ámbito en el que decidan continuar su desarrollo

[...] Como resultado del proceso de formación a lo largo de la Educación Básica, el alumno mostrará los siguientes rasgos [...] (b) Argumenta y razona al analizar situaciones, identifica problemas, formula preguntas, emite juicios, propone soluciones, aplica estrategias y toma decisiones. Valora los razonamientos y la evidencia proporcionados por otros y puede modificar, en consecuencia, los propios puntos de vista (SEP, 2011a, p. 39).

f) En el programa de todos los grados, en el apartado de *planificación*, se les plantea a los profesores:

El paso a una interpretación formal, usando lenguaje matemático, requiere de ejercicios de cuantificación, de registro, de análisis de casos y de uso de distintas representaciones para favorecer que todas las interpretaciones personales tengan un canal de desarrollo de ideas matemáticas. Se trata de fomentar el respeto a las distintas maneras de pensar. En particular, será la misma práctica la que denotará la necesidad del empleo del lenguaje matemático específico, con el fin de comunicar los resultados de una actividad, argumentar y defender sus ideas y utilizarlo para resolver nuevos desafíos (SEP, 2011e, p. 337).

g) En las *orientaciones didácticas*, se dan recomendaciones a los profesores para que los alumnos puedan defender sus propuestas de solución con argumentos lógicos bien contruidos; respetar (y en su caso rebatir de manera fundamentada) los argumentos de otros; comprender y apreciar las estrategias de resolución de los demás. Veamos el ejemplo de este tipo de actividades sugeridas (SEP, 2011d, p. 336) en la figura 1.1.

Figura 1.1. Actividad propuesta en tercer grado, vinculada con el criterio de relevancia parte I

Fase 1: Actividad del maestro y de los alumnos

- Los alumnos reflexionan y discuten en equipo sobre la solución de la situación.
- Trabajan sobre la situación, poniendo en juego sus propias estrategias y controlan sus resultados en equipo.
- A invitación expresa del maestro, varios equipos explican alternadamente al grupo el proceso que siguieron tanto de respuestas correctas como incorrectas.
- Cada equipo describe la sucesión de procedimientos que siguió. En los casos de errores, deben ser capaces de reconocerlos y explicar oralmente por qué creen que fallaron.
- Los otros alumnos escuchan y están listos para intervenir en caso de estar en desacuerdo, incluso si consideran que sus compañeros no fueron capaces de reconocer que fallaron.
- Motivados por su maestro, otros equipos con métodos de solución distinto a los que explicaron sus compañeros los presentan al grupo.
- Los alumnos valoran las ventajas y desventajas de los métodos usados en la solución del problema.

A continuación se presentan las instancias en las que se hace referencia a la “formación de sujetos sociales que utilicen el conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de su entorno físico y social, contribuyendo así al desarrollo productivo, tecnológico y científico del país”:

- a) En la sección Principios pedagógicos que sustentan el Plan de estudios, que son condiciones esenciales para la implementación del currículo, se menciona que:

El centro y el referente fundamental del aprendizaje es el estudiante, porque desde etapas tempranas se requiere generar su disposición y capacidad de continuar aprendiendo a lo largo de su vida, *desarrollar habilidades superiores del pensamiento para solucionar problemas, pensar críticamente, comprender y explicar situaciones desde diversas áreas del saber, manejar información, innovar y crear en distintos órdenes de la vida* (SEP, 2011a, p. 26).

- b) En la sección Principios pedagógicos que sustentan el Plan de estudios, cuando se hace referencia a incorporar temas de relevancia social, se lee:

Los temas de relevancia social se derivan de los retos de una sociedad que cambia constantemente y requiere que todos sus integrantes actúen con responsabilidad ante el medio natural y social, la vida y la salud, y la diversidad social, cultural y lingüística. Por lo cual, *en cada uno de los niveles y grados se abordan temas de relevancia social que forman parte de más de un espacio curricular y contribuyen a la formación crítica, responsable y participativa de los estudiantes en la sociedad* (SEP, 2011a, p. 36).¹

- c) Dentro de los *estándares de Matemáticas*, tanto para el segundo como para el tercer periodo escolar, se espera que los estudiantes desarrollen ciertas actitudes hacia el estudio de las matemáticas. En particular, la segunda actitud que se enlista: “Aplica el razonamiento a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares” (SEP, 2011f, p. 66).

- d) En la sección *actitud hacia las matemáticas*, se menciona que:

Con el propósito de fomentar una actitud positiva hacia las matemáticas en los estudiantes, se recomienda a los maestros la búsqueda, la exposición y la discusión de anécdotas históricas y noticias de interés actual. Esta propuesta busca darle a las matemáticas un lugar en la vida del estudiante, en su pasado y en su posible futuro, mostrándolas como producto de la actividad humana en el tiempo y como una actividad profesional que acompaña al mundo cambiante en el que vivimos (Buendía, 2010). En este sentido, las notas no necesariamente tienen que estar relacionadas con el tema abordado en clase, pero sí tienen que relacionarse con problemáticas sociales que afecten la vida del estudiante (SEP, 2011f, p. 356).

¹ Subrayado propio para resaltar el criterio en mención. Este subrayado se usará en las citas que se consideren necesarias a lo largo del análisis del nivel de educación primaria.

e) En el perfil de egreso se señala que, al terminar la educación básica, el alumno: "(c) Busca, selecciona, analiza, evalúa y utiliza la información proveniente de diversas fuentes (d) Interpreta y explica procesos sociales, económicos, financieros, culturales y naturales para tomar decisiones individuales o colectivas que favorezcan a todos" (SEP, 2011, p. 39).

f) En el programa de todos los grados, en el apartado Enfoque del campo de formación, se plantea:

El tratamiento escolar de las matemáticas en los Planes y Programas de Estudio de 2011, se ubica en el campo de formación Pensamiento Matemático, con la consigna de desarrollar el pensamiento basado en el uso intencionado del conocimiento, favoreciendo la diversidad de enfoques, el apoyo en los contextos sociales, culturales y lingüísticos, en el abordaje de situaciones de aprendizaje para encarar y plantear retos adecuados al desarrollo y de fomentar el interés y gusto por la matemática en un sentido amplio a lo largo de la vida de los ciudadanos (SEP, 2011g, p. 331).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

De las instancias anteriores, podemos identificar que hay varios momentos tanto en el plan de estudios como en la guía para el maestro en los que se hace referencia a la promoción de valores entre los estudiantes (parte i del criterio de *relevancia*). En estos documentos se le da un gran peso a que los alumnos aprendan a apreciar y valorar el conocimiento matemático; a que los maestros desarrollen secuencias didácticas que despierten el interés de los estudiantes y propicien varios métodos de enseñanza y a que, por lo mismo, se suscite el intercambio de ideas entre ellos. Sin embargo, el hecho de propiciar el intercambio de respuestas o estrategias no garantiza por sí mismo que en la práctica se estén generando las condiciones adecuadas para que los alumnos de primaria aprendan a construir argumentos lógicos bien fundamentados que enriquezcan dichos intercambios. Es decir, el promover el intercambio de respuestas y estrategias no garantiza la calidad de las ideas involucradas en dicho intercambio. Éste es un aspecto a investigar en un estudio sobre la implementación del currículo.

Respecto a la formación de sujetos que utilicen el conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de su entorno (parte ii del criterio de *relevancia*), aunque se promueve la resolución de problemas de la vida cotidiana, no se hace explícito cómo es que esto contribuye al desarrollo productivo, tecnológico y científico del país. Cabe señalar que el significado de problemas de la vida cotidiana en el marco del currículo se plantea como:

el uso de problemas prácticos, comúnmente llamados "de la vida real", evoca al lenguaje cotidiano para expresarse y es a partir de estas expresiones que se reconoce el fondo o base de los conocimientos, que pueden incluir también a los conocimientos matemáticos relacionados con el aprendizaje esperado (SEP, 2011e, p. 337).

Empero, en las orientaciones didácticas de los programas de cada grado, si bien algunas situaciones problemáticas estarían en este rubro de problemas prácticos, no se encontraron sugerencias para el profesor de cómo relacionarlos con aspectos productivos, tecnológicos y científicos de México.

Pertinencia

Este criterio está centrado en dar cuenta de la atención a las necesidades de los estudiantes en su formación biosicosocial. Este criterio se ha desagregado en tres aspectos.

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

Intentar dar cuenta de “la correspondencia, de acuerdo con las edades, entre los contenidos matemáticos y el desarrollo cognitivo de los estudiantes” (parte i del criterio de *pertinencia*) resulta difícil, puesto que no hay un referente específico para contrastar dicha correspondencia. En los documentos revisados no se hace mención a investigaciones o referentes que señalen la correlación entre los contenidos matemáticos que se proponen por cada grado en primaria y el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Se hace alusión a este criterio en dos documentos. Primero, en el *Plan de estudios*, donde se menciona que “Los Estándares Curriculares se organizan en cuatro periodos escolares de tres grados cada uno. Estos cortes corresponden, de manera aproximada y progresiva, a ciertos rasgos o características clave del desarrollo cognitivo de los estudiantes (SEP, 2011a, p. 43).” Sin embargo, no se ejemplifican ni fundamentan esos rasgos o características que se mencionan.

El segundo documento donde se alude a este criterio es en los programas de estudio de todos los grados (aunque es un ejemplo genérico), en el apartado Hacia una situación de aprendizaje. Aquí encontramos una referencia respecto a las diferencias en cuanto a la construcción del conocimiento matemático, en particular, para el caso del volumen y la relación con las edades de los estudiantes:

Por tanto, se asume que la construcción del conocimiento matemático tiene muchos niveles y profundidades, por citar un ejemplo, elijamos al concepto de volumen, el cual es formado por diferentes propiedades y distintas relaciones con otros conceptos matemáticos; *los niños de entre 6 y 7 años suelen ocuparse de comparar recipientes, quitar y agregar líquido de dichos recipientes y medir de algún modo el efecto de sus acciones sobre el volumen, aunque la idea de él no esté plenamente construida en su pensamiento*. En tanto que algunas propiedades tridimensionales del volumen de los paralelepípedos rectos o los prismas, como por ejemplo *el cálculo de longitudes, áreas y volúmenes son tratados en la escuela cuando los niños y las niñas son mayores*, de manera que el pensamiento matemático sobre la noción de volumen se desarrolla a lo largo de la vida de los individuos. Por tanto, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela debería de tomar en cuenta dicha evolución (SEP, 2011c, p. 294).

En la referencia anterior, no es claro a qué edades se está haciendo referencia cuando se habla de niños mayores.

Con respecto a la parte ii del criterio de pertinencia “el desarrollo de capacidades de comunicación, a través de múltiples sistemas matemáticos de representación”, se tiene que:

- a) En los *estándares curriculares de Matemáticas* se señala que lo que se busca es un alto nivel de alfabetización matemática lograda por los estudiantes cuando terminen la educación básica. Dicha evolución se puede identificar si los alumnos logran “Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados” (SEP, 2011f, p. 71).

b) En las *competencias matemáticas* a desarrollar en primaria, se encuentra:

Comunicar información matemática. Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. *Requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan relaciones entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones, y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado* (SEP, 2011f, p. 71).

c) En la planificación se señala:

El paso a una interpretación formal, usando lenguaje matemático, requiere de ejercicios de cuantificación, de registro, de análisis de casos y de *uso de distintas representaciones para favorecer que todas las interpretaciones personales* tengan un canal de desarrollo de ideas matemáticas. Se trata de fomentar el respeto a las distintas maneras de pensar. En particular, será la misma práctica la que denotará la *necesidad del empleo del lenguaje matemático específico, con el fin de comunicar los resultados de una actividad, argumentar y defender sus ideas y utilizarlo para resolver nuevos desafíos* (SEP, 2011e, p. 337).

d) En la *evaluación* presentada en los programas de estudio se hace explícita la intención de desarrollar las representaciones como una habilidad en los alumnos y, a su vez, como algo que requiere el seguimiento del maestro. En este apartado del programa de estudios se le señala como en la figura 1.2.

Figura 1.2. Valoración de diferentes formas en las que emergen las ideas matemáticas y se comunican como producciones de los alumnos

La evaluación es entendida como un proceso de registro de información sobre el estado del desarrollo de los conocimientos de las y los estudiantes, de las habilidades cuyo propósito es orientar las decisiones respecto del proceso de enseñanza en general y del desarrollo de la situación de aprendizaje en particular. En estos registros, vistos como producciones e interacciones de las y los estudiantes, se evaluará el desarrollo de ideas matemáticas, las cuales emergen en formas diversas: verbales, gestuales, icónicas, numéricas, gráficas y, por supuesto, a través de las estructuras escolares más tradicionales, por ejemplo, las fórmulas, las figuras geométricas, los diagramas y las tablas.

Para valorar la actividad del estudiante y la evolución de ésta hasta lograr el aprendizaje esperado, será necesario contar con su producción en las diferentes etapas de la situación de aprendizaje. La evaluación considera si el estudiante se encuentra en la fase inicial, donde se pone en funcionamiento su fondo de

EVALUACIÓN MENSUAL



- SOBRESALIENTE
- MUY BIEN
- BIEN
- REGULAR
- ÁREA DE OPORTUNIDAD

Fuente: SEP (2011c, p. 307).

- e) En las orientaciones pedagógicas y didácticas de tercer grado, se señalan ejemplos del uso de representaciones diferentes vinculadas con el concepto de fracción (sin embargo, en este ejemplo se presenta la fracción $\frac{1}{2}$ aunque se alude a $\frac{5}{4}$; es un error desde el propio programa de estudios). Esto se muestra en la figura 1.3.

Figura 1.3. Ejemplo de una orientación sobre el uso de diferentes representaciones



El estudio de las fracciones es un gran desafío para los alumnos de la escuela básica, pues es bien sabido que es un tema bastante complejo, constituyéndose en una de las áreas de mayor falla en las escuelas a nivel mundial, junto con los números decimales. Para muchos, las fracciones son sólo pares de números naturales sin relación entre sí, por ello, al resolver problemas aditivos, una tendencia generalizada en algunos es el uso del modelo lineal aditivo. Otra dificultad en alumnos de cualquier edad, documentada por las investigaciones, es el ordenamiento de las fracciones o bien una fracción y un número decimal. Por ejemplo, $\frac{1}{3}$ puede pensarse menor que $\frac{1}{4}$ porque saben que $3 < 4$.

En este sentido, es importante que los alumnos “descubran” y comprendan que dependiendo de la situación, las fracciones adquieren distintos significados y que éstas, pueden ser representadas de diversas formas.

Pluralidad de sistemas de representación para un mismo concepto

Los conceptos matemáticos, como el de fracción, pueden ser expresados mediante varios sistemas de representación. Cada uno de los modos distintos de representarlo proporciona una caracterización distinta de los conceptos, ya que no hay un único sistema capaz de agotar en su totalidad las relaciones que cada concepto matemático encierra. En la figura siguiente (Castro y Castro, 1997) se muestran seis modos distintos de representar la misma idea: cinco cuartos.

1/2, mitad, 50%,

• •,

0
1

En cada una destaca alguna propiedad del concepto representado y muchas veces dificulta la comprensión de otras propiedades.

Fuente: SEP (2011d, p. 334).

Otro ejemplo del uso de diferentes representaciones en este caso gráfico, numérico y verbal se encuentra en primer año. El contenido al que hace referencia se muestra en la figura 1.4.

La actividad propuesta, segunda parte, se presenta en la figura 1.5:

Figura 1.4. Ejemplo 2, sobre una situación en la que se plantea el uso de diferentes representaciones

Ejemplo 2: Bloque IV. Problemas que implican relaciones del tipo “más n ” o “menos n ”.

APRENDIZAJES ESPERADOS	ESTÁNDARES	CONTENIDO DISCIPLINAR
BLOQUE IV		
Resuelve mentalmente sumas de dígitos y restas de 10 menos un dígito.	Sumar y restar números mentalmente empleando una serie de estrategias y registrar la adición y la resta de números con uno y dos dígitos utilizando símbolos apropiados. Identificar los recursos más pertinentes para llevar a cabo un cálculo mental o escrito.	Resuelve mentalmente problemas que implican la determinación y el uso de relaciones entre los números (estar entre, uno más que, uno menos que, mitad de, doble de, 10 más que, etc.). Resuelve problemas que involucran relaciones del tipo “más n ” o “menos n ”. Desarrolla recursos de cálculo mental para obtener resultados en una suma o una sustracción.
Eje: Sentido numérico y pensamiento algebraico Tema: Cálculo Competencias matemáticas: Resolver problemas de suma y resta utilizando diversos procedimientos, validar procedimientos y resultados, manejar técnicas eficientemente.		

Fuente: SEP (2011a, p. 312).

Figura 1.5. Ejemplo de la fase 3, para la orientación didáctica del ejemplo 2

Orientaciones didácticas. En esta etapa se espera que los alumnos manifiesten de manera explícita al validar sus conjeturas, aunque sin una denominación teórica, muchas de las propiedades de los números y de las operaciones, así como el uso de relaciones, como mitad de, doble de, triple de.

FASE 3
En esta fase los alumnos resuelven un problema de suma y resta, en el que trabajan con las cantidades del problema anterior, representadas por medio de las tiras. Para su solución se requiere de la visualización y del cálculo mental, así como de algunos resultados de la fase 1.

El problema:
Ana utilizó varias tiras que representan las cantidades 9, 18 y 27, como las de la actividad anterior, para construir las tiras siguientes:



Fuente: SEP (2011a, p. 317).

Con respecto al aspecto iii de este criterio —“desarrollo de capacidades de representar, sistematizar y procesar datos e información útil en la modelación de situaciones”— se encuentra que:

- a) En los *propósitos del estudio de las matemáticas para la educación primaria* se espera que los alumnos:

Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en imágenes, textos, tablas, gráficas de barras y otros portadores para comunicar información o responder preguntas planteadas por sí mismos o por otros. Representen información mediante tablas y gráficas de barras (SEP, 2011f, p. 62).

- b) En los *estándares curriculares* para el eje de manejo de la información al concluir el tercer periodo escolar se espera que el alumno: “Resuelve problemas utilizando la información representada en tablas, pictogramas o gráficas de barras, e identifica las medidas de tendencia central de un conjunto de datos” (SEP, 2011f, p. 65). En la sección de *planificación* se habla de que la elección de situaciones de aprendizaje y su ejecución deben ser de tal manera que propicien el desarrollo de las competencias matemáticas, por ejemplo:

El uso de problemas prácticos, comúnmente llamados “de la vida real”, requiere del lenguaje cotidiano para expresarse, y es a partir de estas expresiones que se reconoce el fondo o base de los conocimientos, que pueden incluir también los conocimientos matemáticos relacionados con el aprendizaje esperado. El paso a una interpretación formal, usando lenguaje matemático, requiere de ejercicios de cuantificación, de registro, de análisis de casos y de uso de distintas representaciones para favorecer que todas las interpretaciones personales tengan un canal de desarrollo de ideas matemáticas. En particular, será la misma práctica la que denotará la necesidad del empleo del lenguaje matemático específico, con el fin de comunicar los resultados de una actividad, argumentar y defender sus ideas, utilizarlos para resolver nuevos desafíos, entre otras (SEP, 2011f, p. 339).

- c) En las orientaciones didácticas, en relación con este criterio, podríamos considerar el apartado de la evaluación respecto al ejemplo 2 (figura 1.6). En este caso se evidencia cómo el profesor puede plantear actividades donde los alumnos sistematicen, representen y procesen información para identificar el tipo de operaciones a realizar, a partir de descomponer y recomponer tiras de papel.

En cuanto a los aprendizajes esperados y contenidos, se identifican aquellos en los que se puede inferir el desarrollo tanto de la capacidad de comunicación mediante diferentes sistemas matemáticos de representación como de las capacidades para representar, sistematizar y procesar datos e información útil en la modelación de situaciones pertinentes a distintos contextos sociales.

Cabe señalar que no se identificaron en los enunciados estos contextos sociales, y que podrían ser explícitos en los materiales educativos desarrollados (libros de textos y otros materiales de apoyo para los alumnos y maestros).

La tabla 1.10 muestra algunos ejemplos a lo largo de la primaria:

Figura 1.6. Ejemplo de una sugerencia de evaluación donde se hace presente el criterio de pertinencia (iii)

Orientaciones para la evaluación. La evaluación a lo largo de la situación se basa en:

- Las relaciones que los alumnos establecen entre los objetos a partir de la percepción visual (mitad de, doble de, triple de, etc.).
- Las estrategias de cálculo mental que ponen en práctica para determinar las cantidades.
- La representación (simbólica) y solución de sumas y restas (ejemplo: $63 - 18$ o bien, $9 + 27 + 27$).
- La forma en cómo comunican sus ideas, exponen razones y discuten con sus compañeros.

Para evaluar las competencias matemáticas, el maestro puede pedirles construir figuras geométricas con las tiras. En esta actividad van a recurrir a la suma y resta de secciones al descomponer y recomponer las tiras (cortar y unir).

Ejemplo de figuras que podrían construir:

- Rectángulos y cuadrados que tengan diferentes tamaños (el doble o el triple de tiras de 9). El maestro puede proponer a los alumnos discutir con sus compañeros sus resultados y contestar preguntas como las siguientes:
¿Cuántos cuadrados construiste con las tiras de 9 (o las de 18 o 27 o su combinación)?
¿Cuántos rectángulos construiste las tiras de 9 (de 18 o 27 o su combinación)?
¿Qué figura de las que construyeron ocupó el doble (o triple) de tiras de 9 (de 18 o 27 o su combinación)?
¿Qué figura de las que construyeron ocupó una cantidad menor de tiras de 9 (de 18 o 27 o su combinación)?

Tabla 1.10. Ejemplos de aspectos ii y iii del criterio de pertinencia

Grado	Aprendizaje esperado	Contenido específico	Sistemas matemáticos de representación
Primero	Modela y resuelve problemas aditivos con distinto significado y resultados menores que 100, utilizando los signos +, -, =.		Numérico
	Resuelve problemas que implican identificar relaciones entre los números (uno más, mitad, doble, 10 más, etcétera).	Resolución de cálculos con números de dos cifras utilizando distintos procedimientos.	Numérico o pictográfico
Segundo	Determina la cardinalidad de colecciones numerosas representadas gráficamente.	Elaboración de estrategias para facilitar el conteo de una colección numerosa (hacer agrupamientos de 10 en 10 o de 20 en 20).	Pictográfico, numérico y lenguaje natural
	Describe, reproduce y crea sucesiones formadas con objetos o figuras.	Identificación y descripción de las características de figuras por la forma de sus lados. Identificación y descripción del patrón en sucesiones construidas con figuras compuestas.	Geométrico, numérico y lenguaje natural

Grado	Aprendizaje esperado	Contenido específico	Sistemas matemáticos de representación
Tercero		Representación e interpretación en tablas de doble entrada, o pictogramas de datos cuantitativos o cualitativos recolectados en el entorno.	Tabular numérico, gráficas y lenguaje natural
		Resolución de problemas en los cuales es necesario extraer información explícita de diversos portadores.	Gráfico, numérico, lenguaje natural, pictográfico,...
		Elaboración e interpretación de representaciones gráficas de las fracciones. Reflexión acerca de la unidad de referencia.	Gráfico, numérico y lenguaje natural
Cuarto		Representación plana de cuerpos vistos desde diferentes puntos de referencia.	Geométrico y lenguaje natural (discursivo)
		Lectura de información explícita o implícita contenida en distintos portadores dirigidos a un público en particular.	Pictográfico, numérico, gráfico (dependerá de los portadores)
	Lee información explícita o implícita en portadores diversos.	Resolución de problemas en los cuales es necesario extraer información de tablas o gráficas de barras.	Tabular, gráfico y lenguaje natural
		Cálculo aproximado del perímetro y del área de figuras poligonales mediante diversos procedimientos, como reticulados, yuxtaponiendo los lados sobre una recta numérica, etcétera.	Geométricos y lenguaje natural (discursivo)
		Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con figuras, las cuales representan progresiones geométricas.	Geométricos, numéricos y lenguaje natural
Quinto		Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).	Numérico, tabulares y lenguaje natural
		Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias.	Gráfico, pictográfico y lenguaje natural
		Análisis del significado de la parte decimal en medidas de uso común; por ejemplo, 2.3 metros, 2.3 horas.	
		Elección de un código para comunicar la ubicación de objetos en una cuadrícula. Establecimiento de códigos comunes para ubicar objetos.	
		Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.	Numérico, gráfico y pictográfico
	Describe rutas y ubica lugares utilizando sistemas de referencia convencionales que aparecen en planos o mapas.	Interpretación y descripción de la ubicación de objetos en el espacio, especificando dos o más puntos de referencia.	Pictográfico y gráfico

Grado	Aprendizaje esperado	Contenido específico	Sistemas matemáticos de representación
Quinto	Resuelve problemas que implican leer o representar información en gráficas de barras.	Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.	Gráfico (de barras), numérico y lenguaje natural
		Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas.	Numérico y lenguaje natural
Sexto	Resuelve problemas que impliquen leer, escribir y comparar números naturales, fraccionarios y decimales, explicitando los criterios de comparación.	Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicitación de los criterios de comparación.	Numérico (diferentes representaciones), gráfico, pictográfico y lenguaje natural
	Describe rutas y calcula la distancia real de un punto a otro en mapas.	Elección de un código para comunicar la ubicación de objetos en una cuadrícula. Establecimiento de códigos comunes para ubicar objetos.	Geométrico, gráfico y lenguaje natural
		Lectura de datos contenidos en tablas y gráficas circulares, para responder diversos cuestionamientos.	Gráficos, tabular (numérico) y lenguaje natural
		Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica en situaciones diversas. Por ejemplo, se quieren representar medios y la unidad está dividida en sextos, la unidad no está establecida, etcétera.	Gráfico (recta numérica), numérico, y lenguaje natural
		Lectura de datos, explícitos o implícitos, contenidos en diversos portadores para responder preguntas.	Gráfico, numérico, pictográfico y lenguaje natural
	Utiliza el sistema de coordenadas cartesianas para ubicar puntos o trazar figuras en el primer cuadrante.	Representación gráfica de pares ordenados en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas cartesianas.	Gráfico, geométrico, numérico y lenguaje natural
	Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa. Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal.		Numérico (diferentes representaciones del mismo número) y gráficos

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

En términos de lo descrito previamente, respecto a la promoción de valores (aspecto i del criterio de *pertinencia*), como ya se señaló, no se tiene claridad sobre cuál es el marco de referencia considerado en el momento de diseñar el currículo, pues no se hace mención explícita a ello. Por tanto, se requiere de ese marco para contrastar si hay correspondencia entre las edades, el conocimiento matemático y el desarrollo cognitivo. En síntesis, no se tienen elementos para dar cuenta del cumplimiento o no de esta parte del criterio.

El desarrollo de capacidades de comunicación y el desarrollo de capacidades de representar, sistematizar y procesar datos e información (aspectos ii y iii del criterio de *pertinencia*) se encuentran presentes a lo largo del plan de estudios, esto es, representar, sistematizar y modelar son acciones

propias del aspecto matemático. A pesar de ello, escasamente aparece explícito en los aprendizajes esperados o contenidos de los ejes sentido numérico y pensamiento algebraico o forma, espacio y medida. Este análisis, y como se puede observar en la tabla 1.10, se ha inferido de expresiones como “conversión”, “establece códigos”, “ubica”, etcétera. Lo mismo sucede con acciones como sistematizar y modelar, las cuáles vinculamos en los términos “resolución de problemas”, “reconoce”, “análisis de procedimientos”, etcétera.

El uso de herramientas para representar y comunicar ideas se puede hacer a través de gráficas (barras, pastel, diagrama de árbol, recta numérica, plano cartesiano), figuras geométricas (representadas en dos y tres dimensiones), tablas (numéricas, frecuencias), pictogramas, expresiones verbales (lenguaje natural o discursivo propio de las matemáticas), símbolos o expresiones algebraicas, etcétera. Cabe señalar que no se identificó algún apartado destinado a aclarar estas terminologías.

En cuanto a las representaciones, un ejemplo es el uso de la recta numérica. Éste no se hace explícito hasta cuarto de primaria, como es una herramienta que ayuda en la comparación y representación de cantidades, aunque se usa en todos los grados, no sólo en primaria alta.

En el eje de manejo de la información se puede identificar más claramente el término de “representar”. Cabe señalar que este eje toma relevancia a partir de tercer grado, y queda corto en la generación de múltiples sistemas de representación de datos. Por ejemplo, los alumnos, desde más pequeños pueden obtener información de ellos mismos y su entorno, y registrarla a partir del uso de pictogramas, marcas de conteo, etcétera. Además, los estudiantes pueden organizar información a partir del uso de diagramas de árbol, diagramas de Venn, etcétera. Más adelante, se pueden construir otros tipos de gráfica además de las de barras y de pastel, por ejemplo: gráficas de líneas, de tallo y hojas, etcétera (Haylock y Cockburn, 2003).

Equidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

Con respecto al equilibrio entre la cantidad y la suficiencia de contenidos y el tiempo estimado para el logro del aprendizaje (parte i del criterio de *equidad*) se encuentra que:

a) En el plan de estudios se considera:

En este momento se hace necesario reorganizar el tiempo y avanzar en la ampliación de la jornada escolar a partir de diversas modalidades de operación. El incremento de tiempo de la jornada escolar es urgente, porque el currículo exige poner en práctica formas de trabajo didáctico distintas, que implican que el niño permanezca más tiempo en la escuela (SEP, 2011, p. 72).

b) En este mismo documento se plantea una distribución de tiempo para todas las asignaturas. En el caso de matemáticas, lo que se plantea se muestra en la tabla 1.11.

Cabe señalar que el tiempo dedicado a matemáticas en toda la primaria ocupa el segundo lugar, después de español.

Tabla 1.11. Distribución del tiempo de trabajo por grado escolar, para escuelas de tiempo completo, jornada ampliada (sólo es en la Ciudad de México) y medio tiempo

Grado escolar	Horas semanales (total para todas las asignaturas y para el caso de matemáticas)			Horas anuales (total ciclo escolar y para el caso de matemáticas)		
	Tiempo completo (35)	Jornada ampliada (30)	Medio tiempo (22.5)	Tiempo completo (1400)	Jornada ampliada (1200)	Medio tiempo (900)
Primero y segundo	9.0	7	6	360	280	240
Tercero	7.5	6	5	300	240	200
Cuarto, quinto y sexto	7.0	6	5	280	240	200

Fuente: SEP (2011, pp. 74-82).

- c) En los programas de los seis grados se hace referencia a la manera como están estructurados y organizados los temas. Para el caso de primaria se tienen ocho temas que aglutinan a todos los contenidos. Cada contenido está sugerido entre dos y cinco sesiones de clase, como se puede identificar en la siguiente cita. Sin embargo, en el programa no se explicita el tiempo aproximado para abordar un tema considerando su complejidad o los aspectos que de él se tratarán. En el programa se señala:

De cada uno de los ejes se desprenden varios temas y, para cada uno de éstos hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad. Los temas son grandes ideas matemáticas cuyo estudio requiere un desglose más fino (los contenidos), y varios grados o incluso niveles de escolaridad. En el caso de la educación primaria se consideran ocho temas, con la salvedad de que no todos inician en primer grado y la mayoría continúa en el nivel de secundaria. Dichos temas son: Números y sistemas de numeración, Problemas aditivos, Problemas multiplicativos, Figuras y cuerpos, Ubicación espacial, Medida, Proporcionalidad y funciones, y Análisis y representación de datos.

Los contenidos son aspectos muy concretos que se desprenden de los temas, cuyo estudio requiere entre dos y cinco sesiones de clase. El tiempo de estudio hace referencia a la fase de reflexión, análisis, aplicación y construcción del conocimiento en cuestión, pero hay un tiempo más largo en el que dicho conocimiento se usa, se relaciona con otros conocimientos, y se consolida para constituirse en saber o saber hacer (SEP, 2011f, p. 74).

Este aspecto de estimación del tiempo no se evidencia en estos documentos; seguramente se puede deducir en otros materiales complementarios como libros de texto en términos de las lecciones propuestas o de la extensión de las propias lecciones, mas no se explicita ni se sugiere.

Respecto al equilibrio, la cantidad y la suficiencia de contenidos, la tabla 1.12 muestra una relación organizada por eje y por grado.

Tabla 1.12. Relación de contenidos por eje y totales, por grado

Grado	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Análisis de la información	Total
Primero	20	3	0	23
Segundo	23	4	0	27
Tercero	19	6	3	28
Cuarto	23	12	3	38
Quinto	17	16	6	39
Sexto	13	11	8	32
Total EB	115	52	20	

- d) En la *organización de ambientes de aprendizaje* de la guía para el maestro de segundo grado –y es el mismo ejemplo para todos los grados–, se lee que: “Por tanto, se asume que la construcción del conocimiento matemático tiene muchos niveles y profundidades [...] Por lo tanto, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela debería de tomar en cuenta dicha evolución” (SEP, 2011c, p. 294). En el siguiente criterio se podrá dar cuenta con más detalle de si en efecto hay suficiencia de contenidos en los términos que aquí se señalan: profundización gradual para el aprendizaje de las matemáticas.
- e) Ahora bien, al revisar los documentos disponibles en el CONAFE, como el *Manual para el instructor comunitario* (CONAFE-DIE, 2011a, p. 17), elaborado por este Consejo y el Departamento de Investigaciones Educativas (DIE), se plantean actividades para todos los grados de primaria y todas las asignaturas. Estos documentos están organizados por niveles. El nivel I corresponde a primero y segundo; el nivel II corresponde a tercero y cuarto grado, y el nivel III a quinto y sexto grados. Cabe señalar que “El trabajo en la Primaria Comunitaria es multinivel; los alumnos se agrupan por niveles y se trabaja con todos los niveles al mismo tiempo [...] La característica principal [...] es el trabajo con un grupo heterogéneo, es decir un grupo de niños y niñas de diferentes edades, con distintos conocimientos y antecedentes escolares”.

Respecto a los tiempos, en estos manuales de los niveles I y II se señala lo siguiente:

En el manual *cada tema está planeado para desarrollarse en varias clases*. Todas éstas son necesarias para que los niños puedan aprender el contenido de cada tema. Es importante *no tratar de agotar el tema en un solo día ni saltarse clases*. En los recuadros de color que aparecen en algunas clases, se expresan algunas ideas sobre el trabajo con los niños. Se explica lo que es posible esperar de los niños, o bien el sentido que tiene realizar cierto tipo de actividades. Estas ideas pueden ser valiosas en otras clases; es importante releerlas y tenerlas presentes durante todo el año (CONAFE-DIE, 2011a, p. 17).

Los temas que se abordan en estos dos niveles se muestran en la figura 1.7.

Figura 1.7. Relación de temas que se abordan en los niveles I y II de las escuelas comunitarias

Matemáticas				
Unidades Nivel I	1. Los primeros números	2. Los números grandes	3. La suma y la resta	4. La geometría
Temas	1. La cantidad de objetos 2. Los números del 1 al 10 3. El orden de los números	1. Unidades, decenas y centenas 2. La escritura de los números 3. La serie de los números	1. La suma y la resta con objetos 2. Los signos de suma y resta 3. El procedimiento usual para sumar 4. El procedimiento usual para restar	1. Los lados y los ángulos 2. Las figuras geométricas
Unidades Nivel II	1. La multiplicación con los primeros números	2. La multiplicación con números grandes	3. La división y las fracciones	4. La geometría y la medición
Temas	1. La multiplicación con objetos 2. El cuadro de multiplicaciones 3. Multiplicaciones especiales	1. La multiplicación con rectángulos 2. El procedimiento usual para multiplicar	1. La división con objetos 2. El procedimiento usual para dividir 3. Las fracciones	1. Los cuadriláteros y los triángulos 2. Las longitudes

Fuente: CONAFE-DIE (2011a, p. 151).

En cuanto al tiempo que se le dedica a cada tema, para el caso del nivel III, en el manual se menciona que:

Todos los temas se trabajan a lo largo de cinco clases. Las tres primeras de cada tema se dedican a un contenido de la unidad; en la cuarta se revisa un contenido de geometría o de medición y la quinta se reserva para repasar y profundizar contenidos vistos anteriormente (CONAFE-DIE, 2011b, p. 136) (véase la figura 1.8).

Los temas que se mencionan en el manual para el nivel III se muestran en la figura 1.9.

Figura 1.8. Relación de las clases sugeridas para cada tema, en el nivel III, de las escuelas comunitarias

Tema				
Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase de geometría	Clase de repaso
Indirecta	Directa	Indirecta	Indirecta	Indirecta

Es conveniente mencionar que las tres primeras clases de cada tema tienen características distintas, como se indica enseguida:

- En la clase 1, los alumnos, a su manera y sin ayuda del instructor, resuelven problemas del *Cuaderno de Trabajo* que se relacionan con algún contenido de la unidad. La intención es que desarrollen procedimientos propios para resolver los problemas antes de que se les enseñen los que son usuales.

Así, durante todo el año escolar los alumnos trabajan con los contenidos nuevos de las unidades y, al mismo tiempo, realizan actividades de geometría y de repaso.

Fuente: CONAFE-DIE (2011b, p. 137).

Figura 1.9. Relación de temas que se abordan en el nivel III de las escuelas comunitarias

Matemáticas				
Unidades	1. La división	2. Las fracciones	3. Las cantidades proporcionales	4. Medición
Temas	1. La división con el Cuadro de multiplicaciones.	1. Las fracciones con numerador igual a uno.	1. La variación proporcional.	1. La capacidad.
	2. La división con tablas de multiplicaciones de números grandes.	2. Las fracciones con numerador mayor que uno.	2. El valor unitario.	2. El peso.
	3. La división y el reparto de monedas.	3. Fracciones equivalentes.	3. Los dibujos a escala.	3. Los ángulos.
	4. El procedimiento usual para dividir.	4. La comparación y la equivalencia de fracciones.	4. El porcentaje.	4. Las superficies.
		5. Suma y resta de fracciones.	5. Cantidades inversamente proporcionales.	
		6. Las fracciones decimales.		
		7. La división hasta centésimos.		

Fuente: CONAFE-DIE (2011b, p. 137).

Con respecto a la factibilidad de recrear el currículo en otras modalidades educativas (parte ii del criterio de *equidad*), se encuentra que:

- a) En los programas de estudios, en el apartado de *organización de ambientes de aprendizaje*, se lee "Así, las variables sociales, culturales y lingüísticas, como equidad de género o respeto a la diversidad, *deben ser atendidas con base en estrategias didácticas que den sustento a las situaciones de aprendizaje*" (SEP, 2011f, p. 343).
- b) En la sección *principios pedagógicos que sustentan el plan de estudios* (sección 1.8), se menciona que:

Por lo tanto, al reconocer la diversidad que existe en nuestro país, el sistema educativo hace efectivo este derecho al ofrecer una educación pertinente e inclusiva: Pertinente porque valora, protege y *desarrolla las culturas y sus visiones y conocimientos del mundo*, mismo que se incluyen en el desarrollo curricular. Inclusiva porque se ocupa de reducir al máximo la desigualdad del acceso a las oportunidades, y evita los distintos tipos de discriminación a los que están expuestos niñas, niños y adolescentes (SEP, 2011, p. 35).

Más adelante continúa:

Para atender a los alumnos que, por su discapacidad cognitiva, física, mental o sensorial (visual o auditiva) *requieren de estrategias de aprendizaje y enseñanza diferenciadas*, es necesario que se identifiquen las barreras para el aprendizaje con el fin de promover y ampliar, en la escuela y las aulas, oportunidades de aprendizaje, accesibilidad, participación, autonomía y confianza en sí mismos, ayudando con ello a combatir actitudes de discriminación. Por otra parte, para atender a los alumnos con aptitudes sobresalientes, *el sistema educativo cuenta con modelos de enriquecimiento escolar y extraescolar, y brinda parámetros para evaluar a quienes muestren un desempeño significativamente superior* al resto de sus compañeros en el área intelectual y requieran de una promoción anticipada (SEP, 2011, p. 35).

- c) El plan de estudios general refiere a algunos aspectos de la educación indígena, resaltando que:

Los Marcos Curriculares atienden la diversidad como dispositivos e instrumentos políticos, pedagógicos y didácticos que incluyen y vinculan los aprendizajes escolares que la sociedad mexicana del siglo XXI requiere, con la que los pueblos y las comunidades indígenas y migrantes sustentan para desarrollarse en lo educativo, desde su representación del mundo y sus contextos materiales concretos.

Cada nivel de la Educación Básica e inicial, indígena y para población migrante tiene su Marco Curricular, consistente en la norma pedagógica, curricular y didáctica que hace visible, en los diferentes fascículos y distintos materiales de apoyo, los derechos educativos de niños, niñas y adolescentes indígenas y migrantes; la historia de la atención a esta población con visión en el presente y su prospectiva; las características y los fundamentos del servicio; sus aspectos propiamente curriculares, teniendo en cuenta

los aprendizajes esperados (como imprescindibles) y los enfoques pedagógicos: por competencias, la instrumentación positiva de relaciones interculturales, de atención pertinente al bi-plurilingüismo y la bi-alfabetización; filosóficos: de derechos inalienables, de inclusión en la diversidad, de respeto a las prácticas sociales y culturales; la planeación estratégica de escuelas y la didáctica; la metodología particular para aulas multigrado y unigrado, y el logro de competencias (SEP, 2011, p. 58).

En cuanto a las matemáticas, de manera explícita sólo se encuentra la siguiente referencia:

Recuperan la visión propia de los pueblos originarios en cuanto a la representación del mundo y sus conocimientos, y dejan ver cómo se vinculan con éstos las formas disciplinarias de agrupar los conocimientos, desde la visión escolar –basada en presupuestos científicos– que ha imperado hasta la actualidad. Por tanto, *abordan conocimientos filosóficos, científicos, matemáticos, lingüísticos, históricos, económicos y geográficos; valores y formas propias de aprender y enseñar*, entre otros, que definen su identidad, además de formas propias de aprender y enseñar (SEP, 2011, p. 59).

De aquí se puede inferir que hay un entramado entre los conocimientos matemáticos propios de la cultura, pero tomando los aprendizajes esperados como “imprescindibles”. En este sentido, el documento plantea que este marco detona “El desarrollo curricular y el enriquecimiento del Plan y los programas de estudio nacionales” (SEP, 2011, p. 60).

Sin embargo, al revisar el único cuaderno de trabajo que se encuentra disponible en la página del CONAFE, respecto a otros sistemas de numeración se plantea la siguiente actividad sobre los números egipcios (véase la figura 1.10). Llama la atención que no se planteen situaciones donde se retome alguno de los sistemas de numeración de los pueblos originarios que forman parte de la diversidad cultural del país, y que pueden aportar a reflexionar sobre formas propias de aprender y enseñar los sistemas de numeración y sus propiedades.

Otro aspecto que llama la atención es que este tema, el de los sistemas de numeración, está incluido sólo en una unidad cuyo nombre es “La división” y en ninguna actividad se aborda esta operación con el sistema en cuestión.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Con respecto al equilibrio entre la cantidad y la suficiencia de contenidos y el tiempo estimado para el logro del aprendizaje (aspecto i del criterio de *equidad*), las evidencias presentadas en la descripción del currículo vigente permiten inferir que, si se toman como elemento comparativo las horas dedicadas a matemáticas y la cantidad de temas, el tiempo es suficiente para los temas de los diferentes grados escolares.

En la tabla 1.13, a manera de contraste, se sintetiza el tiempo invertido por el total de contenidos, tomando como máximo las cinco sesiones que se señalan en el programa de estudios y la cantidad de horas dedicadas a matemáticas. Claro está, aquí no se toma en consideración el tiempo de evaluaciones periódicas, bimestrales, pruebas nacionales, actos escolares, etcétera, tiempo que debería restarse a lo propuesto en la tabla.

Figura 1.10. Ejemplo de una actividad con otros sistemas de numeración

EJERCICIO 7

Los números egipcios



 En este ejercicio vas a revisar cómo escribían los números los egipcios.



PRIMERA PARTE

Los números no siempre se han escrito como ustedes los conocen. En las diferentes culturas se han representado los números de otras maneras con otros símbolos y otras reglas.

1. Lean esta información para que puedan entender las tablas de los números egipcios de la página siguiente.



En la cultura egipcia se acostumbraba decorar los muros de los templos de los faraones con sucesos o cosas importantes de su vida.

Por ejemplo, en un muro aparece que en una batalla ganada por el faraón Hierkonópolis murieron 42 209 enemigos.

También aparece el número de hombres, cabras y bueyes capturados en esa batalla.

Otro dato que se encontró es que un faraón de Memphis tenía 121 200 palomas, 121 022 canarios, 11 110 gansos.

- Revisen los datos que están en las tres tablas que siguen para que sepan cuál es el valor de cada símbolo egipcio. Tomen en cuenta los datos que acaban de leer.

Fuente: CONAFE-DIE (2011c, p. 28).

Tabla 1.13. Ejercicio de contraste entre contenidos de cada grado, cinco sesiones de clase por contenido, y total de horas requeridas para terminar el programa

Grado	Total de contenidos	5 sesiones por contenido: horas anuales requeridas	Total de horas anuales de matemáticas
Primero	23	115	240
Segundo	27	135	240
Tercero	28	140	200
Cuarto	38	190	200
Quinto	39	195	200
Sexto	32	190	200

Se considera que hay elementos que determinan el equilibrio mencionado en este aspecto del criterio de equidad. Por ejemplo, la dificultad matemática de los temas no es la misma por el nivel de profundización, las características de los propios estudiantes y del contexto, y los aspectos que se mencionan en los propios contenidos, ya que encierran cuestiones conceptuales y procedimentales, que son mucho más sofisticadas desde el punto de vista matemático a nivel que el grado es mayor. Por lo tanto, no se puede concluir contundentemente que el tiempo es suficiente o insuficiente.

En el caso de las primarias comunitarias, se podría ver que hay una disminución significativa en términos de los contenidos que se abordan (véase la tabla 1.14). De hecho, no hay ningún tema de estadística y probabilidad, y la mayoría de los temas corresponden al eje de “Sentido numérico y pensamiento algebraico”. Estos materiales, por lo que aparece en la hoja legal, se hicieron en los noventa, aunque hubo una nueva edición en 2011.

Tabla 1.14. Comparativo entre la cantidad de contenidos del Programa de estudios de la SEP y los planteados en los libros de CONAFE-DIE

Grado	Total de contenidos, primaria	Total de contenidos, primaria comunitaria
Primero	23	
Segundo	27	12
Tercero	28	
Cuarto	38	10
Quinto	39	
Sexto	32	20

Con respecto a la factibilidad de recrear el currículo en modalidades educativas que atienden la diversidad cultural y condiciones específicas de distintos grupos poblacionales (aspecto ii del criterio de *equidad*), en la descripción general del plan de estudios y de los programas se hace alusión al reconocimiento de las diferentes modalidades educativas, comunidades, discapacidades cognitiva, física, mental o sensorial (visual o auditiva), o alumnos sobresalientes. Sin embargo, al revisar los programas de cada grado, estas recomendaciones no se ven plasmadas en las orientaciones didácticas para la planeación, el desarrollo de sesiones y las formas de evaluación, etcétera, cuestión que

contradice la afirmación respecto a que se “valora, protege y *desarrolla las culturas y sus visiones y conocimientos del mundo*, mismo que se incluyen en el desarrollo curricular” (SEP, 2011, p. 35). En suma, aunque en el plan de estudios se habla de hacer las adaptaciones correspondientes, no hay referencias específicas de qué hacer o cómo se hace en matemáticas.

En el caso de lo planteado en el CONAFE y el propio plan de estudios, donde se señala la vinculación de los aprendizajes escolares de la sociedad actual (aprendizajes esperados) y los de los pueblos y comunidades indígenas, así como de las comunidades migrantes (SEP, 2011, p. 57), no es clara dicha vinculación en los materiales consultados. Además, no se retoman los aprendizajes esperados de los programas para cada uno de los grados de la educación primaria. Por otro lado, lo relacionado con el análisis de la información no considera en los temas para las escuelas comunitarias, por tanto, los estudiantes de esta modalidad no lograrían lo que se plantea que deberían saber al final del tercer grado (nivel II del CONAFE), según lo planteado en el programa de estudios:

Al término del segundo periodo (tercero de primaria), los estudiantes saben resolver problemas aditivos con diferente estructura, utilizan los algoritmos convencionales, así como problemas multiplicativos simples. Saben calcular e interpretar medidas de longitud y tiempo, e identifican características particulares de figuras geométricas; *asimismo, leen información en pictogramas, gráficas de barras y otros portadores* (SEP, 2011d, p. 92).

En cuanto a los propósitos de la educación primaria, no se estarían logrando, por lo menos, los siguientes:

- Conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos de rectas, *así como del círculo, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera al realizar algunas construcciones* y calcular medidas.
- Usen e interpreten diversos códigos para orientarse en el espacio y ubicar objetos y lugares.
- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en imágenes, textos, tablas, gráficas de barras y otros portadores para comunicar información o responder preguntas planteadas por sí mismos u otros. Representen información mediante tablas y gráficas de barras (SEP, 2011g, p. 62).

Consistencia interna

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

A continuación se presentan análisis de los contenidos temáticos, de su estructura y organización interna, y de su articulación con preescolar y secundaria.

Respecto a los contenidos temáticos y su relación con los propósitos del programa de estudios vigente, se identificaron los contenidos que están vinculados directamente con cada uno de los propósitos del estudio de las matemáticas en educación básica (SEP, 2011g, p. 62).

La tabla 1.15 presenta la cantidad de contenidos temáticos por propósito.

Tabla 1.15. Relación entre la cantidad de contenidos temáticos y el propósito

Propósito	Contenidos temáticos	Grados que se abordan
Conozcan y usen las propiedades del sistema decimal de numeración [...]	55	Todos
Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas [...]	55	Todos
Conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos [...]	21*	Segundo a sexto
Usen e interpreten diversos códigos para orientarse en el espacio.	7	Quinto y sexto
Expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad [...]	9*	Cuarto a sexto
Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación [...]	11	Tercero a sexto
Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente [...]	10	Quinto y sexto
No se enmarcan en un propósito.	24	Todos

* Algunos contenidos se repiten, pues en ambos refieren a “medición”. No hay claridad en el significado de medición en el tercer propósito.

A continuación se presentan los contenidos de cada grado desagregados, según su correspondencia, con cada propósito específico.

Conozcan y usen las propiedades del sistema decimal de numeración para interpretar comunicar cantidades en distintas formas. Expliquen las similitudes y diferencias entre las propiedades del sistema decimal de numeración y las de otros sistemas, tanto posicionales como no posicionales (véase la tabla 1.16).

Tabla 1.16. Relación del primer propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos

Grado	Bloque	Contenido temático
Primero	I	<ul style="list-style-type: none"> Comparación de colecciones pequeñas con base en su cardinalidad. Expresión oral de la sucesión numérica, ascendente y descendente de 1 en 1, a partir de un número dado. Escritura de la sucesión numérica hasta el 30.
	II	<ul style="list-style-type: none"> Identificación y uso de los números ordinales para colocar objetos, o para indicar el lugar que ocupan dentro de una colección de hasta 10 elementos. Conocimiento del sistema monetario vigente (billetes, monedas, cambio).
	III	<ul style="list-style-type: none"> Conocimiento de la sucesión oral y escrita de números hasta el 100. Orden de los números de hasta dos cifras. Identificación de las regularidades de la sucesión numérica del 0 al 100 al organizarla en intervalos de 10.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen la determinación y el uso de relaciones entre los números (estar entre, uno más que, uno menos que, mitad de, doble de, 10 más que, etcétera). Resolución de problemas que permitan iniciar el análisis del valor posicional de números de hasta dos cifras. Resolver problemas que impliquen relaciones del tipo “más n” o “menos n”.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Descomposición de números de dos cifras como sumas de un sumando que se repite y algo más. Por ejemplo: $33 = 10 + 10 + 10 + 3$

Grado	Bloque	Contenido temático
Segundo	I	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de las características de hasta tres cifras que forman un número para compararlo con otros números. Elaboración de estrategias para facilitar el conteo de una colección numerosa (hacer agrupamientos de 10 en 10 o de 20 en 20).
	II	<ul style="list-style-type: none"> Producción de sucesiones orales y escritas, ascendentes y descendentes de 5 en 5, de 10 en 10. Identificación de la regularidad en sucesiones ascendentes con progresión aritmética, para intercalar o agregar números a la sucesión.
	III	<ul style="list-style-type: none"> Determinación del valor de las cifras en función de su posición en la escritura de un número. Orden y comparación de números hasta de tres cifras.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de algunas diferencias entre la numeración oral y la escrita con números de hasta tres cifras.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Escritura de números mediante descomposiciones aditivas en centenas, decenas y unidades. Producción de sucesiones orales y escritas, ascendentes y descendentes, de 100 en 100. Anticipaciones a partir de las regularidades.
Tercero	I	<ul style="list-style-type: none"> Uso de la descomposición de números en unidades, decenas, centenas y unidades de millar para resolver diversos problemas.
	II	<ul style="list-style-type: none"> Relación de la escritura de los números con cifras y su nombre, a través de su descomposición aditiva.
	III	<ul style="list-style-type: none"> Uso de fracciones del tipo $m/2^n$ (medios, cuartos, octavos, etcétera) para expresar oralmente y por escrito medidas diversas. Uso de fracciones del tipo $m/2^n$ (medios, cuartos, octavos, etcétera) para expresar oralmente y por escrito el resultado de repartos. Identificación de la regularidad en sucesiones con números, ascendentes o descendentes, con progresión aritmética para continuar la sucesión o encontrar términos faltantes.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de escrituras equivalentes (aditivas, mixtas) con fracciones. Comparación de fracciones en casos sencillos (con igual numerador o igual denominador).
	V	<ul style="list-style-type: none"> Elaboración e interpretación de representaciones gráficas de las fracciones. Reflexión acerca de la unidad de referencia.
Cuarto	I	<ul style="list-style-type: none"> Notación desarrollada de números naturales y decimales. Valor posicional de las cifras de un número. Resolución de problemas que impliquen particiones en tercios, quintos y sextos. Análisis de escrituras aditivas equivalentes y de fracciones mayores o menores que la unidad. Identificación de la regularidad en sucesiones compuestas con progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o averiguar si un término pertenece o no a la sucesión.
	II	<ul style="list-style-type: none"> Ubicación de números naturales en la recta numérica a partir de la posición de otros dos. Representación de fracciones de magnitudes continuas (longitudes, superficies de figuras). Identificación de la unidad, dada una fracción de la misma.
	III	<ul style="list-style-type: none"> Relación entre el nombre de los números (cientos, miles, etcétera) y su escritura con cifras. Orden y comparación de números naturales a partir de sus nombres o de su escritura con cifras utilizando los signos > (mayor que) y < (menor que). Descomposición de números naturales y decimales en expresiones aditivas, multiplicativas o mixtas. Identificación de fracciones equivalentes al resolver problemas de reparto y medición.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Uso de las fracciones para expresar partes de una colección. Cálculo del total conociendo una parte.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Obtención de fracciones equivalentes con base en la idea de multiplicar o dividir al numerador y al denominador por un mismo número natural. Expresiones equivalentes y cálculo del doble, mitad, cuádruple, triple, etcétera, de las fracciones más usuales ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, etcétera).
Quinto	II	<ul style="list-style-type: none"> Conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etcétera. Análisis de las relaciones entre la fracción y el todo. Análisis del significado de la parte decimal en medidas de uso común; por ejemplo, 2.3 metros, 2.3 horas.
	III	<ul style="list-style-type: none"> Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.



Grado	Bloque	Contenido temático
Quinto	IV	<ul style="list-style-type: none"> Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y algunos sistemas de numeración no posicionales, como el egipcio o el romano. Identificación de la regularidad en sucesiones con números (incluyendo números fraccionarios) que tengan progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y el sistema maya. Uso de la expresión n/m para representar el cociente de una medida entera (n) entre un número natural (m): 2 pasteles entre 3; 5 metros entre 4, etcétera. Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión.
Sexto	I	<ul style="list-style-type: none"> Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicación de los criterios de comparación.
	II	<ul style="list-style-type: none"> Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica en situaciones diversas. Por ejemplo, se quieren representar medios y la unidad está dividida en sextos, la unidad no está establecida, etcétera.
	III	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de una fracción o un decimal entre dos fracciones o decimales dados. Acercamiento a la propiedad de densidad de los racionales, en contraste con los números naturales. Determinación de múltiplos y divisores de números naturales. Análisis de regularidades al obtener los múltiplos de dos, tres y cinco.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa. Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Determinación de divisores o múltiplos comunes a varios números. Identificación, en casos sencillos, del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor. Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con figuras, que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales.
	VI	<ul style="list-style-type: none"> Escritura de números mediante descomposiciones aditivas en centenas, decenas y unidades. Producción de sucesiones orales y escritas, ascendentes y descendentes, de 100 en 100. Anticipaciones a partir de las regularidades.

Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y la resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos (véase la tabla 1.17).

Tabla 1.17. Relación del segundo propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos

Grado	Bloque	Contenido temático	
		Problemas aditivos	Problemas multiplicativos
Primero	I	<ul style="list-style-type: none"> Obtención del resultado de agregar o quitar elementos de una colección, juntar o separar colecciones, buscar lo que le falta a una cierta cantidad para llegar a otra, y avanzar o retroceder en una sucesión. 	
	II	<ul style="list-style-type: none"> Análisis de la información que se registra al resolver problemas de suma o resta. Expresión simbólica de las acciones realizadas al resolver problemas de suma y resta, usando los signos +, -, =. 	

Grado	Bloque	Contenido temático	
		Problemas aditivos	Problemas multiplicativos
Primero	III	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollo de procedimientos de cálculo mental de adiciones y sustracciones de dígitos. Resolución de problemas correspondientes a los significados de juntar, agregar o quitar. 	
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollo de recursos de cálculo mental para obtener resultados en una suma o sustracción: suma de dígitos, complementos a 10, restas de la forma 10 menos un dígito, etcétera. 	
	V	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de cálculos con números de dos cifras utilizando distintos procedimientos. Uso de resultados conocidos y propiedades de los números y las operaciones para resolver cálculos. 	
Segundo	I	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que involucren distintos significados de la adición y la sustracción (avanzar, comparar o retroceder). Construcción de un repertorio de resultados de sumas y restas que facilite el cálculo mental (descomposiciones aditivas de los números, complementos a 10, etcétera). 	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que involucren sumas iteradas o repartos mediante procedimientos diversos.
	II	<ul style="list-style-type: none"> Determinación de resultados de adiciones al utilizar descomposiciones aditivas, propiedades de las operaciones, y resultados memorizados previamente. Resolución de problemas de sustracción en situaciones correspondientes a distintos significados: complemento, diferencia. 	
	III	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que implican adiciones y sustracciones donde sea necesario determinar la cantidad inicial antes de aumentar o disminuir. Estudio y afirmación de un algoritmo para la adición de números de dos cifras. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas de multiplicación con factores menores o iguales a 10, mediante sumas repetidas. Explicitación de la multiplicación implícita en una suma repetida.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de sustracciones utilizando descomposiciones aditivas, propiedades de las operaciones o resultados memorizados previamente. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de distintos tipos de problemas de multiplicación (relación proporcional entre medidas, arreglos rectangulares). Distinción entre problemas aditivos y multiplicativos.
	V		<ul style="list-style-type: none"> Uso de estrategias para calcular mentalmente algunos productos de dígitos. Resolución de distintos tipos de problemas de división (reparto y agrupamiento) con divisores menores que 10, mediante distintos procedimientos.
Tercero	I	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollo de procedimientos mentales de resta de dígitos y múltiplos de 10 menos un dígito, etcétera, que faciliten los cálculos de operaciones más complejas. 	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollo de estrategias para el cálculo rápido de los productos de dígitos necesarios al resolver problemas u operaciones. Uso de caminos cortos para multiplicar dígitos por 10 o por sus múltiplos (20, 30, etcétera).
	II		<ul style="list-style-type: none"> Resolución de multiplicaciones cuyo producto sea hasta del orden de las centenas mediante diversos procedimientos (como suma de multiplicaciones parciales, multiplicaciones por 10, 20, 30, etcétera).



Grado	Bloque	Contenido temático	
		Problemas aditivos	Problemas multiplicativos
Tercero	III	<ul style="list-style-type: none"> Estimación del resultado de sumar o restar cantidades de hasta cuatro cifras, a partir de descomposiciones, redondeo de los números, etcétera. Determinación y afirmación de un algoritmo para la sustracción de números de dos cifras. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas de división (reparto y agrupamiento) mediante diversos procedimientos, en particular el recurso de la multiplicación.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen efectuar hasta tres operaciones de adición y sustracción. 	<ul style="list-style-type: none"> Identificación y uso de la división para resolver problemas multiplicativos, a partir de los procedimientos ya utilizados (suma, resta, multiplicación). Representación convencional de la división $a \div b = c$.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas sencillos de suma o resta de fracciones (medios, cuartos, octavos). 	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollo y ejercitación de un algoritmo para la división entre un dígito. Uso del repertorio multiplicativo para resolver divisiones (cuántas veces está contenido el divisor en el dividendo).
Cuarto	I	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de sumas o restas de números decimales en el contexto del dinero. Análisis de expresiones equivalentes. 	<ul style="list-style-type: none"> Exploración de distintos significados de la multiplicación (relación proporcional entre medidas, producto de medidas, combinatoria) y desarrollo de procedimientos para el cálculo mental o escrito.
	II	<ul style="list-style-type: none"> Uso del cálculo mental para resolver sumas o restas con números decimales. 	
	III	<ul style="list-style-type: none"> Resolución, con procedimientos informales, de sumas o restas de fracciones con diferente denominador en casos sencillos (medios, cuartos, tercios, etcétera). 	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollo de un algoritmo de multiplicación de números hasta de tres cifras por números de dos o tres cifras. Vinculación con los procedimientos puestos en práctica anteriormente, en particular, diversas descomposiciones de uno de los factores. Resolución de problemas en los que sea necesario relacionar operaciones de multiplicación y adición para darles respuesta.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de sumas o restas de números decimales en diversos contextos. 	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollo y ejercitación de un algoritmo para dividir números de hasta tres cifras entre un número de una o dos cifras.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Cálculo de complementos a los múltiplos o potencias de 10, mediante cálculo mental. 	<ul style="list-style-type: none"> Análisis del residuo en problemas de división que impliquen reparto.
Quinto	I	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro. 	<ul style="list-style-type: none"> Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales. Conocimiento y uso de las relaciones entre los elementos de la división de números naturales.
	II		<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen una división de números naturales con cociente decimal.
	III	<ul style="list-style-type: none"> Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación $r = D - (d \times c)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes. 	<ul style="list-style-type: none"> Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas.



Grado	Bloque	Contenido temático	
		Problemas aditivos	Problemas multiplicativos
Quinto	V		<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.
	I	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios, variando la estructura de los problemas. Estudio o reafirmación de los algoritmos convencionales. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales.
Sexto	II		<ul style="list-style-type: none"> Construcción de reglas prácticas para multiplicar rápidamente por 10, 100, 1000, etcétera.
	IV		<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión "a/b de n".
	V		<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen una división de número fraccionario o decimal entre un número natural.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Obtención del resultado de agregar o quitar elementos de una colección, juntar o separar colecciones, buscar lo que le falta a una cierta cantidad para llegar a otra, y avanzar o retroceder en una sucesión. 	

Conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos de rectas, así como de los círculos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, prismas, pirámides, conos, cilindros y esferas al realizar algunas construcciones y calcular medidas (véase la tabla 1.18).

Tabla 1.18. Relación del tercer propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos

Grado	Bloque	Contenido temático	
		Figuras y cuerpos	Medida
Segundo	I	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de semejanzas y diferencias entre composiciones geométricas. 	
	II	<ul style="list-style-type: none"> Identificación y descripción de las características de figuras por la forma de sus lados. 	
Tercero	I		<ul style="list-style-type: none"> Estimación de longitudes y su verificación usando la regla.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de ángulos como resultado de cambios de dirección. Obtención de ángulos de 90° y 45°, a través del doblado de papel. Reproducción de los ángulos en papel. 	

Grado	Bloque	Contenido temático	
		Figuras y cuerpos	Medida
Tercero	V		<ul style="list-style-type: none"> Trazo de segmentos a partir de una longitud dada.
	I	<ul style="list-style-type: none"> Representación plana de cuerpos vistos desde diferentes puntos de referencia. Clasificación de triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos. Identificación de cuadriláteros que se forman al unir dos triángulos. 	
		II	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de las caras de objetos y cuerpos geométricos, a partir de sus representaciones planas y viceversa.
III	<ul style="list-style-type: none"> Clasificación de cuadriláteros con base en sus características (lados, ángulos, diagonales, ejes de simetría, etcétera). 		
Quinto	I	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos. 	
	II	<ul style="list-style-type: none"> Localización y trazo de las alturas en diferentes triángulos. 	
	III	<ul style="list-style-type: none"> Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera). Análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas. 	
	V	<ul style="list-style-type: none"> Distinción entre círculo y circunferencia; su definición y diversas formas de trazo. Identificación de algunos elementos importantes como radio, diámetro y centro. 	
Sexto	I	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de los ejes de simetría de una figura (poligonal o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos. 	
	II	<ul style="list-style-type: none"> Definición y distinción entre prismas y pirámides; su clasificación, y la ubicación de sus alturas. 	
	III		<ul style="list-style-type: none"> Comparación del volumen de dos o más cuerpos, ya sea directamente o mediante una unidad intermediaria.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Anticipación y comprobación de configuraciones geométricas que permiten construir un cuerpo geométrico. 	
	V		<ul style="list-style-type: none"> Armado y desarmado de figuras en otras diferentes. Análisis y comparación del área y el perímetro de la figura original, y la que se obtuvo.

Usen e interpreten diversos códigos para orientarse en el espacio y ubicar objetos y lugares (véase la tabla 1.19).

Tabla 1.19. Relación del cuarto propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos

Grado	Bloque	Contenido temático
Quinto	I	Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias.
	II	Reproducción de figuras usando una cuadrícula en diferentes posiciones como sistema de referencia.
	III	Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.
	IV	Interpretación y descripción de la ubicación de objetos en el espacio, especificando dos o más puntos de referencia.
	V	Interpretación de sistemas de referencia distintos a las coordenadas cartesianas.
Sexto	I	Elección de un código para comunicar la ubicación de objetos en una cuadrícula. Establecimiento de códigos comunes para ubicar objetos.
	III	Representación gráfica de pares ordenados en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas cartesianas.

Expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad, para calcular perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares e irregulares (véase la tabla 1.20).

Tabla 1.20. Relación del quinto propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos

Grado	Bloque	Contenido temático
		Medida
Cuarto	II	Comparación de superficies mediante unidades de medida no convencionales (reticulados, cuadrados o triangulares, por recubrimiento de la superficie con una misma unidad no necesariamente cuadrada, etcétera).
	IV	Cálculo aproximado del perímetro y del área de figuras poligonales mediante diversos procedimientos, como reticulados, yuxtaponiendo los lados sobre una recta numérica, etcétera. Construcción y uso de las fórmulas para calcular el perímetro y el área del rectángulo.
	II	Construcción y uso de una fórmula para calcular el área de paralelogramos (rombo y romboide).
	III	Construcción y uso de una fórmula para calcular el área del triángulo y el trapecio.
	IV	Construcción y uso de una fórmula para calcular el perímetro de polígonos, ya sea como resultado de la suma de lados o como producto.
Sexto	III	Comparación del volumen de dos o más cuerpos, ya sea directamente o mediante una unidad intermedia.
	IV	Cálculo de la longitud de una circunferencia mediante diversos procedimientos.
	V	Armado y desarmado de figuras en otras diferentes. Análisis y comparación del área y el perímetro de la figura original y la que se obtuvo.

Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en imágenes, textos, tablas, gráficas de barras y otros portadores para comunicar información o para responder preguntas planteadas por sí mismos o por otros. Representen información mediante tablas y gráficas de barras (véase la tabla 1.21).

Tabla 1.21. Relación del sexto propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos

Grado	Bloque	Contenido temático
Tercero	I	Representación e interpretación en tablas de doble entrada, o pictogramas de datos cuantitativos o cualitativos recolectados en el entorno.
	II	Lectura de información contenida en gráficas de barras.
	III	Resolución de problemas en los cuales es necesario extraer información explícita de diversos portadores.
Cuarto	I	Lectura de información explícita o implícita contenida en distintos portadores dirigidos a un público en particular.
	III	Resolución de problemas en los cuales es necesario extraer información de tablas o gráficas de barras.
	V	Identificación y análisis de la utilidad del dato más frecuente de un conjunto de datos (moda).
Quinto	IV	Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.
	V	Cálculo de la media (promedio). Análisis de su pertinencia respecto a la moda como dato representativo en situaciones diversas.
Sexto	I	Lectura de datos contenidos en tablas y gráficas circulares, para responder diversos cuestionamientos.
	II	Lectura de datos, explícitos o implícitos, contenidos en diversos portadores para responder preguntas.
	III	Uso de la media (promedio), la mediana y la moda en la resolución de problemas.

Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, calculen valores faltantes y porcentajes, y apliquen el factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos (véase la tabla 1.22).

Tabla 1.22. Relación del séptimo propósito de la educación primaria y los contenidos temáticos

Grado	Bloque	Contenido temático
Quinto	I	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).
	II	Identificación y aplicación del factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.
	III	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).
	V	Relación del tanto por ciento con la expresión “n de cada 100”. Relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, respectivamente.



Grado	Bloque	Contenido temático
Sexto	I	Cálculo del tanto por ciento de cantidades mediante diversos procedimientos (aplicación de la correspondencia "por cada 100, n", aplicación de una fracción común o decimal, uso de 10% como base).
	II	Resolución, mediante diferentes procedimientos, de problemas que impliquen la noción de porcentaje: aplicación de porcentajes, determinación, en casos sencillos, del porcentaje que representa una cantidad (10%, 20%, 50%, 75%); aplicación de porcentajes mayores que 100%.
	III	Comparación de razones en casos simples.
	IV	Comparación de razones del tipo "por cada n, m", mediante diversos procedimientos y, en casos sencillos, expresión del valor de la razón mediante un número de veces, una fracción o un porcentaje.
	V	Resolución de problemas de comparación de razones, con base en la equivalencia.
	VI	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

A continuación, en la tabla 1.23, se enlistan los contenidos que quedan sin identificarse con un propósito particular en la educación primaria:

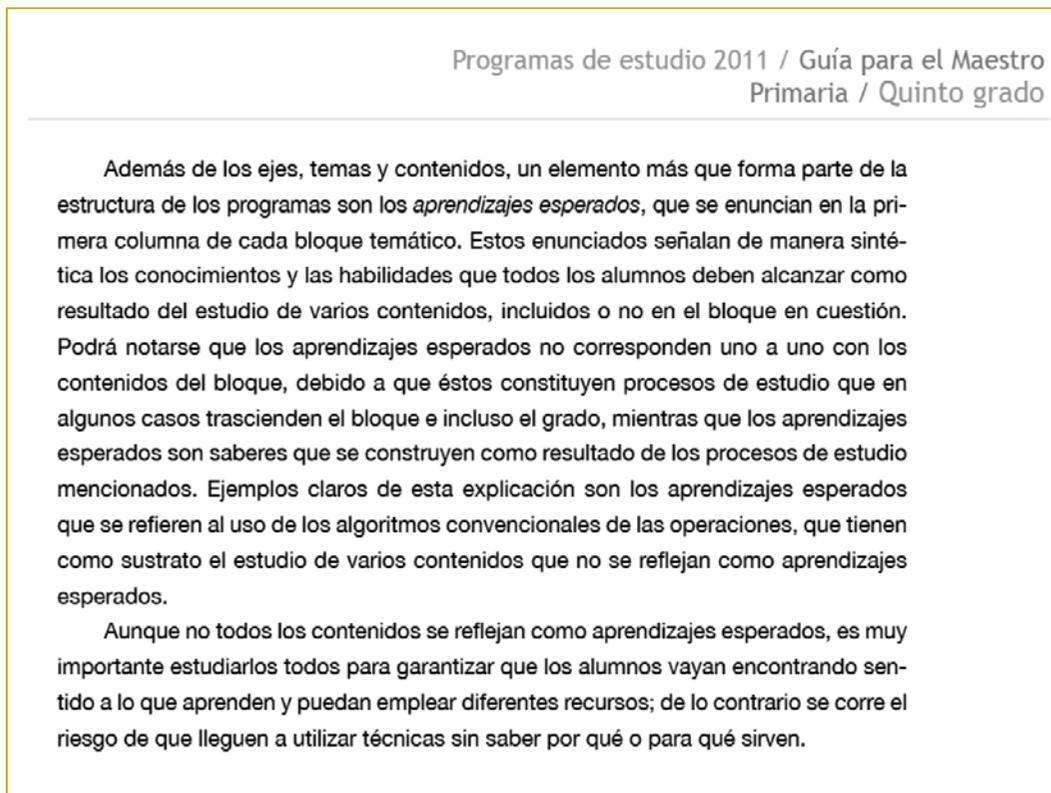
Tabla 1.23. Relación de contenidos temáticos sin identificar en un propósito específico de la educación primaria

Grado	Bloque	Contenido temático	
		Números y sistemas de numeración	Medida
Primero	I	<ul style="list-style-type: none"> Identificación y descripción del patrón en sucesiones construidas con objetos o figuras simples. 	<ul style="list-style-type: none"> Registro de actividades realizadas en un espacio de tiempo determinado.
	III		<ul style="list-style-type: none"> Comparación y orden entre longitudes, directamente, a ojo o mediante un intermediario.
	IV		<ul style="list-style-type: none"> Medición de longitudes con unidades arbitrarias.
Segundo	I		<ul style="list-style-type: none"> Comparación entre el tiempo para realizar dos o más actividades. Medición del tiempo de una actividad con diferentes unidades arbitrarias.
	II	<ul style="list-style-type: none"> Identificación y descripción del patrón en sucesiones construidas con figuras compuestas. 	
	V		<ul style="list-style-type: none"> Análisis y uso del calendario (meses, semanas, días).
Tercero	I		<ul style="list-style-type: none"> Lectura y uso del reloj para verificar estimaciones de tiempo. Comparación del tiempo con base en diversas actividades.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de la regularidad en sucesiones con figuras, con progresión aritmética, para continuar la sucesión o encontrar términos faltantes. 	
	V		<ul style="list-style-type: none"> Comparación, por tanteo, del peso de los objetos, y comprobación en una balanza de platillos.

Grado	Bloque	Contenido temático	
		Números y sistemas de numeración	Medida
Cuarto	I		<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas vinculados al uso del reloj y del calendario.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Identificación del patrón en una sucesión de figuras compuestas, hasta con dos variables. 	<ul style="list-style-type: none"> Construcción y uso del m², el dm² y el cm².
	V	<ul style="list-style-type: none"> Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con figuras, las cuales representan progresiones geométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> Estimación de la capacidad que tiene un recipiente y comprobación mediante el uso de otro recipiente que sirva como unidad de medida.
Quinto	I		<ul style="list-style-type: none"> Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: el litro, el mililitro, el gramo, el kilogramo y la tonelada. Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo.
	III		<ul style="list-style-type: none"> Identificación de múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y las medidas agrarias.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de la regularidad en sucesiones con números (incluyendo números fraccionarios) que tengan progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas en que sea necesaria la conversión entre los múltiplos y submúltiplos del metro, del litro y del kilogramo.
	V	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión. 	
Sexto	I		<ul style="list-style-type: none"> Cálculo de distancias reales a través de la medición aproximada de un punto a otro en un mapa.
	III		<ul style="list-style-type: none"> Relación entre unidades del Sistema Internacional de Medidas y las unidades más comunes del Sistema Inglés.
	IV	<ul style="list-style-type: none"> Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con números (naturales, fraccionarios o decimales) que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales. Construcción de sucesiones a partir de la regularidad. 	

En esta propuesta curricular se habla de aprendizajes esperados y de propósitos y no de objetivos del estudio de las matemáticas, como en reformas curriculares anteriores. Al respecto, en los programas se clarifica que estos engloban conocimientos y habilidades que los alumnos deben obtener al abordar uno o varios contenidos, como se muestra en la figura 1.11. En el primer párrafo se explicita, por ejemplo, que no hay una correspondencia uno a uno entre los aprendizajes esperados y los contenidos temáticos. Más bien, que al finalizar dicho bloque los alumnos deben haber logrado esos aprendizajes como resultado del trabajo con contenidos previos y todos o algunos de dicho bloque.

Figura 1.11. Conceptualización de aprendizaje esperado



Fuente: SEP (2011f, p. 76).

A partir de la información mostrada en la figura anterior, se podría inferir por qué hay contenidos que no guardan relación con el aprendizaje esperado al que se hace mención. En la figura 1.12 se muestra lo que el programa de estudios de quinto grado plantea para el bloque I. Al interpretar el contenido de esta figura, se evidencia por un lado la incoherencia “aparente” de los contenidos con el aprendizaje esperado, y, por otro lado, la lógica de organización de contenidos.

En el documento se plantea:

A lo largo de los cinco bloques que comprende cada programa, los contenidos se organizaron de tal manera que los alumnos vayan accediendo a ideas y recursos matemáticos cada vez más complejos, a la vez *que puedan relacionar lo que ya saben con lo que están por aprender*. Sin embargo, es probable que haya otros criterios para establecer la secuenciación y, por lo tanto, no se trata de un orden rígido.

Como se observa a continuación, en algunos bloques se incluyen contenidos de los tres ejes. Esto tiene dos finalidades importantes; la primera, *que los temas se estudien simultáneamente a lo largo del curso, evitando así que algunos temas sólo aparezcan al final del programa*, con alta probabilidad de que no se estudien. La segunda es que *pueda vincularse el estudio de temas que corresponden a diferentes ejes, para lograr que los alumnos tengan una visión global de la matemática* (SEP, 2011f, p. 75).

Figura 1.12. Ejemplo de la presentación de un bloque y su desagregación en competencias, aprendizaje esperado, eje y contenidos

Bloque I			
COMPETENCIAS QUE SE FAVORECEN: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
APRENDIZAJES ESPERADOS	EJES		
	SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	MANEJO DE LA INFORMACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> Identifica rectas paralelas, perpendiculares y secantes, así como ángulos agudos, rectos y obtusos. 	<p>PROBLEMAS ADITIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro. <p>PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales. Conocimiento y uso de las relaciones entre los elementos de la división de números naturales. 	<p>FIGURAS Y CUERPOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos. <p>UBICACIÓN ESPACIAL</p> <ul style="list-style-type: none"> Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias. <p>MEDIDA</p> <ul style="list-style-type: none"> Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: el litro, el mililitro, el gramo, el kilogramo y la tonelada. Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo. 	<p>PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

Fuente: SEP (2011f, p. 75).

Si bien en el documento (SEP, 2011f, p. 75) se habla de generar una visión global de las matemáticas, también se corre el peligro de que el alumno perciba las matemáticas como una serie de temas inconexos entre sí, dada la cantidad de contenidos a cubrir en un solo bloque y el gran número de temas a tratar entre dos contenidos relacionados.

Por otro lado, una de las consecuencias de la gran cantidad de elementos del programa es que la consistencia interna y la articulación entre estos elementos puede comprometerse y presentar inconsistencias. Por ejemplo, en un mismo programa se encontraron divergencias en la manera de nombrar los temas en el primer apartado –programas de estudio– y en la guía para el maestro, pues se hace mención a un tema que no corresponde a los enlistados al inicio del programa. El tema es problemas aditivos, y aquí se menciona “Resolución de problemas numéricos” (SEP, 2011e, p. 362). Lo mismo sucede con las competencias matemáticas. En este caso, la primera se asocia con el contenido específico, no con los procesos como se han mencionado al inicio del documento (véanse las figuras 1.13, 1.14 y 1.16).

Respecto a la evaluación, se le dan ideas al profesor en las orientaciones pedagógicas y didácticas. Si bien en el documento se hace énfasis en la diversidad de evaluación (diagnóstica, formativa y sumativa), en las orientaciones no hay sugerencias explícitas al respecto. A continuación se presentan dos ejemplos, uno para quinto y otro para primero. Se presenta primero el tema, a fin de contextualizar la situación, y luego se muestra la sugerencia de la evaluación. El primer ejemplo se muestra en la figura 1.14.

Figura 1.13. Ejemplo de inconsistencia en el nombre de un tema en la guía para el maestro, cuarto grado



APRENDIZAJES ESPERADOS	ESTÁNDARES	CONTENIDO DISCIPLINAR
BLOQUE II		
Identifica fracciones de magnitudes continuas o determina qué fracción de una magnitud es una parte dada.	Resolver problemas de suma y resta utilizando los diferentes aspectos de estas operaciones, por ejemplo, la adición como una combinación de conjuntos o un incremento y la resta como sustracción que marca la diferencia.	Representación de fracciones de magnitudes continuas (superficies de figuras). Identificación de la unidad, dada una fracción de la misma.
Eje:	Sentido numérico y pensamiento algebraico.	
Tema:	Resolución de problemas numéricos.	
Competencias matemáticas:	Resolver problemas que implican la comparación de fracciones en situaciones de medición y división, mediante diversos procedimientos, Validar procedimientos y resultados, Comunicar información matemática, Manejar técnicas eficientemente.	
Competencias en Habilidades Digitales	Comunicación y colaboración Investigación y manejo de información	

Fuente: SEP (2011e, p. 75).

Después de varias fases de desarrollo de la actividad, las sugerencias para la evaluación son las que se muestran en la figura 1.15.

Para el caso de primero de primaria, en la figura 1.16 se presenta el aprendizaje esperado, y en la figura 17, las sugerencias para la evaluación:

Figura 1.14. Ejemplo de la información previa a una orientación didáctica

Ejemplo 2 Bloque V. Problemas que implican multiplicar números decimales por números naturales, en el contexto de la práctica de reducir, reusar y reciclar materiales, para contribuir al cuidado del medio ambiente.

Aprendizajes esperados	Estándares	Contenido disciplinar
Bloque IV		
Resuelve problemas que implican multiplicar números decimales por números naturales.	Solucionar problemas que involucran más de una etapa.	Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.
<p>Eje: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Manejo de la información. Tema: Resolución de problemas numéricos. Competencias matemáticas: Resolver problemas de manera autónoma, Validar procedimientos y resultados, Comunicar información matemática, Manejar técnicas eficientemente.</p>		

Fuente: SEP (2011e, p. 358).

Figura 1.15. Ejemplo de las recomendaciones para la evaluación

Orientaciones didácticas

En esta etapa los alumnos manifiestan de manera explícita, aunque sin una denominación teórica, que las cantidades de la tabla, se obtienen al multiplicar la otra por algún número, llamado factor de proporcionalidad. Reconocen además, a la relación $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ como una igualdad entre dos razones (una proporción).

Orientaciones para la evaluación

La evaluación a lo largo de la situación se basa en:

- La interpretación del problema
- El paso (o tránsito) adecuado de la interpretación del problema al proceso de solución.
- Reconocen a la relación $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ como una igualdad entre dos razones (una proporción).
- Identifican el coeficiente de proporcionalidad.
- La forma en cómo controlan sus resultados, de cómo comunican sus ideas, expone razones, discute con sus compañeros.

Fuente: SEP (2011e, p. 363).

Figura 1.16. Ejemplo de la presentación del contenido

APRENDIZAJES ESPERADOS	ESTÁNDARES	CONTENIDO DISCIPLINAR
BLOQUE III		
Mide y compara longitudes directamente, a ojo o mediante un intermediario	Resolver problemas utilizando unidades no convencionales de longitud, masa y capacidad.	Comparación y orden entre longitudes, directamente, a ojo o mediante un intermediario.
<p>Eje: Sentido numérico y pensamiento algebraico Tema: Objetos unidimensionales y bidimensionales y personas. Competencias matemáticas: Resolver problemas basados en transformaciones geométricas básicas, Validar procedimientos y resultados, Manejar técnicas eficientemente.</p>		

Fuente: SEP (2011b, p. 312).

Figura 1.17. Otro ejemplo de las recomendaciones para la evaluación

Orientaciones didácticas. En esta etapa los alumnos manifiestan de manera explícita al validar sus conjeturas, aunque sin una denominación teórica, algunas propiedades de los objetos al establecer relaciones entre ellos, así como de su relación en tamaño con las personas.

Orientaciones para la evaluación. La evaluación a lo largo de la situación se basa en:

- Las relaciones que establecen entre el tamaño de las personas y la longitud de los objetos a partir de la estimación.
- Las razones que exponen sobre las ventajas y desventajas del uso de determinada estrategia para estimar la magnitud del objeto de estudio.
- La forma en cómo comunica sus ideas, expone razones y discute con sus compañeros.

Fuente: SEP (2011b, p. 313).

A partir de los ejemplos anteriores, se da evidencia de que las recomendaciones para la evaluación son muy generales y el profesor tiene la libertad para crear sus propias estrategias y actividades de evaluación tanto diagnóstica y formativa como sumativa, tipos de evaluación que se mencionan en este documento. En particular se les señala que:

se evalúa gradualmente la pertinencia del lenguaje y las herramientas para explicar y argumentar los resultados obtenidos en cada fase. En cada uno de los ejemplos que se han trabajado se hacen acotaciones particulares sobre la evaluación.

Durante un ciclo escolar el docente realiza diversos tipos de evaluaciones: diagnósticas, para conocer los saberes previos de sus alumnos; formativas, durante el proceso de aprendizaje, para valorar los avances, y sumativas, con el fin de tomar decisiones relacionadas con la acreditación de sus alumnos (SEP, 2011b, p. 305).

En los ejemplos anteriores de evaluación (figuras 1.15 y 1.17) no se logró identificar la presencia explícita de alguno de los tres tipos de evaluación a los que se hace referencia en el documento.

Respecto a la consistencia y coherencia que guardan entre sí los contenidos matemáticos en primaria, se presentan a continuación los resultados del análisis de la estructura de los mismos:

- Los números ordinales solamente se trabajan del 1 hasta el 10 en el bloque II de primer grado, y no se introducen más adelante.
- En el eje de sentido numérico y pensamiento algebraico se hace referencia a la recta numérica hasta cuarto grado en el bloque II, cuando puede ser una herramienta que resulta muy útil para la representación y la comparación de números que se puede utilizar desde grados anteriores con los estudiantes. La recta numérica se puede pensar como un elemento manipulativo para representar números. Es una ayuda visual que alude al procesamiento espacial, para vincularlo con el procesamiento numérico (Fias y Fischer, 2005).
- El análisis del sistema de numeración romano se lleva a cabo hasta quinto grado en el bloque IV, a pesar de que los estudiantes se encuentran con números romanos desde antes en otros contextos.
- La noción de múltiplo se introduce a los estudiantes hasta el bloque III de sexto grado, no obstante, los estudiantes requieren del uso de este concepto desde antes para la suma y la resta de fracciones con distintos denominadores en los cuales uno de ellos es múltiplo del otro, y que se estudia desde cuarto grado en el bloque III y en quinto grado en el bloque I. Para cuando llegan a sexto, los alumnos ya han trabajado antes con la idea de múltiplo, por lo que valdría la pena introducir métodos más eficientes para obtener el mínimo común múltiplo a partir de la descomposición en factores primos, y no esperar hasta primer grado de secundaria para explorar el tema.
- La investigación de patrones se lleva a cabo con sucesiones numéricas y de figuras a lo largo de toda la primaria, pero no se explora en otros contextos, más que en la identificación de regularidades de la sucesión numérica del 1 al 100 en primero de primaria y en el análisis de múltiplos de 2, 3 y 5 (antecedente de los criterios de divisibilidad que se estudian en primero de secundaria).
- Para trabajar el contenido de segundo grado en el bloque III, resolución de problemas que implican adiciones y sustracciones donde sea necesario determinar la cantidad inicial antes de aumentar o disminuir, es necesario haber trabajado ya la relación entre la suma y la resta (cuestión que no aparece en ninguna parte del plan de estudios).
- El contenido de tercer grado bloque III, que se refiere a la determinación y la afirmación de un algoritmo para la sustracción de números de dos cifras, es inadecuado, ya que para este momento los alumnos en tercero ya manejan cantidades hasta unidades de millar.
- En tercero de primaria se trabajan fracciones con medios, cuartos, octavos, etcétera. Valdría la pena trabajar fracciones decimales con los alumnos antes de introducir la idea de números decimales de esta manera podría ser mucho más natural establecer la relación entre las dos representaciones (decimal y fraccionaria) de una misma cantidad.

- En el plan de estudios se trabaja estimación por redondeo en tercer grado para números enteros, pero después no se introducen nociones como estimar, truncar, etcétera, en el trabajo con números decimales.
- El trabajo con círculo y circunferencia se realiza hasta quinto de primaria, lo cual establece una dificultad para hablar de medición de ángulos. Si bien, el trabajo con ángulos inicia como una de las características para la clasificación y la diferenciación de figuras planas, en cuarto de primaria se menciona la medición de ángulos usando el transportador y la idea de grado. Comprender estas ideas, más allá del uso de este instrumento, involucra trabajo con giros, sentido espacial y el círculo (Clements y Samara, 2003a). Entonces, los alumnos deberían trazar círculos y estar familiarizados con ellos antes de hablar de la medición de ángulos.
- No se trabaja el concepto de área superficial de un cuerpo geométrico.
- El trabajo con figuras geométricas es limitado. Es limitado en el sentido de que se trabajan construcciones, características y, por lo tanto, identificación, pero en ningún momento se trabaja con aspectos como la translación, la reflexión, la rotación, etcétera, que se vinculan con el desarrollo de procesos centrales del pensamiento geométrico: visualización y razonamiento.
- El tema de sentido espacial sólo se aborda en quinto de primaria y está vinculado al plano cartesiano. Cabe señalar que este tema tiene relevancia en el sentido de poder establecer relaciones con el espacio y el sentido de uno o más puntos de referencia.
- Una de las competencias está vinculada con ir llevando progresivamente a los estudiantes hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal. En particular se señala que:

Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal (SEP, 2011b, p. 79).

Sin embargo, a partir de cómo están propuestos los propios contenidos temáticos no se evidencia claramente el desarrollo de habilidades como exploración para establecer conjeturas, explicaciones, argumentaciones, pruebas y, posteriormente, en secundaria, trabajar con demostraciones matemáticas. La geometría es precisamente una de las disciplinas que fortalecen a el desarrollo diferentes tipos de razonamiento (inductivo, deductivo, abductivo), empero, se identifica que más bien está centrada en conocer los nombres, entender las propiedades y hacer construcciones, más no en el descubrimiento de dichas propiedades y la explicación geométrica de los pasos que hacen que dichas construcciones sean posibles, únicas o no.

Faltaría, entonces, contrastar los contenidos temáticos con los propios materiales desarrollados a partir de estos programas, es decir indagar, cómo es que se da cumplimiento al primer propósito de la educación básica: “Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, así como elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos” (SEP, 2011b, p. 69).

Respecto a la consistencia interna longitudinal entre niveles consecutivos, a continuación se adelantan algunas ideas que se pueden explorar tanto con preescolar como con secundaria, con respecto a la transición de un nivel al otro. El tema específico de la articulación entre niveles educativos se discute con más profundidad en el apartado final del presente estudio.

Preescolar

- Se ha observado que muchos alumnos llegan a primaria sabiendo contar hasta el 100, y generalmente las maestras toman el primer bimestre de primero como un repaso más que como un bimestre en el que los alumnos aprendan algo nuevo con respecto al tema de numeración.
- Otra situación que se identifica es el algoritmo vertical de la suma. Si bien los primeros bimestres del plan de estudios de primer grado se centra en el desarrollo del significado de suma y resta, muchos alumnos terminan el preescolar ya sabiendo el algoritmo vertical de la suma, sin embargo, no se define el momento en que será más propio enseñarlo y por qué.

Secundaria

- Hay contenidos de secundaria que se requieren para resolver problemas en primaria, por ejemplo: el trabajo con mínimo común múltiplo y máximo común divisor, y problemas de valor faltante en situaciones de proporcionalidad directa.

Por otra parte, hay contenidos que se terminan enseñando en primaria, aunque en realidad pertenecen a secundaria, por ejemplo: la división de fracciones, y la conversión de fracciones a decimales y viceversa. Esto último podría deberse a que no queda claro, a partir de la lectura del contenido, hasta dónde se debe llegar en sexto grado en cuanto a profundidad del tema y qué se debe dejar hasta secundaria.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio y comentarios para el análisis

A partir de lo descrito a lo largo de este apartado se encuentra que hay mucha terminología, y su uso dentro del propio programa es confuso para los usuarios del currículo. Por ejemplo, como se ha mencionado en apartados anteriores, la articulación no se logra a lo largo de los programas. Entonces, el profesor debe articular y lograr cumplir con muchas expectativas (expresadas en propósitos —de educación primaria y para la educación básica—, estándares curriculares para matemáticas, competencias matemáticas, aprendizajes esperados, contenidos temáticos, habilidades digitales) tanto disciplinares como transversales a los contenidos.

El profesor requiere apropiarse del enfoque didáctico y de una metodología que pauten su intervención en el aula, esto es:

No se trata que el docente busque las explicaciones más sencillas y amenas, sino de que analice y proponga problemas interesantes, debidamente articulados, para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces (SEP, 2011f, p. 68).

Sin embargo, en algunos ejemplos no queda claro cómo los alumnos recuperan lo que saben, y en qué debe fijarse el docente para que, a partir de los problemas interesantes que se proponen, se logren avances a razonamientos más eficaces.

En la comparación que se hizo entre los propósitos y los contenidos, se encontró que hay desequilibrio, y por tanto mayor énfasis en unos ejes que en otros, y eso podría dar el mensaje de que es más importante desarrollar un eje en detrimento de los otros. Además, dichos propósitos no engloban o enmarcan lo que se abarca en primaria, pues como se mostró en la tabla 1.23 de este documento, hay contenidos que no pueden identificarse con alguno de los propósitos de la primaria. Más aún, en algunos la redacción es poco clara, por ejemplo, la medición a la que se refiere en uno de los propósitos incluye al perímetro y al área ("Conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos de rectas, así como del círculo, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera al realizar algunas construcciones y *calcular medidas*"), y luego se menciona en otro: "Expresen e interpreten *medidas* con distintos tipos de unidad, para calcular perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares e irregulares".

Sobre las competencias, no es claro cómo se logra desarrollar su papel, pues aparecen en todos los bloques, en los ejemplos de los contenidos disciplinares, pero no se le señalan al profesor recomendaciones de qué actividad apoya al desarrollo de qué competencia específica.

Los aprendizajes esperados y la relación con los temas a desarrollar es confusa. Si bien en el documento se señala que se van desarrollando a lo largo de todo el currículo, y que no hay una correspondencia con todos los temas, al momento de leer la propuesta de los bloques es desconcertante. Faltaría ver la correspondencia de todos los aprendizajes esperados, los contenidos que van aportando a dicho aprendizaje y durante cuánto tiempo se van abordando en el programa, así como la relación entre los distintos aprendizajes que den cuenta de un currículo armonioso. Esto es, poder identificar relaciones claras y globales entre aquellos contenidos de un mismo eje y entre ejes; la profundización y en qué sentido se va ampliando el conocimiento; los contenidos que tienen relaciones localmente, en el interior de un eje o de un tema, así como poder identificar en la redacción de un aprendizaje esperado y contenido ese vínculo entre conocimiento disciplinar, habilidad y valores a desarrollar.

En cuanto a la redacción y la segmentación de contenidos, quizá se podrían mejorar estos aspectos. Por ejemplo, para el caso de tercer grado se plantean los siguientes dos contenidos:

Uso de fracciones del tipo $m/2^n$ (medios, cuartos, octavos, etcétera) para expresar oralmente y por escrito medidas diversas.

Uso de fracciones del tipo $m/2^n$ (medios, cuartos, octavos, etcétera) para expresar oralmente y por escrito el resultado de repartos.

Quizás podría ser planteado como:

Uso de fracciones con denominador 2, 4 y 8 para expresar relaciones parte-todo, medidas y resultados de repartos.

Aspectos que se identificaron en la revisión y que requieren un análisis más cuidadoso son:

- Aparecen contenidos vinculados con sucesiones numéricas y geométricas, patrones y generalización, mas no se logra identificar la secuencia y articulación a lo largo de la primaria.

- Si bien el programa se inclina hacia la resolución de problemas, en ningún momento se detalla una evolución de la enseñanza de estrategias para la resolución de problemas. Esto se compara más adelante con el currículo de Corea del Sur, en el cual uno de los ejes se refiere precisamente a la enseñanza de estrategias para la resolución de problemas.
- Se considera que hace falta hacer visible a los profesores una conexión entre contenidos, así como la relación entre los conocimientos previos de los alumnos a partir de lo visto en grados anteriores y con los nuevos conocimientos. Por tanto, se podría tener una síntesis de los contenidos de toda la educación básica en el mismo documento de programas y en el plan de estudios.

Aceptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

Este criterio hace referencia a la apropiación del currículo por parte de los usuarios, hecho que involucra el tipo del lenguaje utilizado para hacerlo comprensible. En los ejemplos que se han mostrado y comentado en apartados anteriores se dan evidencias de los elementos que se relacionan con este criterio, empero, se sintetizarán estos aspectos.

- La organización en términos de campos formativos, estándares matemáticos, temas, competencias, aprendizajes esperados, ejes y contenidos temáticos es compleja.
- La redacción de los propósitos de la educación básica y los de la educación primaria comunican aspectos diferentes. Los primeros en términos de procesos/competencias, y los segundos, de contenidos temáticos.
- Hay inconsistencia entre contenidos y propósitos de educación primaria. Se identificaron contenidos que no están incluidos en los propósitos enunciados.
- No hay suficiente relación entre aprendizajes esperados y la organización en bloques.
- La redacción de contenidos no es clara en términos de profundidad para abordar los contenidos.
- La presentación de los contenidos siempre sigue el mismo orden de los ejes.
- En el documento de cada grado se incluyen únicamente los contenidos de su grado y no hay un panorama respecto a la educación primaria y su articulación con primaria y secundaria.
- En el programa y la guía para el docente hace falta considerar alumnos de escuelas comunitarias, indígenas y estudiantes con capacidades diferentes.
- Todas las competencias se abordan en todos los bloques, ejes y contenidos.
- El papel de las herramientas tecnológicas para el aprendizaje de las matemáticas no es claro. Las sugerencias donde se muestra cómo usarlas no coinciden con la descripción en el propio plan de estudios.
- Los ejemplos utilizados para ilustrar el enfoque didáctico no toman en cuenta los contenidos del grado escolar del programa que se presenta.
- Hay inconsistencias en el uso de terminología en la presentación del programa y la guía para el profesor.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio y comentarios para el análisis

Para lograr con éxito la implementación del plan de estudios, se requiere que los maestros sean capaces de centrar la enseñanza en el estudiante, buscando generar los ambientes de aprendizaje adecuados para desarrollar la comunicación, la colaboración y, en general, todas las interacciones que posibiliten el aprendizaje, incluido el uso de recursos tecnológicos. Además, el docente debe favorecer el desarrollo de competencias, es decir, la capacidad de responder a diferentes situaciones,

que implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento matemático), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes), el logro de los estándares curriculares (aquello que los alumnos demostrarán al concluir un periodo escolar) y los aprendizajes esperados (definen lo que se espera de cada alumno en términos de saber, saber hacer y saber ser).

En este sentido, consideramos que, más allá del lenguaje utilizado en el desarrollo del currículo, éste exige una fuerte demanda por parte de los docentes de primaria, ya que deben hacer frente a una forma diferente de enseñar matemáticas de la que posiblemente aprendieron en su preparación. El enfoque didáctico está centrado en el trabajo con situaciones problemáticas para abordar los contenidos específicos. Y por lo tanto, más allá de interpretar el lenguaje de un contenido particular, hace falta hacer un estudio centrado en la implementación del currículo, y atender cuestiones como: ¿son las orientaciones didácticas, así como los ejemplos de situaciones de aprendizaje puestos en el programa suficientes para orientar de manera conveniente al docente en el diseño de una secuencia de aprendizaje adecuada y que atienda a todo lo anterior como para que el estudiante logre no sólo comprender la idea matemática involucrada en dicho contenido, sino que, además, verdaderamente se encamine hacia el logro de los aprendizajes esperados y competencias, y sea capaz de alcanzar las expectativas de logro para el nivel en el que se encuentra?

Con respecto a la redacción de los contenidos, tomaremos un ejemplo de los contenidos de primero de primaria para ilustrar una falta de claridad en el alcance y la profundidad que debe tener el trabajo a llevar a cabo al abordar cada uno de ellos.

En el Bloque I de primero de primaria, dentro del eje de *Forma, espacio y medida*, se encuentra el contenido siguiente: "Registro de actividades realizadas en un espacio de tiempo determinado" (SEP, 2011a, p. 84). Con respecto a dicho contenido, surge una serie de preguntas:

- ¿A qué tipo de registro se refiere, es decir, serán válidos registros pictóricos, listas, tablas, etcétera?
- ¿Cuáles serán los intervalos de tiempo adecuados a utilizar en este momento?
- ¿Existirá algún otro contenido más adelante que haga referencia a registrar actividades realizadas en un periodo de tiempo, como para guiar las acciones a llevar a cabo en este momento?

Para el diseño de una secuencia didáctica que atienda a este contenido, la lectura del contenido suscita varios interrogantes, y por lo tanto, está sujeto a la interpretación que cada maestro (y demás usuarios del currículo), con base en experiencias anteriores o por lo que marcan los libros de texto o recursos disponibles, si es que los llegara a tener, o si es que aparece como ejemplo en las sugerencias didácticas. En otras palabras, para el ejemplo del contenido anterior, falta claridad sobre sus alcances, pues se hace referencia a contenidos vistos en preescolar (de dos ejes: forma, espacio y medida, y análisis de la información). Esto mismo sucede con otros contenidos.

En el bloque V del primer grado, en el tema de problemas aditivos: "Uso de resultados conocidos y propiedades de los números y las operaciones para resolver cálculos" (SEP, 2011b, p. 86) la redacción involucra conocimiento del docente de los contenidos del nivel anterior (preescolar) respecto a los números (naturales) y sus propiedades (estructura aditiva). No queda claro cuáles son los resultados y propiedades de los números a los que se debe hacer referencia, ni las operaciones que se deben realizar. Además, no queda claro el objetivo de este contenido, es decir, si se trata de un resumen o repaso de las ideas que se trabajaron en primer grado, porque se hace uso de resultados conocidos, o si se trata de generar estrategias nuevas como podrían ser complementos a 10, a 20, etcétera, aspectos del diseño que podrían incidir en la implementación del currículo.

El cumplimiento de este criterio involucra hacer comprensible a los lectores y usuarios los principios que sustentan esta propuesta curricular, así como los propósitos y su vinculación con los demás elementos del currículo, para así participar en su implementación (ya sea en clase, en el diseño de materiales que acompañen al currículo o en programas de formación docente). Se han identificado en el propio diseño curricular aspectos que no sólo involucran redacción poco clara, sino también falta de coherencia entre aspectos de la organización curricular, por ejemplo, el logro de las competencias matemáticas en un contenido y grado particular, o la relación entre los propósitos generales y específicos, y con los contenidos temáticos.

Adaptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

Tomando como referencia los ejemplos presentados en el criterio de equidad, se han identificado elementos relacionados con éste igual que los ejemplos mostrados en el criterio sobre consistencia interna, y se señalarán de manera sintética a continuación.

- Organización y segmentación de contenidos en bloques.
- La lógica de organización de contenidos en bloques y su vinculación con los aprendizajes esperados impide reorganizar los contenidos (planeación docente) y abordarlos en su salón de clase. Por ejemplo, el caso del contenido de volumen.
- Hay un apartado relacionado con la planeación docente y las formas de organización del trabajo, sin embargo, hace falta mayor relación con el enfoque didáctico y los contenidos específicos del grado, y con sus alcances y profundización.
- Las orientaciones didácticas y pedagógicas abordan algunos contenidos, sin embargo, hay contenidos que, por su enunciación (como se mostró en el criterio anterior), son poco claros respecto a su alcance. Además, se identificaron errores matemáticos y usos de términos con sentidos diferentes, aspectos en los que se profundizará en el siguiente criterio.
- Hace falta verificar el tratamiento de los contenidos. Por la naturaleza de la disciplina, la estructuración de éstos puede ser rígida y las orientaciones para la organización del trabajo en el salón de clases pueden ser prescriptivas, con pocas posibilidades de poderse adaptar a diferentes modalidades educativas.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio y comentarios para el análisis

Uno de los aspectos que contribuye a la falta de adaptabilidad del plan de estudios es la manera como están presentados los contenidos en el programa de estudios. Dentro de un mismo bloque, los contenidos que se trabajan no tienen una conexión entre sí, pues se señalan varios temas del mismo o distintos ejes sin aparente relación entre ellos. Al cambiar de bloque, y aunque se retomen ideas trabajadas anteriormente, se siguen estudiando contenidos aislados, lo que a la larga podría generar una percepción compartimentada de las matemáticas.

En el currículo de México se identifican contenidos que se limitan a comparaciones informales del volumen entre distintos cuerpos geométricos y al conteo de cubos para calcular volúmenes. Además, en el libro de texto de desafíos se busca llegar a la deducción de una fórmula para calcular el volumen, aunque esto no es lo que se establece en el plan de estudios. Por ejemplo, uno de los conceptos que se trabaja en sexto de primaria es el de volumen de cuerpos geométricos. En específico, existen dos contenidos en el programa de estudios que se refieren al volumen, uno en el bloque III y otro en el bloque IV, como se muestra a continuación:

Bloque III: Comparación del volumen de dos o más cuerpos, ya sea directamente o mediante una unidad intermediaria.

Bloque IV: Cálculo del volumen de prismas mediante el conteo de unidades.

Esto quiere decir que dentro del bloque III los alumnos llegarán a la necesidad de generar un método eficiente para comparar volúmenes, mas no lograrán la resolución (parcial, puesto que solamente contarán cubos y no deducirán ninguna fórmula) hasta el bloque IV. Entre un tema y otro se espera que los estudiantes comparen razones simples, usen el promedio, la mediana y la moda en la resolución de problemas, conviertan fracciones a decimales y viceversa, identifiquen regularidades en sucesiones, etcétera, antes de retomar la idea de volumen nuevamente.

Por otro lado, si bien se estipula una cantidad de horas para la asignatura de matemáticas por grado escolar, no hay claridad de los tiempos para abordar el programa y su organización por bloques, aspecto que podría ser relevante para la planeación docente. Además, dado que no hay una malla curricular de toda la educación primaria, la planeación docente para escuelas unidocentes, comunitarias, etcétera, es compleja, pues el docente deberá reorganizar el programa en términos de contenidos relacionados.

Por tanto, la estructura de organización por bloques parece ser un elemento problemático que incide en este criterio de calidad curricular. Se hace necesario mejorar la redacción de los contenidos y considerar una menor desagregación de ideas matemáticas a lo largo de los bloques (aunque esto implique que no en todos los bloques se trabajen todos los ejes); quizás de esta manera se podría lograr un currículo más flexible, siguiendo con la estructura de bloques.

Empero, surge la necesidad de hacer un estudio que dé cuenta, en términos de la implementación del currículo, de la organización curricular de los contenidos que atienda a todas las modalidades escolares del país, que sea flexible y permita el logro de mejores aprendizajes de los alumnos, de los propósitos de la educación primaria y la educación básica, así como de las competencias matemáticas.

1. 3. Calidad del diseño curricular: nivel secundaria

1.3.1. Descripción general del diseño curricular: nivel secundaria

La siguiente descripción está hecha con base en el análisis del *Plan de estudios 2011. Educación Básica* (SEP, 2011j) y de la guía para el maestro del programa de estudios 2011 (SEP, 2011a).

La tabla 1.24 presenta una síntesis de los aspectos que permiten describir el diseño curricular vigente de México para educación secundaria.

Tabla 1.24. Descripción general del currículum vigente de Matemáticas. Nivel secundaria

<p>Propósito de enseñar matemáticas</p>	<p>En el programa de matemáticas de secundaria se explicitan los objetivos de esta forma:</p> <p>Mediante el estudio de las Matemáticas en la educación básica se pretende que los niños y adolescentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos. • Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución. • Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo (SEP, 2011a, p. 13). <p>También se explicitan los propósitos de la enseñanza de las matemáticas en la primaria y la secundaria:</p> <p>Para avanzar en el desarrollo del pensamiento matemático en la primaria y secundaria, su estudio se orienta a aprender a resolver y formular preguntas en que sea útil la herramienta matemática. Adicionalmente, se enfatiza la necesidad de que los propios alumnos justifiquen la validez de los procedimientos y resultados que encuentren, mediante el uso de este lenguaje. El nivel de secundaria atiende el tránsito del razonamiento intuitivo al deductivo, y de la búsqueda de información al análisis de los recursos que se utilizan para presentarla (SEP, 2011a, p. 13).</p>
<p>Contenido de la enseñanza</p>	<p>El programa de estudios se presenta organizado en tres grandes indicadores que van de lo más general a lo más específico: estándares, aprendizajes esperados y contenidos. Un estándar abarca varios aprendizajes esperados y un aprendizaje esperado abarca varios contenidos. Cada uno de estos elementos está redactado en forma de indicador de logro (se especifica un verbo que indica lo que se espera que hagan los estudiantes). Adicionalmente se indica que los estudiantes deben desarrollar cuatro competencias matemáticas (resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados y manejar técnicas eficientemente). No se indica la relación entre las competencias y los demás componentes del programa, ya que estas competencias deben desarrollarse en todo momento. Uno de los estándares alude a las actitudes y valores, pero no tiene relacionados aprendizajes esperados o contenidos.</p> <p>Los contenidos se dividen en tres ejes (sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida, y manejo de la información); cada eje se compone de varios temas. En el programa de matemáticas se indica una descripción para cada eje (SEP, 2011a, p. 25).</p> <p>Sentido numérico y pensamiento algebraico (temas: números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos, patrones y ecuaciones) alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético o algebraico. • La generalización de propiedades aritméticas mediante el uso del álgebra. • La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos. <p>Forma, espacio y medida (temas: figuras y cuerpos, medida, y ubicación espacial) integra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación secundaria:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La exploración de características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos. • La generación de condiciones para un trabajo con características deductivas. • La justificación de las fórmulas que se utilizan para el cálculo geométrico. <p>Manejo de la información (temas: proporcionalidad y funciones, nociones de probabilidad, análisis y representación de datos). incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informada, de manera que se orienta hacia:</p>

Contenido de la enseñanza

- La búsqueda, la organización, el análisis y la presentación de información para responder preguntas.
- El uso eficiente de la herramienta aritmética o algebraica que se vincula de manera directa con el manejo de la información.
- El conocimiento de los principios básicos de la aleatoriedad.

En cada grado hay cinco bloques (cada uno corresponde a un bimestre). En cada bloque se trabajan contenidos de los tres ejes (entre seis y nueve contenidos por bimestre).

Los conceptos importantes son que cada contenido pertenece a un tema y a un eje:

De cada uno de los ejes se desprenden varios temas y para cada uno hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad. Los temas son grandes ideas matemáticas cuyo estudio requiere un desglose más fino (los contenidos) (SEP, 2011a, p. 26).

En la siguiente tabla se presenta la cantidad de contenidos de cada eje, por grado.

Grado	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Análisis de la información	Total
Primero	17	9	11	37
Segundo	11	11	15	37
Tercero	5	16	12	33
Totales	33	36	38	

El total de contenidos para la secundaria es de 107.

Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas

En el programa de matemáticas de secundaria se dan orientaciones didácticas específicas para los docentes, para trabajar el enfoque de resolución de problemas (SEP, 2011a, pp. 20-22).

- Lograr que los alumnos se acostumbren a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas que se les plantean, mientras el docente observa y cuestiona a los equipos de trabajo, tanto para conocer los procedimientos y argumentos que se ponen en práctica como para aclarar ciertas dudas, destrabar procesos y lograr que los alumnos puedan avanzar. Aunque al principio habrá desconcierto de los alumnos y del docente, vale la pena insistir en que sean los primeros quienes encuentren las soluciones. Pronto se empezará a notar un ambiente distinto en el salón de clases; es decir, los alumnos compartirán sus ideas, habrá acuerdos y desacuerdos, se expresarán con libertad y no habrá duda de que reflexionan en torno al problema que tratan de resolver.
- Acostumbrarlos a leer y analizar los enunciados de los problemas. Leer sin entender es una deficiencia muy común, cuya solución no corresponde sólo a la comprensión lectora de la asignatura de Español. Muchas veces los alumnos obtienen resultados diferentes que no por ello son incorrectos, sino que corresponden a una interpretación distinta del problema; por lo tanto, es necesario averiguar cómo interpretan la información que reciben de manera oral o escrita.
- Lograr que los alumnos aprendan a trabajar de manera colaborativa. Es importante porque ofrece a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y de enriquecerlas con las opiniones de los demás, ya que desarrollan la actitud de colaboración y la habilidad para argumentar; además, de esta manera se facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran.

Sin embargo, la actitud para trabajar de manera colaborativa debe fomentarse por los docentes, además de insistir en que cada integrante asuma la responsabilidad de la tarea que se trata de realizar, no de manera individual sino colectiva; por ejemplo, si la tarea consiste en resolver un problema, cualquier integrante del equipo debe estar en posibilidad de explicar el procedimiento que utilizó.



Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas	<p>d) Saber aprovechar el tiempo de la clase. Se suele pensar que, si se pone en práctica el enfoque didáctico, que consiste en plantear problemas a los alumnos para que los resuelvan con sus propios medios, discutan y analicen sus procedimientos y resultados, no alcanza el tiempo para concluir el programa; por lo tanto, se decide continuar con el esquema tradicional en el cual el docente “da la clase”, mientras los alumnos escuchan aunque no comprendan. La experiencia muestra que esta decisión conduce a tener que repetir, en cada grado escolar, mucho de lo que aparentemente se había aprendido, de manera que es más provechoso dedicar el tiempo necesario para que los alumnos adquieran conocimientos con significado y desarrollen habilidades que les permitan resolver diversos problemas y seguir aprendiendo.</p> <p>e) Superar el temor a no entender cómo piensan los alumnos. Cuando el docente explica cómo se solucionan los problemas y los alumnos tratan de reproducir las explicaciones al resolver algunos ejercicios, se puede decir que la situación está bajo control. Difícilmente surgirá en la clase algo distinto a lo que el docente ha explicado, incluso muchas veces los alumnos manifiestan cierto temor de hacer algo diferente a lo que hizo el docente. Sin embargo, cuando éste plantea un problema y lo deja en manos de los alumnos, sin explicación previa de cómo se resuelve, usualmente surgen procedimientos y resultados diferentes, que son producto de cómo piensan los alumnos y de lo que saben hacer. Ante esto, el verdadero desafío para los docentes consiste en ayudar a los alumnos a analizar y socializar lo que produjeron.</p>
La evaluación	<p>La evaluación no se presenta en la parte que corresponde al programa específico de matemáticas en secundaria. Sólo aparece en la parte que corresponde a la guía del maestro, y ésta se presenta de forma general, ya que no hay indicaciones de cómo llevar a cabo la evaluación para la asignatura de matemáticas. Se dan algunos lineamientos generales y se indican cuatro fases que se deben considerar al evaluar:</p> <p>La evaluación considera si el estudiante se encuentra en la fase inicial, donde se pone en funcionamiento su fondo de conocimientos; en la fase de ejercitación, donde se llevan a cabo los casos particulares y se continúa o se confronta con los conocimientos previos; en la fase de teorización, donde se explican los resultados prácticos con las nociones y las herramientas matemáticas escolares, o, finalmente, si se ubica en la fase de validación de lo construido (SEP, 2011a, p. 87).</p> <p>Por ejemplo, también se sugiere que el maestro busque anécdotas históricas y noticias de interés para la sociedad actual, pero las notas no necesariamente tienen que estar relacionadas con el tema abordado en clase, pero sí con problemáticas sociales que afectan la vida de la y el estudiante”.</p>

1.3.2. Análisis del diseño curricular: nivel secundaria

Para el análisis de los criterios, se recuperará lo planteado en las instancias en el plan de estudios de secundaria y la guía para el maestro vigentes. En caso de ser necesario, se consultarán otros documentos, como el Acuerdo 592.

Para cada uno de los criterios, se presenta primero la descripción de los elementos del currículo que se relacionan con él, y, después, el análisis de los aspectos del criterio que se ven reflejados en el currículo.

Relevancia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) En el documento de articulación y en el plan de estudios se indica la importancia de aprender a resolver problemas: "El mundo contemporáneo obliga a construir diversas visiones sobre la realidad y proponer formas diferenciadas para la solución de problemas usando el razonamiento como herramienta fundamental" (SEP, 2011j, p. 41).
- b) En el programa de estudios de matemáticas, uno de los objetivos es el siguiente:
- Mediante el estudio de las matemáticas en la educación básica se pretende que los niños y adolescentes: "Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo" (SEP, 2011j, p. 11).

También se explicitan los propósitos de la enseñanza de las matemáticas en la primaria y la secundaria:

- Para avanzar en el desarrollo del pensamiento matemático en la primaria y secundaria, su estudio se orienta a aprender a resolver y formular preguntas en que sea útil la herramienta matemática. Adicionalmente, se enfatiza la necesidad de que los propios alumnos justifiquen la validez de los procedimientos y resultados que encuentren, mediante el uso de este lenguaje (SEP, 2011j, p. 11).

Además, se afirma que por medio del enfoque de resolución de problemas se despertará el interés de los alumnos:

- Esta visión curricular del pensamiento matemático busca despertar el interés de los alumnos, desde la escuela y a edades tempranas, hasta las carreras ingenieriles, fenómeno que contribuye a la producción de conocimientos que requieren las nuevas condiciones de intercambio y competencia a nivel mundial (SEP, 2011j, p. 41).

- c) En la guía para el maestro se ahonda más en la importancia del enfoque de resolución de problemas:

- El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados (SEP, 2011a, p. 19).

También se mejorará la actitud de los alumnos para respetar los argumentos de otros, y comprender y apreciar las estrategias de resolución de los demás:

- Es posible que el planteamiento de ayudar a los alumnos a estudiar matemáticas, con base en actividades de estudio sustentadas en situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas, resultará extraño para muchos docentes compenetrados con la idea de que su papel es enseñar, en el sentido de transmitir información. Sin embargo, vale la pena intentarlo, ya

que abre el camino para experimentar un cambio radical en el ambiente del salón de clases; se notará que los alumnos piensan, comentan, discuten con interés y aprenden, mientras que el docente revalora su trabajo (SEP, 2011a, p. 19).

Otro de los objetivos del enfoque de resolución de problemas es:

- Lograr que los alumnos aprendan a trabajar de manera colaborativa. Es importante porque ofrece a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y de enriquecerlas con las opiniones de los demás, ya que desarrollan la actitud de colaboración y la habilidad para argumentar; además, de esta manera se facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran. Sin embargo, la actitud para trabajar de manera colaborativa debe fomentarse por los docentes, además de insistir en que cada integrante asuma la responsabilidad de la tarea que se trata de realizar, no de manera individual sino colectiva; por ejemplo, si la tarea consiste en resolver un problema, cualquier integrante del equipo debe estar en posibilidad de explicar el procedimiento que utilizó (SEP, 2011a, pp. 20-22).

Asimismo se promueve el desarrollo de valores actitudinales hacia el conocimiento y de desarrollo personal para aprender a convivir en el entorno social inmediato.

Con el enfoque didáctico que se sugiere se logra que los alumnos construyan conocimientos y habilidades con sentido y significado [...]; asimismo, un ambiente de trabajo que brinda a los alumnos, por ejemplo, la oportunidad de aprender a enfrentar diferentes tipos de problemas, a formular argumentos, a emplear distintas técnicas en función del problema que se trata de resolver, y a usar el lenguaje matemático para comunicar o interpretar ideas. Estos aprendizajes adicionales no se dan de manera espontánea, independientemente de cómo se estudia y se aprende la matemática.[...] Dada su relevancia para la formación de los alumnos, y siendo coherentes con la definición de competencia que se plantea en el Plan de estudios, en los programas de Matemáticas se utiliza el concepto de competencia matemática para designar a cada uno de estos aspectos; en tanto que al formular argumentos, por ejemplo, se hace uso de conocimientos y habilidades, pero también entran en juego las actitudes y los valores, como aprender a escuchar a los demás y respetar sus ideas (SEP, 2011a, pp. 20-22).

- d) En la consecución del estándar curricular: *Actitud hacia el estudio de las matemáticas*, se plantea el propósito de formar sujetos sociales que utilicen el conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de su entorno físico y social, y podría inferirse que, con ello, estarán en posibilidad de contribuir al desarrollo productivo, tecnológico y científico del país. Al respecto se dice:

Al término de la educación básica, el alumno:

- Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.
- Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.

- Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
- Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas (SEP, 2011a, p. 18).

En una de las cuatro competencias matemáticas se explicita la importancia de defender sus propuestas de solución con argumentos lógicos bien contruidos:

Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal (SEP, 2011a, p. 23).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Respecto a la *promoción de valores entre los estudiantes* (aspecto i del criterio de *relevancia*), el programa repite en diversas ocasiones que, por medio del enfoque de resolución de problemas, los estudiantes serán capaces de apreciar y valorar el conocimiento matemático; defender sus propuestas de solución con argumentos lógicos bien contruidos; respetar (y en su caso rebatir de manera fundamentada) los argumentos de otros, y comprender y apreciar las estrategias de resolución de los demás. Esto también se refuerza en el hecho de que una de las competencias matemáticas se centra en la validación de procedimientos y resultados.

Además, relacionado con este criterio, el programa de estudios vigente presenta el estándar 4, *Actitudes hacia el estudio de las matemáticas*, sin embargo, en él hay varias inconsistencias:

- El estándar no se relaciona directamente con los aprendizajes esperados (como sí lo hacen los otros tres estándares), ni se retoma en el desarrollo de los contenidos o las orientaciones didácticas.
- En el rubro 4.3 no queda claro cuáles son las reglas del “debate matemático”.

Es así que, respecto a la promoción de valores, este criterio se cumple parcialmente.

En lo que toca a la *formación de sujetos sociales que utilicen el conocimiento matemático* (aspecto ii del criterio de *relevancia*), tal formación queda diluida, ya que se habla del uso del razonamiento para “solucionar problemas”, pero no se indica con especificidad a qué tipo de problemas se refiere. En un aspecto del estándar 4 sí se hace referencia a aplicar el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales. Esto también se aborda en dos contenidos específicos:

En segundo grado, bloque IV:

Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma:
 $y = ax + b$.

En tercer grado, bloque I:

Representación tabular y algebraica de relaciones de variación cuadrática, identificadas en diferentes situaciones y fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas.

Sin embargo, la presencia de este rubro en el programa no es frecuente.

Pertinencia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) Respecto a las capacidades de comunicar, representar, sistematizar y procesar datos, el programa presenta una competencia específica:

Comunicar información matemática. Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan nexos entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado (SEP, 2011a, p. 23).

- b) La pertinencia también se presenta de manera general en la descripción de dos de los tres ejes (sentido numérico y pensamiento algebraico, al mencionar la modelización, la generalización y la representación, y manejo de la información, al indicar el uso de la información para tomar decisiones) (SEP, 2011a, p. 25).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de *pertinencia* sí se cumple si tomamos en cuenta que está presente en una de las cuatro competencias matemáticas, y las competencias matemáticas deben desarrollarse a lo largo de todos los contenidos, y también está presente en la descripción de dos de los tres ejes, por lo que se asume que se trabajará en buena parte de los contenidos de estos ejes.

El programa enfatiza el enfoque de resolución de problemas y el trabajo con situaciones problemáticas, y en la sección "Planificación" en la guía del maestro se indica lo siguiente:

La elección de la situación problema y la organización de su puesta en escena requieren de la planeación y la previsión de comportamientos (estrategias, habilidades, dificultades, entre otras) de las y los estudiantes para hacer de la experiencia una situación de aprendizaje. Por ejemplo, el uso de problemas prácticos (comúnmente llamados "de la vida real"), evoca un lenguaje cotidiano para expresar las interpretaciones personales y a partir de éstas, es que reconoce el fondo de conocimientos, que también pueden incluir conocimientos matemáticos relacionados con el aprendizaje esperado [...] Una vez que se tenga cierto dominio del lenguaje y las herramientas matemáticas es necesario ponerlos en funcionamiento en distintos contextos, lo cual favorece la identificación de sus funcionalidades. Sin embargo, es recomendable considerar contextos en los que la herramienta matemática sea insuficiente para explicar y resolver un problema. Continuando con el ejemplo ya mencionado de la proporcionalidad, una vez construida su noción y dominadas las técnicas de cálculo del valor faltante, el cálculo de razón de proporcionalidad, etcétera, es necesario confrontarlas con aquellos sucesos que no son proporcionales, ya sea para profundizar en la comprensión de las mismas, como también, para generar oportunidades de introducir nuevos problemas (SEP, 2011a, p. 78).

Sin embargo sólo hay tres contenidos en los que se indica que se trabaje en distintos contextos, y tres contenidos en los que se explicita trabajar "situaciones y fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas". Muchos contenidos en el eje manejo de la información, de manera natural se abordan a través de diferentes contextos, pero al no estar indicado que así se haga en los demás contenidos, pareciera que las situaciones van a estar contextualizadas dentro del ámbito propio de la matemática.

Es necesario señalar que este criterio no está presente en los estándares curriculares.

Equidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

El currículo de matemáticas no presenta aspectos relacionados con el criterio de equidad, en tanto que a) no hay equilibrio entre la cantidad y la suficiencia de contenidos y el tiempo estimado para el logro del aprendizaje, y b) no se mencionan posibles versiones *ad hoc* para otras modalidades educativas. A continuación se argumenta respecto a estos dos aspectos.

- a) Desde 2006 uno de los grandes problemas de los programas de matemáticas en secundaria es la gran cantidad de contenidos que se presentan. En el programa 2011 hay 37 contenidos en primer grado, 37 contenidos en segundo grado y 33 contenidos en tercer grado (aunque uno de los propósitos de la reforma de 2011 fue disminuir el número de contenidos en cada asignatura, esto no se logró finalmente, ya que el número de contenidos en el programa 2006 es de 38, 35 y 31 en cada grado). Si se toma en cuenta que el año escolar cuenta con 40 semanas de clase, aproximadamente se cuenta con una semana por contenido. Quizá este cálculo es muy general, pero si se analiza la complejidad de cada contenido y la cantidad de conceptos y conocimientos involucrados (por ejemplo, el primer contenido de la secundaria es "Conversión de fracciones decimales y no decimales a su escritura decimal y viceversa"), se concluye que en una semana no es posible lograr los objetivos que marca el programa de estudios (que se obtengan aprendizajes significativos y que los estudiantes desarrollen las cuatro competencias matemáticas). Puede argumentarse que en una semana sí es posible "enseñar" todas las técnicas que se indican en alguno de los contenidos, pero con esto sólo se lograría trabajar con la competencia "Manejo de técnicas", mas no se trabajaría con el enfoque de resolución de problemas.
- b) En cuanto la factibilidad de recrear el currículo en versiones *ad hoc* a modalidades educativas que atienden la diversidad cultural y de condiciones específicas de distintos grupos poblacionales del país, no se incluyen metas o propósitos específicos para diversos sistemas de educación secundaria (como telesecundaria o secundarias técnicas). Solamente se señala que se desarrollarán marcos (que se imparte en primaria) y parámetros (se refiere a la enseñanza de una lengua indígena) curriculares para la educación indígena. En los documentos específicos para matemáticas no se hace referencia a metas o propósitos específicos para telesecundaria u a otros subsistemas.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de *equidad* no se cumple debido a que, por un lado, hay demasiados contenidos en el programa de acuerdo con el tiempo estimado para el logro del aprendizaje, y, por otro lado, a que no hay versiones *ad hoc* del programa de estudios.

Consistencia interna

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

a) En el programa de matemáticas de secundaria se explicitan los objetivos de la educación básica de esta forma:

Mediante el estudio de las Matemáticas en la Educación Básica se pretende que los niños y adolescentes:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo (SEP, 2011a, p. 13).

También se explicitan los propósitos de la enseñanza de las matemáticas en la primaria y la secundaria:

Para avanzar en el desarrollo del pensamiento matemático en la primaria y secundaria, su estudio se orienta a aprender a resolver y formular preguntas en que sea útil la herramienta matemática. Adicionalmente, se enfatiza la necesidad de que los propios alumnos justifiquen la validez de los procedimientos y resultados que encuentren, mediante el uso de este lenguaje. El nivel de secundaria atiende el tránsito del razonamiento intuitivo al deductivo, y de la búsqueda de información al análisis de los recursos que se utilizan para presentarla (SEP, 2011, p. 13).

b) Objetivos y propósitos específicos en secundaria. Los propósitos del estudio de las matemáticas en la educación secundaria son los siguientes:

En esta fase de su educación, como resultado del estudio de las Matemáticas, se espera que los alumnos:

- Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos.
- Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.
- Justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera.
- Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas.
- Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.
- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.

- Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad.
- Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independiente (SEP, 2011a, p. 14).

c) El enfoque de resolución de problemas se describe de la siguiente forma:

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar. Para resolver la situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, mismos que le permiten entrar en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación (SEP, 2011a, p. 19).

d) También se presentan las competencias, los aprendizajes esperados y los estándares. El propósito central de la Reforma Integral para la Educación Básica es el desarrollo de competencias:

El sistema educativo nacional debe organizarse para que cada estudiante desarrolle competencias que le permitan desenvolverse en una economía donde el conocimiento es fuente principal para la creación de valor, en una sociedad que demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia internas, y en un mundo global e interdependiente (SEP, 2011i, p. 6).

También se indica que las competencias se desarrollan a partir de aprendizajes esperados y estándares curriculares:

La Reforma Integral de la Educación Básica es una política pública que impulsa la formación integral de todos los alumnos de preescolar, primaria y secundaria con el objetivo de favorecer el desarrollo de competencias para la vida y el logro del perfil de egreso, a partir de aprendizajes esperados y del establecimiento de Estándares Curriculares, de Desempeño Docente y de Gestión (SEP, 2011i, p. 9).

Estos tres componentes se definen de la siguiente manera en el Acuerdo de articulación:

Una competencia es la capacidad de responder a diferentes situaciones, e implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes).

Los Estándares Curriculares son descriptores de logro y definen aquello que los alumnos demostrarán al concluir un periodo escolar; sintetizan los aprendizajes esperados que, en los programas de educación primaria y secundaria, se organizan por asignatura-grado-bloque, y en educación preescolar por campo formativo-aspecto.

Los aprendizajes esperados son indicadores de logro que, en términos de la temporalidad establecida en los programas de estudio, definen lo que se espera de cada alumno en términos de saber, saber hacer y saber ser.

Los aprendizajes esperados gradúan progresivamente los conocimientos, las habilidades, las actitudes y los valores que los alumnos deben alcanzar para acceder a conocimientos cada vez más complejos, al logro de los Estándares Curriculares y al desarrollo de competencias (SEP, 2011i, p. 22).

e) Respecto a las competencias en matemáticas, en el programa de matemáticas se indica que:

los Programas de estudio 2011 contienen los propósitos, enfoques, Estándares Curriculares y aprendizajes esperados, manteniendo su pertinencia, gradualidad y coherencia de sus contenidos, así como el enfoque inclusivo y plural que favorece el conocimiento y aprecio de la diversidad cultural y lingüística de México; además, se centran en el desarrollo de competencias con el fin de que cada estudiante pueda desenvolverse en una sociedad que le demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia, y en un mundo global e interdependiente (SEP, 2011a, p. 8).

En el Acuerdo de articulación se presenta un listado de las competencias matemáticas para la educación básica:

A lo largo de la Educación Básica se busca que los alumnos sean responsables de construir nuevos conocimientos a partir de sus saberes previos, lo que implica:

- Formular y validar conjeturas.
- Plantearse nuevas preguntas.
- Comunicar, analizar e interpretar procedimientos de resolución.
- Buscar argumentos para validar procedimientos y resultados.
- Encontrar diferentes formas de resolver los problemas.
- Manejar técnicas de manera eficiente (SEP, 2011i, p. 41).

Las competencias matemáticas en secundaria quedan referidas de la siguiente manera:

Con el enfoque didáctico que se sugiere se logra que los alumnos construyan conocimientos y habilidades con sentido y significado [...] asimismo, un ambiente de trabajo que brinda a los alumnos, por ejemplo, la oportunidad de aprender a enfrentar diferentes tipos de problemas, a formular argumentos, a emplear distintas técnicas en función del problema que se trata de resolver, y a usar el lenguaje matemático para comunicar o interpretar ideas. Estos aprendizajes adicionales no se dan de manera espontánea, independientemente de cómo se estudia y se aprende la matemática [...] Dada su relevancia para la formación de los alumnos, y siendo coherentes con la definición de competencia que se plantea en el Plan de estudios, en los programas de Matemáticas se utiliza el concepto de competencia matemática para designar a cada uno de estos aspectos; en tanto que al formular argumentos, por ejemplo, se hace uso de conocimientos y habilidades, pero también entran en juego las actitudes y los valores, como aprender a escuchar a los demás y respetar sus ideas.

Las cuatro competencias matemáticas son las siguientes:

- Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; por ejemplo, problemas con solución única, otros con varias soluciones o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que sean los alumnos quienes planteen las preguntas. Se trata de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces, o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución.
 - Comunicar información matemática. Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan nexos entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones, y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.
 - Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal.
 - Manejar técnicas eficientemente. Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. Muchas veces el manejo eficiente o deficiente de técnicas establece la diferencia entre quienes resuelven los problemas de manera óptima y quienes alcanzan una solución incompleta o incorrecta. Esta competencia no se limita a usar de forma mecánica las operaciones aritméticas, sino que apunta principalmente al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación; en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema, y en evaluar la pertinencia de los resultados. Para lograr el manejo eficiente de una técnica es necesario que los alumnos la sometan a prueba en muchos problemas distintos, así adquirirán confianza en ella y la podrán adaptar a nuevos problemas (SEP, 2011a, p. 23).
- g) La importancia de los aprendizajes esperados y los estándares es que “El logro del perfil de egreso podrá manifestarse al alcanzar de forma paulatina y sistemática los aprendizajes esperados y los Estándares Curriculares” (SEP, 2011a, p. 33).

Los estándares para matemáticas se organizan en cuatro ejes:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico.
2. Forma, espacio y medida.
3. Manejo de la información.
4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas.

Su progresión debe entenderse como:

- Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.
 - Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.
 - Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo (SEP, 2011a, p. 80).
- h) En el Acuerdo para la articulación se presentan los estándares por cada nivel educativo y, en tablas aparte, se presentan los aprendizajes esperados por grado y por bimestre, en el caso de matemáticas los aprendizajes esperados se presentan junto con los contenidos que se abordan en cada bimestre o bloque.

Los estándares corresponden a los indicadores de logro que los estudiantes deben tener al egresar de la secundaria. Los aprendizajes esperados van dando cuenta de los avances de los alumnos a lo largo de la secundaria, ya que se presentan por bimestre.

En este periodo, los estándares se organizan en tres ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida, y manejo de la información. Hay un cuarto eje denominado actitudes hacia el estudio de las matemáticas.

Al egresar del nivel secundaria, los estudiantes saben efectuar cálculos con expresiones algebraicas cuyos coeficientes sean números racionales; formulan ecuaciones o funciones para resolver problemas; calculan volúmenes y resuelven problemas geométricos con apoyo de las propiedades de las figuras y los cuerpos; calculan porcentajes y probabilidades de sucesos simples o compuestos, y comunican e interpretan información mediante el uso de diferentes tipos de gráficas.

En este periodo se sigue promoviendo el desarrollo de actitudes y valores que son parte esencial de la competencia matemática y son el resultado de la metodología didáctica que se propone para estudiar matemáticas (SEP, 2011i, p. 529).

Los estándares para matemáticas en secundaria son los siguientes:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Este eje temático se subdivide en cuatro temas:

- 1.1. Números y sistemas de numeración.
- 1.2. Problemas aditivos.
- 1.3. Problemas multiplicativos.
- 1.4. Patrones y ecuaciones.

Los estándares curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

- 1.1.1. Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.
- 1.1.2. Resuelve problemas que implican calcular el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor.

- 1.2.1. Resuelve problemas aditivos que implican efectuar cálculos con expresiones algebraicas.
- 1.3.1. Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios.
- 1.4.1. Resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión.
- 1.4.2. Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.

2. Forma, espacio y medida.

Este eje temático se subdivide en dos temas:

- 2.1. Figuras y cuerpos.
- 2.2. Medida.

Los estándares curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

- 2.1.1. Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
- 2.1.2. Utiliza la regla y el compás para realizar diversos trazos, como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, etcétera.
- 2.1.3. Resuelve problemas que implican aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.
- 2.2.1. Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.
- 2.2.2. Determina la medida de diversos elementos del círculo, como: circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.
- 2.2.3. Aplica el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.

3. Manejo de la información.

Este eje temático se subdivide en los siguientes temas:

- 3.1. Proporcionalidad y funciones.
- 3.2. Nociones de probabilidad.
- 3.3. Análisis y representación de datos.

Los estándares curriculares para este eje temático son los siguientes. El alumno:

- 3.1.1. Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.
- 3.1.2. Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.
- 3.2.1. Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.
- 3.3.1. Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.

4. Actitudes hacia el estudio de las matemáticas.

Al término de la educación básica, el alumno:

- 4.1. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.
- 4.2. Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.
- 4.3. Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
- 4.4. Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.

Los aprendizajes esperados se presentan por bloque y por grado en la tabla 1.25:

Tabla 1.25. Aprendizajes esperados, nivel secundaria

Primer grado de secundaria. Aprendizajes esperados	
Bloque I	<ul style="list-style-type: none"> • Convierte números fraccionarios a decimales y viceversa. • Conoce y utiliza las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica. • Representa sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada y viceversa.
Bloque II	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas utilizando el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. • Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros.
Bloque III	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con fracciones y números decimales. • Resuelve problemas que impliquen el uso de ecuaciones de las formas: $x + a = b$; $ax = b$ y $ax + b = c$, donde a, b y c son números naturales o decimales. • Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras.
Bloque IV	<ul style="list-style-type: none"> • Construye círculos y polígonos regulares que cumplan con ciertas condiciones establecidas. • Lee información presentada en gráficas de barras y circulares. Utiliza estos tipos de gráficas para comunicar información.
Bloque V	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas aditivos que implican el uso de números enteros, fraccionarios o decimales positivos y negativos. • Resuelve problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada y potencias de números naturales y decimales. • Resuelve problemas de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante”, en los que la razón interna o externa es un número fraccionario.
Segundo grado de secundaria. Aprendizajes esperados	
Bloque I	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que implican el uso de las leyes de los exponentes y de la notación científica. • Resuelve problemas que impliquen calcular el área y el perímetro del círculo. • Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: $Porcentaje = cantidad\ base \times tasa$. Incluso problemas que requieren de procedimientos recursivos. • Compara cualitativamente la probabilidad de eventos simples.
Bloque II	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas aditivos con monomios y polinomios. • Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos.

Bloque III	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con expresiones algebraicas. Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas. Resuelve problemas que implican usar la relación entre unidades cúbicas y unidades de capacidad. Lee y comunica información mediante histogramas y gráficas poligonales.
Bloque IV	<ul style="list-style-type: none"> Representa sucesiones de números enteros a partir de una regla dada y viceversa. Resuelve problemas que impliquen el uso de ecuaciones de la forma: $ax + b = cx + d$, donde los coeficientes son números enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos. Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas. Resuelve problemas que implican calcular, interpretar y explicitar las propiedades de la media y la mediana.
Bloque V	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que implican el uso de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Construye figuras simétricas respecto de un eje e identifica las propiedades de la figura original que se conservan. Resuelve problemas que implican determinar la medida de diversos elementos del círculo, como: ángulos inscritos y centrales, arcos de una circunferencia, sectores y coronas circulares. Explica la relación que existe entre la probabilidad frecuencial y la probabilidad teórica.
Tercer grado de secundaria. Aprendizajes esperados	
Bloque I	<ul style="list-style-type: none"> Explica la diferencia entre eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.
Bloque II	<ul style="list-style-type: none"> Explica el tipo de transformación (reflexión, rotación o traslación) que se aplica a una figura para obtener la figura transformada. Identifica las propiedades que se conservan. Resuelve problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras.
Bloque III	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado. Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.
Bloque IV	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza en casos sencillos expresiones generales cuadráticas para definir el nésimo término de una sucesión. Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. Calcula y explica el significado del rango y la desviación media.
Bloque V	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve y plantea problemas que involucran ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones y ecuaciones de segundo grado. Resuelve problemas que implican calcular el volumen de cilindros y conos o cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas que se utilicen. Anticipa cómo cambia el volumen al aumentar o disminuir alguna de las dimensiones. Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas. Resuelve problemas que implican calcular la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.

- i) Los contenidos se dividen en tres ejes (sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida, y manejo de la información); cada eje se compone de varios temas. Como ya se indicó, en el programa de matemáticas se hace una descripción para cada eje (SEP, 2011a, p. 25).

En cada grado hay cinco bloques (cada uno corresponde a un bimestre). En cada bloque se trabajan contenidos de los tres ejes. Una secuencia de contenidos permite obtener un aprendizaje esperado. Los aprendizajes esperados se enuncian en cada bloque (bimestre), pero sólo cuando un contenido es el último en la secuencia de contenidos que permite llegar a ese aprendizaje esperado.

Los aprendizajes esperados se señalan en cada bloque, sin embargo, no corresponden uno a uno con los contenidos, por lo que pareciera que hay contenidos que no tienen un aprendizaje esperado. Por ejemplo, en el bloque IV de primer grado hay siete contenidos y dos aprendizajes esperados (véase tabla 1.26).

Tabla 1.26. Aprendizajes esperados y contenidos

Competencias que se favorecen: resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, y manejar técnicas eficientemente

Aprendizajes esperados	Ejes		
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Manejo de la información
<ul style="list-style-type: none"> Construye círculos y polígonos regulares que cumplan con ciertas condiciones establecidas. Lee información presentada en gráficas de barras y circulares. Utiliza estos tipos de gráficas para comunicar información. 	<p>Números y sistemas de numeración</p> <ul style="list-style-type: none"> Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la utilización de números enteros, fraccionarios o decimales positivos y negativos. 	<p>Figuras y cuerpos</p> <ul style="list-style-type: none"> Construcción de círculos a partir de diferentes datos (el radio, una cuerda, tres puntos no alineados, etcétera) o que cumplan condiciones dadas. <p>Medida</p> <ul style="list-style-type: none"> Justificación de la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo (gráfica y algebraicamente). Explicitación del número π (pi) como la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro. 	<p>Proporcionalidad y funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios. Análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala. <p>Nociones de probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas de conteo mediante diversos procedimientos. Búsqueda de recursos para verificar los resultados. <p>Análisis y representación de datos</p> <ul style="list-style-type: none"> Lectura de información representada en gráficas de barras y circulares, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicación de información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la representación gráfica más adecuada.

Esto se debe a que los aprendizajes esperados se logran a través del estudio de un conjunto de contenidos, pero el aprendizaje esperado sólo se indica cuando se ha llegado al último contenido de ese conjunto.

Por ejemplo, en este bloque se logra el aprendizaje esperado: Lee información presentada en gráficas de barras y circulares. Utiliza estos tipos de gráficas para comunicar información. Este aprendizaje corresponde al contenido "Lectura de información representada en gráficas de barras y circulares, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicación de información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la representación gráfica más adecuada", del eje Manejo de la información, y el tema Nociones de probabilidad. Los contenidos con los que se logra este aprendizaje esperado son los que se presentan en la tabla 1.27 (6.1.8 indica sexto grado, bloque I, contenido 8; 7.3.8, indica primer grado de secundaria, tercer bloque, contenido 8).

Tabla 1.27. Aprendizajes esperados y contenidos

Contenidos	Aprendizaje esperado
6.1.8 Lectura de datos contenidos en tablas y gráficas circulares, para responder diversos cuestionamientos.	
7.3.8 Lectura y comunicación de información mediante el uso de tablas de frecuencia absoluta y relativa.	Lee información presentada en gráficas de barras y circulares. Utiliza estos tipos de gráficas para comunicar información.
7.4.7 Lectura de información representada en gráficas de barras y circulares, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicación de información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la representación gráfica más adecuada,	

Otro contenido del bloque IV de primero de secundaria es: "Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios". Este contenido no tiene aprendizaje esperado en este bloque, ya que el aprendizaje esperado se logra en el bloque V, como se observa en la tabla 1.28.

Tabla 1.28. Aprendizajes esperados y contenidos

Contenidos	Aprendizaje esperado
7.1.8 Resolución de problemas de reparto proporcional.	
7.2.7 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante" en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.	Resuelve problemas de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante", en los que la razón interna o externa es un número fraccionario.
7.3.6 Formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.	
7.4.4 Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.	
7.4.5 Análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.	
7.5.6 Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.	

- j) Las fases y el lenguaje utilizado con respecto a la evaluación (véase la tabla 1.24) van en contra del discurso del enfoque de resolución de problemas. Esto es porque se indica que en una fase de "ejercitación" en la que se continúan o confrontan los conocimientos previos, sin embargo, en el enfoque éstos deben usarse para tratar de resolver las situaciones problemáticas "con lo que los alumnos saben". En todo caso la fase de ejercitación se presenta una vez que se ha concluido con el trabajo con una situación problemática. También se sugiere que el maestro busque anécdotas históricas y noticias de interés para la sociedad actual", pero que "las notas no necesariamente tienen que estar relacionadas con el tema abordado en clase, pero sí con problemáticas sociales que afectan la vida de la y el estudiante". En general, referentes históricos o noticias que utilice en clase un profesor van a estar relacionados con el contenido matemático que se está estudiando.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

En sentido estricto, el criterio de *consistencia interna* no se cumple; aun cuando los objetivos, el enfoque, las competencias matemáticas, los estándares, los aprendizajes esperados, los contenidos y la evaluación están orientados hacia el logro de las intenciones educativas asumidas, se presentan varias inconsistencias entre estos elementos. Es importante señalar que los estándares curriculares resultan muy generales y no parece que sean de utilidad para la planeación de clase ni para la evaluación. Por ejemplo, el estándar "Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios", del eje sentido numérico y pensamiento algebraico, engloba a todos los contenidos de secundaria en el tema "problemas multiplicativos". Esa descripción del estándar es una repetición del último contenido del tema y deja fuera varios de los contenidos en este tema (por ejemplo, el trabajo con potencias y raíz cuadrada, el uso de la notación científica, las divisiones con números enteros, decimales y fraccionarios).

A continuación se presenta un análisis acerca de las inconsistencias detectadas.

a) **Objetivos y propósitos.**

Los objetivos y propósitos de la secundaria son consistentes con los objetivos y propósitos de la educación básica. En los objetivos de la educación básica no se hace ninguna referencia a la competencia de comunicar información matemática. En los propósitos para secundaria por primera vez en el currículo se hace referencia específica a contenidos y habilidades, pero no aparece una relación directa con las competencias matemáticas.

b) **Enfoque.**

Si se atiende sólo a la descripción general, pareciera que la finalidad de la resolución de problemas es obtener representaciones algebraicas de las soluciones, la cual no es la única forma de modelar o representar un razonamiento, sin embargo, en el documento en el que se presenta el programa de matemáticas para secundaria se ahonda más en la importancia del enfoque de resolución de problemas, y se dan orientaciones para trabajar este enfoque en el aula.

c) **Las competencias matemáticas.**

Las cuatro competencias matemáticas denotan propósitos que se deben utilizar en todos los grados, sin embargo, no queda claro de qué forma se va dando el avance de cada una a lo largo del estudio de los contenidos (al ser competencias "transversales" que deben estar presentes en todo momento, quedan diluidas y probablemente será difícil para los profesores advertir cómo trabajar).

Las competencias matemáticas que se presentan en el documento de articulación difieren en algunos aspectos con las que se presentan más adelante como específicas para secundaria. En el documento de articulación se indica que construir nuevos conocimientos a partir de los saberes previos implica llevar a cabo las competencias matemáticas, esto resulta inconsistente con el discurso con el que se presenta el enfoque de resolución de problemas donde se menciona que "para resolver la situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, mismos que le permiten entrar en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación" (SEP, 2011a, p. 20).

d) Aprendizajes esperados y estándares.

La estructura del programa está hecha de forma que los aprendizajes esperados se logran a través del estudio de varios contenidos relacionados (así se construyó el mapa curricular, aunque no se encuentra explícito en algún documento); los estándares se logran a través de varios aprendizajes esperados, pero resultan muy generales, no resumen de forma correcta el estudio de las matemáticas a lo largo de la educación básica, y, además, sobre los estándares “actitudinales” no se percibe relación con los otros elementos del programa ni se vuelven a mencionar en las orientaciones o en las tablas de contenidos.

Los estándares y los aprendizajes esperados tienen una relación, en tanto que el logro de un estándar se obtiene a partir del logro de un grupo de aprendizajes esperados, por ejemplo, el estándar “Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables” se logra a través del logro de tres aprendizajes esperados, como se observa en la tabla 1.29.

Tabla 1.29. Relación entre aprendizajes esperados y estándares

Aprendizajes esperados	Estándar
Construye círculos y polígonos regulares que cumplan con ciertas condiciones establecidas.	Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas.	
Construye figuras simétricas respecto de un eje e identifica las propiedades de la figura original que se conservan.	

Sin embargo, esta relación no se indica en los programas. De la misma forma, el estudio de varios contenidos permite el logro de los aprendizajes esperados; aunque esto sí se señala de forma general, no se indica cuál es la relación específica entre estos elementos.

Otra problemática es que hay estándares que no agrupan adecuadamente todos los aprendizajes esperados, por ejemplo, el estándar “Mide y compara longitudes utilizando unidades no convencionales y algunas convencionales comunes (m, cm)” agrupa los siguientes aprendizajes esperados, pero su redacción no cubre adecuadamente todos los aprendizajes:

- Utiliza unidades arbitrarias de medida para comparar, ordenar, estimar y medir longitudes.
- Resuelve problemas que implican el uso del calendario (meses, semanas, días).
- Resuelve problemas que implican la lectura y el uso del reloj.
- Utiliza unidades de medida estándar para estimar y medir longitudes.

Los estándares actitudinales no tienen referente en los aprendizajes esperados, ni tampoco vuelven a aparecer en el mapa de contenidos.

e) Contenidos

La relación entre estándares, aprendizajes esperados y contenidos podría ser útil para conocer cuáles contenidos están relacionados entre sí, y cuál es el avance que se tiene para obtener el aprendizaje esperado. Sin embargo, esa relación no es publicada en los documentos oficiales ni en alguna página web.

En el programa de estudios 2006 para cada contenido se indicaba una orientación didáctica; ésta daba cuenta más o menos detallada de los alcances del contenido. En 2011 se quitaron estas orientaciones didácticas; hubo uniformidad con las demás asignaturas, y se colocaron en la página web de la subsecretaría de educación básica. En algunos casos estas orientaciones son importantes debido a que la descripción de algunos contenidos es general y no indican con claridad sus alcances (por ejemplo, el primer contenido de la secundaria es Conversión de fracciones decimales y no decimales a su escritura decimal y viceversa, descripción que incluye una gama muy amplia de posibles técnicas y tipos de números. Esta situación se presenta para gran parte de los contenidos en mayor o menor medida).

Otra inconsistencia con los contenidos es que, si bien varios contenidos están relacionados entre sí y su estudio se lleva a cabo en varios bloques e incluso en varios grados, en algunos hay un salto de dos años para volver a retomarlos; éste es el caso del estudio de los porcentajes (se presenta en sexto grado de primaria y luego se retoma en segundo grado de secundaria), el estudio de las medidas de tendencia central (también se estudia en sexto grado y luego en segundo de secundaria), la proporcionalidad (se trabaja en quinto grado y luego se retoma en primero de secundaria, aunque en sexto se trabaja con razones y porcentajes), y la semejanza de figuras (se trabaja en sexto grado y luego se retoma en segundo grado de secundaria). Habría que analizar, en cada caso, si no es mucho el tiempo para retomarlos debido a que es posible que los alumnos tengan problemas para estudiarlos cuando pasa tanto tiempo.

Otros casos a considerar o analizar son los siguientes:

- En primer grado, bloque I, se trabaja con números primos y compuestos; este tema no se retoma posteriormente.
- En primer grado se trabaja con las rectas notables del triángulo, entre ellas la mediatriz, y luego se resuelven problemas con las propiedades de la mediatriz de un segmento. Aunque hay relación, la mediatriz de un triángulo la mediatriz de un segmento no son iguales; y esta advertencia no se presenta en el programa de estudios, y quizá sea necesario hacerla evidente a los profesores.
- En primer grado, bloque V, se trabaja con problemas de proporcionalidad múltiple; si bien es una aplicación de la proporcionalidad, ésta no se retoma más adelante.
- En segundo grado, bloque I, se estudia el cálculo de interés compuesto, el crecimiento poblacional y otros fenómenos cuyo cálculo requiera procedimientos recursivos, sin embargo, esas técnicas y los procedimientos recursivos no se utilizan en ningún otro contenido de la secundaria.
- La proporcionalidad inversa se trabaja en un contenido de segundo grado, bloque II, y ya no se retoma. Quizá más adelante se podría considerar graficarla o representarla algebraicamente, o bien dejar su estudio para bachillerato.

- En segundo grado, bloque III, se trabajan los contenidos: "Relación entre el decímetro cúbico y el litro", "Deducción de otras equivalencias entre unidades de volumen y capacidad para líquidos y otros materiales", "Equivalencia entre unidades del Sistema Internacional de Medida y algunas unidades socialmente conocidas como barril, quilates, quintales, etcétera". Estos contenidos se relacionan con otro de sexto grado acerca del Sistema Internacional, y aparecen aislados del trabajo de los demás contenidos.
- En segundo grado, bloque V, el análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$ en la gráfica correspondiente es un contenido aislado que no se retoma más adelante.
- La jerarquía de operaciones se trabaja hasta segundo grado, aunque es necesario tenerla para resolver algunas operaciones desde primer grado de secundaria.
- Con respecto al trabajo con potencias y raíces cuadradas, no se percibe claramente la estructura que sigue, por ejemplo: en el bloque V de primer grado se plantea primero el trabajo con la notación científica ("Uso de la notación científica para realizar cálculos en los que intervienen cantidades muy grandes o muy pequeñas"), aunque no se ha visto la definición de potencia ni las potencias negativas. El siguiente contenido es: "Resolución de problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada (diferentes métodos) y la potencia de exponente natural de números naturales y decimales". Si bien se indica que es posible cambiar el orden de los contenidos dentro de un mismo bloque, en este caso, parece ser necesario dicho cambio, y es probable que sean pocos los maestros que adviertan esto para el caso específico.
- Un contenido importante para secundaria es la evaluación de expresiones algebraicas. Aunque queda implícito su uso en la verificación de la resolución de ecuaciones o en el uso de modelos algebraicos, se sugiere que se explicita su importancia. Pasa algo parecido con la traducción de expresiones en lenguaje natural al algebraico y viceversa.
- En segundo grado se hacen operaciones con monomios y polinomios, sin que quede claro hasta dónde se espera que se analicen distintos tipos de expresiones algebraicas. Sería deseable que se tomara en cuenta que en la secundaria sólo se resuelven ecuaciones de una variable. Al respecto, tampoco queda claro en qué contenido se deberá estudiar la factorización de expresiones algebraicas, si en segundo grado (bloque III: "Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios") o en tercer grado (bloque II: "Uso de ecuaciones cuadráticas para modelar situaciones y resolverlas usando la factorización").
- El tema de patrones y sucesiones se trabaja desde primer grado de primaria; en el programa se indica sólo el trabajo con sucesiones de números y de figuras, aritméticas y geométricas (y algunas compuestas y especiales). Por un lado, se repiten los mismos temas varias veces sin que sea claro cuál es el propósito de esto. También requieren claridad los términos "sucesiones compuestas" y "sucesiones especiales", ya que no existe un referente formal dentro de la matemática, como sí existe para "sucesiones aritméticas y geométricas". En secundaria se concluye esta línea de estudio con el análisis de las sucesiones cuadráticas. Este análisis resulta demasiado técnico para este nivel, ya que es un contenido que se trabaja tradicionalmente en el nivel medio superior y no se retoma en el estudio de otros contenidos.

- La congruencia y semejanza se trabajan al mismo tiempo y sólo para triángulos, rectángulos y cuadrados. Por un lado, esto provoca que el contenido sea muy largo (al ver los dos aspectos al mismo tiempo), y puede ser confuso verlos juntos. También ocurre que, al restringir el estudio sólo a triángulos, cuadrados y rectángulos, se pierden posibilidades de hacerlo interesante con el trabajo con otros tipos de figuras, ya que la semejanza está directamente relacionada con otros contenidos (escalas, proporcionalidad) en que se manejan figuras de muy diversas formas.
- El teorema de Tales y las propiedades de las figuras homotéticas se estudian en tercer grado, bloque III. Estos contenidos involucran aspectos técnicos de las matemáticas que podrían dificultar su aprovechamiento en este grado. Sería posible trabajar aspectos parecidos de la matemática con el estudio de figuras a escala relacionado con el dibujo o la arquitectura, por ejemplo.
- En el programa de primaria de 2009 se incluía el estudio de temas de probabilidad y estadística en este nivel; en la reforma de 2011 se dejó este estudio para secundaria. Se sugiere analizarlo.
- En general, se sugiere revisar toda la línea de probabilidad. El trabajo que está indicado en segundo grado de secundaria es sólo cualitativo, ya que se restringe a trabajar con apreciaciones como "es más probable que", y se hace registro de resultados pero es hasta tercer grado cuando se define la escala de probabilidad que permite un análisis cuantitativo. En segundo grado se complejiza innecesariamente con el estudio específico de eventos independientes.
- También es necesario revisar los temas de estadística en cuanto a los elementos que se ofrecen para llegar a la comprensión del trabajo con datos agrupados, con medias ponderadas y con desviación media; estos temas sólo se estudian de forma aislada y no tienen relación con ningún otro contenido de secundaria.

Respecto a la articulación de los contenidos entre niveles, la reforma de 2011 permitió mejorar la articulación entre primaria y secundaria (que tenía varias inconsistencias en la relación entre los programas de 2006 para secundaria y 2009 para primaria). En cuanto a la relación entre los contenidos de secundaria y de la educación media superior, es posible afirmar que la mayoría de los contenidos se vuelve a estudiar en media superior y, en muchos casos, se enseñan como si los estudiantes no los hubieran estudiado en secundaria.

Aceptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio.

- a) El enfoque de resolución de problemas es central para la propuesta curricular, pero, aunque el programa presenta una amplia serie de recomendaciones para trabajar con este enfoque, es común encontrar profesores que manejan muy bien el discurso ("Situación problemática", "Poner en juego los conocimientos previos", Responder con lo que ya sabes para después construir tus conocimientos"); sin embargo en clase utilizan de manera preponderante una forma expositiva para su enseñanza: el profesor explica, presenta ejemplos resueltos y los alumnos hacen la tarea o ejercicios. Otro aspecto relacionado con los criterios anteriores es que la gran

cantidad de contenidos de los programas de estudios vigentes hace que, en la práctica, sea casi imposible llevar el enfoque de resolución de problemas durante todo el año y para todos los contenidos, pues el tiempo no es suficiente.

- b) Un aspecto importante en el programa de matemáticas de secundaria es la parte que pertenece a la guía para el maestro ("Enfoque del campo de formación", "Planeación", "Organización de ambientes de aprendizaje", "Evaluación", "Orientaciones pedagógicas y didácticas", "Ejemplos concretos"). Estas orientaciones para el docente, aunque son adecuadas en muchos casos, resultan generales. Dan orientaciones útiles para un profesor con fortaleza disciplinar pero poca experiencia docente, y no aportan elementos a los profesores que ya hayan tomado cursos de didáctica de la matemática con anterioridad. Los ejemplos concretos retoman contenidos de diferentes bloques, algo que los profesores no hacen porque el programa se organiza por bloques y cada bloque corresponde a un bimestre del año escolar. Llama la atención las pocas recomendaciones que hay al respecto de la evaluación específica para matemáticas.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

La propuesta curricular vigente tiene características que favorecen su *aceptabilidad*. Sin embargo, a este respecto es importante señalar la necesidad de llevar a cabo un estudio sobre la implementación de la propuesta.

Adaptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

La planeación docente queda establecida en la repartición de los contenidos por bloque (bimestre). Se entiende que éstos son los contenidos que hay que trabajar en cada bimestre y que no es posible cambiarlos. Las formas de organización del trabajo en la escuela y en el aula se relacionan con las recomendaciones que se hacen para el trabajo con el enfoque de resolución de problemas. Esto se describió en el criterio 4. De igual forma, los elementos del currículo relacionados con los contenidos ya han sido mencionados en ese criterio.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de *adaptabilidad* se cumple en tanto que el tratamiento de los contenidos no es rígido ni prescriptivo. Incluso puede haber diferentes interpretaciones de la profundidad con la que se trata cada contenido. El orden en el que se trabajan los contenidos sí carece de cierta flexibilidad, dado que ya están establecidos los que deben de trabajarse en cada bimestre. Esto entra en cierta contradicción con el hecho de que en las orientaciones didácticas se presentan situaciones que abarcan contenidos de varios bloques.

En cuanto a la planeación y la organización del trabajo en el aula, el programa también es flexible, pues las orientaciones son generales acerca de un método que el profesor puede adaptar al trabajo con grupos pequeños o grandes, puede decidir dedicar más o menos tiempo a los contenidos de acuerdo con el grado de avance de los alumnos. Sin embargo el programa no indica las posibilidades de adaptarse a otras modalidades educativas, ya que este aspecto no se considera.

1.4. Calidad del diseño curricular: nivel medio superior

1.4.1. Descripción general del diseño curricular: nivel medio superior

A continuación, se presentan las descripciones generales de los diseños curriculares de matemáticas del Bachillerato General (DGB), del Bachillerato Tecnológico (BT) y del Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP).

Las tablas 1.30 a, b y c presentan una síntesis de los aspectos que permiten describir el diseño curricular vigente de México para el nivel medio superior (Bachillerato general, CONALEP y Bachillerato tecnológico).

Tabla 1.30a. Descripción general del currículo vigente de matemáticas. Bachillerato general

Propósito de enseñar matemáticas	Se propone propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico de los estudiantes mediante procesos de razonamiento, argumentación y estructuración de ideas que conlleven el despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar (SEP, 2013a, p. 6).
Contenido de la enseñanza (descripción general)	<i>Matemáticas 1. Aritmética y Álgebra.</i> <i>Matemáticas 2. Geometría y trigonometría; Probabilidad y estadística.</i> <i>Matemáticas 3. Geometría analítica.</i> <i>Matemáticas 4. Funciones.</i>
Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas	Se recomienda que los profesores indaguen sobre los conocimientos que tienen los estudiantes al iniciar el curso, para definir sus estrategias de enseñanza. El profesor debe preparar sus clases buscando o elaborando con anticipación, situaciones reales o hipotéticas a partir de las cuales emerjan y se utilicen los contenidos del programa. Debe conducir a los estudiantes hacia la solución de los problemas y dosificar los ejemplos de manera gradual.
La evaluación	En cada bloque de contenido de cada programa se incluye una sección llamada <i>Instrumentos de evaluación</i> que consiste en "Listas de cotejo", "Rubricas de evaluación" y "Pruebas objetivas". Estas recomendaciones no hacen indicaciones explícitas sobre el contenido o la manera de evaluar, ni tampoco acerca de la promoción.

Tabla 1.30b. Descripción general del currículum vigente de matemáticas. CONALEP

Propósito de enseñar matemáticas	"Los egresados serán competentes para desempeñarse a nivel de mandos intermedios, aplicando los conocimientos científicos, tecnológicos y humanísticos que se requieran y empleando procedimientos establecidos para brindar los servicios relacionados con su profesión, a partir del desarrollo de diferentes funciones y tareas que involucran su participación activa en el análisis e interpretación de información, la identificación y diagnóstico de problemáticas y la toma de decisiones que permitan su solución" (CONALEP, 2012a, p. 8).
Contenido de la enseñanza (descripción general)	<i>Manejo de espacios y cantidades.</i> <i>Representación simbólica y angular del entorno.</i> <i>Tratamiento de datos y azar.</i> <i>Representación gráfica de funciones.</i>

Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas	"Los principios asociados a la concepción constructivista del aprendizaje mantienen una estrecha relación con los de la educación basada en competencias, la cual se ha concebido en el Colegio como el enfoque idóneo para orientar la formación ocupacional de los futuros profesionales técnicos y profesionales técnicos bachiller. Este enfoque constituye una de las opciones más viables para lograr la vinculación entre la educación y el sector productivo de bienes y servicios" (CONALEP, 2012b, p. 5).
La evaluación	Hay un apartado, "Guía de evaluación", de 11 páginas. "La guía de evaluación es un documento que define el proceso de recolección y valoración de las evidencias requeridas por el módulo desarrollado y tiene el propósito de guiar en la evaluación de las competencias adquiridas por los alumnos, asociadas a los Resultados de Aprendizaje; en donde además, describe las técnicas y los instrumentos a utilizar y la ponderación de cada actividad de evaluación. Los Resultados de Aprendizaje se definen tomando como referentes: las competencias genéricas que va adquiriendo el alumno para desempeñarse en los ámbitos personal y profesional que le permitan convivir de manera armónica con el medio ambiente y la sociedad; las disciplinares , esenciales para que los alumnos puedan desempeñarse eficazmente en diversos ámbitos, desarrolladas en torno a áreas del conocimiento y las profesionales que le permitan un desempeño eficiente, autónomo, flexible y responsable de su ejercicio profesional y de actividades laborales específicas, en un entorno cambiante que exige la multifuncionalidad" (CONALEP, 2012b, p. 109).

Tabla 1.30c. Descripción general del currículo vigente de matemáticas.
Bachillerato tecnológico

Propósito de enseñar matemáticas	La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debe promover el aprendizaje significativo mediante actividades contextualizadas en ambientes de aprendizaje colaborativo tomando como base los contenidos matemáticos factuales, conceptuales, procedimentales y actitudinales (SEP, 2009, p. 15).
Contenido de la enseñanza (descripción general)	<i>Álgebra y geometría.</i> <i>Trigonometría.</i> <i>Geometría analítica.</i> <i>Cálculo, y Probabilidad y estadística.</i>
Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas	La orientación de matemáticas es hacia el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares, a través del aprendizaje significativo de los conceptos y su aplicación, más que a la ejercitación en el uso de los algoritmos; en el enfoque que se propone, basado en la solución de problemas contextualizados sociales, naturales, científicos y tecnológicos bajo un eje medular (temas integradores), permite distinguir un uso diferente de los contenidos; las asignaturas se presentan en estructuras conceptuales, las cuales no son rígidas, pues le permiten al profesor hacer diferentes interrelaciones de los conceptos, según la problematización que trate de resolver (SEP, 2009, p. 3).
La evaluación	<i>Evidencias</i> Ejercicios propuestos, relacionados con los contenidos especificados, glosario de conceptos, formulario, gráficas elaboradas, las actitudes manifestadas durante la construcción de los conocimientos, portafolio de evidencias. <i>Criterios</i> Dominio de los procedimientos y conceptos, entrega puntual y en forma de trabajos propuestos; en los trabajos se considerará su limpieza, calidad, contenido, exactitud, puntualidad, respeto, trabajo en equipo y ayuda mutua. <i>Instrumentos</i> Cuestionario, examen escrito, escalas estimativas, listas de cotejo. <i>Materiales y auxiliares didácticos:</i> Cuadernillos de trabajo de geometría y trigonometría, escuadras, compás, reglas, bibliografía especificada en el programa, calculadoras, transportador, cuadernos de cuadrícula (SEP, 2009, p. 37).

1.4.2. Análisis del diseño curricular: medio superior

A continuación, se presentan las valoraciones de los diseños curriculares de matemáticas del bachillerato general (DGB), el bachillerato tecnológico (BT) y el Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP).

Currículo de matemáticas del bachillerato general (DGB)

En lo que sigue se expone el resultado del análisis de los programas de estudio de matemáticas del bachillerato general, constituido por los bachilleratos organizados por la Secretaría de Educación Pública a través de la Dirección General de Bachillerato (DGB). Aparte de los programas semestrales de Matemáticas (SEP, 2013a, 2013b, 2013c, 2013d), se incluye el análisis el Documento Base del Bachillerato General (SEP, 2011 bachillerato), porque en gran medida aquéllos están basados en éste.

El análisis consistió en elegir algunos aspectos del programa que pueden dar cuenta de la inclusión de los criterios de calidad del marco de evaluación del INEE, con base en los descriptores que de ellos fueron formulados para el presente proyecto. Para cada criterio se indican tales aspectos y se ofrece una muestra de fragmentos de los programas de estudio que los justifican. Tanto las características que justifican el cumplimiento de un criterio como los señalamientos críticos evalúan la totalidad de los programas y no afectan sólo a partes de éstos.

Relevancia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) En el apartado “competencias a desarrollar” de los programas de estudio de matemáticas del bachillerato general hay enunciados que se refieren al desarrollo de diferentes tipos de valores de los estudiantes, como apreciar el trabajo colaborativo o en equipo, mantener una actitud constructiva congruente con los conocimientos y habilidades que se adquieren, argumentar la solución de los problemas, valorar el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC), exponer sus puntos de vista, considerar reflexivamente las perspectivas de los demás y “mantener una actitud respetuosa hacia la interculturalidad”.
- b) También en los programas de estudio de matemáticas del bachillerato general hay frecuentes referencias a la importancia de que los conocimientos sean aplicados en situaciones problemáticas relacionadas con el entorno físico y social de los estudiantes. La definición de competencia adoptada en estos programas es un ejemplo de esto:

Una competencia es la “aptitud de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones” con buen juicio, a su debido tiempo, para definir y solucionar verdaderos problemas (SEP, 2013a, p. 5).

- c) Además, en tres de las ocho competencias disciplinares básicas se mencionan expresiones alusivas al entorno: “situaciones reales”, “proceso social o natural” y “objetos que lo [al estudiante] rodean”; en los siguientes ejemplos se destacan en cursivas, con el propósito de mostrarlo:

1. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o *situaciones reales*.
2. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un *proceso social o natural* para determinar o estimar su comportamiento.
3. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de *los objetos que lo rodean* (SEP, 2013a, p. 11).

d) Las referencias al entorno social se reflejan también en algunas de las expresiones de los enunciados de la sección “actividades de enseñanza”. En la tabla 1.31 se presentan dos ejemplos de cada semestre:

Tabla 1.31. Ejemplos de actividades de enseñanza con referencia al entorno social

Semestre	Actividad
Primero	Enunciar problemas en los que se planteen situaciones hipotéticas o reales de su entorno para hallar perímetros, áreas y volúmenes de figuras geométricas que el estudiante encuentre en: el salón de clase, El plantel, La comunidad en la que está enclavado el centro educativo (SEP, 2013a, p. 27).
	Presentar un problemario al grupo para que por equipos resuelva los problemas de su entorno u otros ámbitos que puedan presentarse mediante una ecuación lineal con una variable (SEP, 2013a, p. 35).
Segundo	Solicitar al alumnado que resuelva ejercicios y problemas usando las propiedades de ángulos y triángulos en clase y extraclase. Los problemas planteados deben estar relacionados con situaciones que se identifican en su comunidad (SEP, 2013b, p. 14).
	Formular problemas relacionados con situaciones relevantes en su comunidad y solicitar al alumnado resolver ejercicios o problemas donde apliquen los criterios de semejanza (SEP, 2013b, p. 21).
Tercero	Organizar al grupo en binas y solicitarles de tarea la elaboración de una maqueta de una sección cónica que muestre el plano de corte que la origina. Además cada maqueta debe incluir ejemplos de aplicación de la cónica en la vida cotidiana (fotografías, objetos, imágenes) (SEP, 2013b, p. 37).
	Proponer un trabajo final en equipos sobre la aplicación en su entorno de las diferentes formas de las ecuaciones de la circunferencia (SEP, 2013b, p. 39).
Cuarto	Solicitar al grupo una relación de cinco situaciones de su entorno que ejemplifique el concepto de función y sus partes (SEP, 2013d, p. 15).
	Solicitar al alumnado un listado de situaciones de la vida cotidiana que sucedan en su hogar, comunidad, industria, naturaleza, entre otros, donde se manifiesten fenómenos que pueden ser descritos con funciones exponenciales o logarítmicas (SEP 2013d, p. 42).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Con los ejemplos dados se muestra que los programas de la DGB cumplen formalmente con los dos aspectos del criterio de *Relevancia*: i) la promoción de valores entre los estudiantes, la discusión y la argumentación, y ii) el uso del conocimiento matemático para analizar problemas del entorno. Se puede verificar que se refleja a lo largo de los programas una preocupación por inducir a los profesores en la búsqueda de formas de enseñanza que contribuyan a satisfacer dichos indicadores.

La verificación de este criterio se enfoca hacia una de los grandes componentes de los programas: el modelo educativo. Se puede argumentar que dicho modelo pone en primer plano los aspectos del criterio de *Relevancia*. No obstante, hace falta verificar la articulación con otro componente: el contenido matemático, el cual impone peculiaridades que podrían entrar en conflicto o no ajustarse adecuadamente con los criterios mencionados. Este problema se investiga en el desarrollo del criterio de calidad *Consistencia interna*.

Pertinencia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) Los programas no ofrecen alguna indicación sobre la correspondencia entre los contenidos y el desarrollo cognitivo de los estudiantes; una valoración al respecto sólo es posible con criterios extrínsecos. Se mencionarán dos elementos para apoyar que dicha correspondencia es pertinente. Por un lado, un criterio pragmático es que el contenido matemático de estos programas no difiere del que ha sido tradicionalmente ubicado en el nivel bachillerato, tanto en México como en otros países; por ejemplo, más o menos el mismo contenido y orden coincide con los contenidos de bachillerato de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), en sus dos modalidades (ENP, 2006, y CCH, 2006). Por otro lado, de acuerdo con los niveles de desarrollo cognitivo de Piaget, los estudiantes de este nivel están en la etapa de las operaciones formales y son capaces de manejar sistemas simbólicos como los que deben adquirirse durante el desarrollo de los programas.
- b) En relación con la comunicación y los sistemas de representación, en las competencias a desarrollar se hacen repetidas menciones acerca de la importancia de que los estudiantes expliquen; expresen ideas; escuchen e interpreten a sus compañeros; participen, y colaboren. Dentro de esas menciones se especifica que deben lenguaje matemático y usar los recursos simbólicos que van adquiriendo en aritmética, álgebra (incluyendo el lenguaje funcional) y geometría:
- Expresa ideas y conceptos matemáticos mediante representaciones geométricas de los diferentes tipos de ángulos y triángulos en situaciones reales de su comunidad (SEP, 2013b, p. 13).
 - Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas y gráficas; asimismo, interpreta tablas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos (SEP, 2013c, p. 14).
 - Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos para solucionar ejercicios de diferentes áreas, aplicando los conceptos *función*, *dominio*, *contradominio*, *imagen* y *regla de correspondencia* (SEP, 2013d, p. 13).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de *pertinencia* lo cumple parcialmente en los programas de la DGB, pues por un lado los contenidos de bachillerato corresponden a los contenidos básicos de aritmética, álgebra y geometría, aunque no necesariamente a todos, los cuales tradicionalmente se han incluido en el currículo de bachillerato. Por otro lado, hay una serie de enunciados que sugieren expresar ideas con diferentes sistemas de representación, así como dar discusiones en equipo, lo que propiciaría el desarrollo de la comunicación. En los programas de la DGB se utiliza la palabra *modelación* en varios momentos, sin embargo, no se aclara su significado; en ocasiones con ella se refieren a una fórmula o a una ecuación sin que necesariamente corresponda a una situación en contexto (véase la descripción del criterio de *aceptabilidad*). Pero también se reitera la importancia de conectar los conocimientos matemáticos con situaciones reales del entorno, aunque no se usa la palabra *modelación* ni se especifica cómo hacer el vínculo (véase inciso d del criterio de *relevancia*).

Equidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

a) En cada grado se completan 80 horas de clase, en promedio se asignan ocho horas por bloque. Cada bloque tiene diferente cantidad de contenidos, además se tienen entre seis y siete “desempeños del estudiante al concluir el bloque” y unos cinco enunciados de “competencias a desarrollar”. Por ejemplo, en el bloque III del curso del primer semestre, “Realizas sumas y sucesiones de números”, se enuncian los siguientes “desempeños”:

- Identifica y diferencia las series y sucesiones numéricas así como sus propiedades.
- Clasifica las sucesiones numéricas en aritméticas y geométricas.
- Construye gráficas para establecer el comportamiento de sucesiones aritméticas y geométricas.
- Emplea la calculadora para la verificación de resultados de cálculos de obtención de términos de las sucesiones.
- Realiza cálculos obteniendo el n ésimo término y el valor de cualquier término en una sucesión aritmética y geométrica tanto finita como infinita.
- Soluciona problemas aritméticos y algebraicos usando serie y sucesiones aritméticas y geométricas.

Pensando en un método expositivo, las ocho horas son suficientes para tratar este contenido. Los dos primeros desempeños son de baja dificultad, los siguientes dos de dificultad media, pero los dos últimos de alta dificultad, pues la tarea de encontrar el n ésimo término implica un manejo algebraico que los estudiantes aún no poseen (las operaciones algebraicas se introducen en el bloque IV), y lo mismo ocurre al “resolver problemas [...] algebraicos usando series y sucesiones”. Entonces estos últimos dos “desempeños” se pueden tratar de forma expositiva en el tiempo asignado, pero difícilmente la mayoría de los estudiantes podrá ser capaz de resolver problemas.

Con respecto a las “competencias a desarrollar”, las exigencias son mayores; se enuncian las siguientes:

- Construye e interpreta series y sucesiones numéricas y geométricas, para la comprensión de situaciones reales.
- Formula y resuelve problemas aritméticos y algebraicos de complejidad creciente utilizando la calculadora.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos propuestos por el docente y elabora ejemplos utilizando los modelos establecidos.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de una serie o sucesión, relacionándolas a un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, diagramas y textos relacionándolos con series y sucesiones, y utiliza para ello los símbolos matemáticos correspondientes.

El primer y último son enunciados de gran dificultad, toda vez que no se encuentran en los textos de matemáticas interpretaciones de las series y sucesiones para la comprensión de situaciones reales. Una secuencia muy conocida es la de Fibonacci, que modela el crecimiento de una población (por ejemplo de conejos) pero no es ni aritmética ni geométrica, sino exponencial y está fuera del alcance de los estudiantes. Situaciones de recorridos y de caída libre podrían proporcionar sucesiones asequibles a los estudiantes, pero probablemente se requiera más de las ocho horas para que los estudiantes trabajen productivamente en ellas.

b) Los programas de la DGB tienen su sustento en el documento base (SEP, 2006); en éste se aborda ampliamente el problema de la equidad en el anexo llamado: "Incorporación del Enfoque Intercultural en el Bachillerato", formado por 26 páginas (SEP, 2006, pp. 56-72). En este apartado se expone el enfoque que adoptan los bachilleratos de la DGB en relación con la diversidad cultural. El objetivo general del Enfoque Intercultural es: "Enriquecer el currículum de Bachillerato General para ofrecer al alumnado una educación de calidad pertinente en términos culturales, conforme a las características de su entorno" (p. 66), y los objetivos específicos son los siguientes:

- Impartir en los planteles del Bachillerato general una educación que contribuya a formar ciudadanos que valoren su propia cultura, al mismo tiempo que les dé capacidades para relacionarse con respeto y en *términos de equidad* con las personas que tienen una cultura o manifestaciones culturales diferentes.
- Impartir una educación que contribuya a formar bachilleres que asuman la diversidad cultural y la diferencia, así como la interdependencia que ello supone, como algo propio, asumiendo la necesidad de trabajar en la construcción conjunta de un nuevo y más enriquecedor concepto de sociedad y ciudadanía.
- Ofrecer al estudiantado de las comunidades indígenas que acuden a los planteles del Bachillerato general una *educación cuya calidad esté en pie de igualdad* a la que se imparte para el resto de la población, con la inclusión de los elementos de su cultura que resulten significativos para el proceso educativo (las cursivas son nuestras) (SEP, 2006, pp. 66-67).

La sección 6 del documento base (SEP, 2006) se titula "Aplicación del enfoque intercultural en el bachillerato general". En ésta se proponen dos componentes del currículo con enfoque intercultural. Como parte del componente básico se incluye un punto que hace mención explícita sobre la posibilidad de adaptación del programa de acuerdo con las condiciones culturales de los lugares en los que se aplique: "Inclusión y adaptación de los programas de estudio abordando el enfoque intercultural" (SEP, 2006, p. 70).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Este criterio se cumple parcialmente. Con respecto al equilibrio entre la cantidad y la suficiencia del contenido en relación con el tiempo, depende en gran medida del enfoque didáctico (o modelo educativo). Si se supone un enfoque tradicional de la enseñanza, los contenidos propuestos se pueden cubrir, ya que el profesor puede distribuir sus exposiciones en el tiempo disponible. No obstante, si lo que se pretende es desarrollar competencias no hay posibilidad de cubrir el contenido, pues esto supondría más tiempo para la formulación, la discusión y la solución de los problemas del "entorno, la comunidad o la vida cotidiana".

En el documento base del Bachillerato general se hacen recomendaciones explícitas para propiciar la equidad. Se asume la diversidad cultural del país, y se considera que el currículo debe adaptarse a las diferentes condiciones del enclave del plantel, sin disminuir la calidad de los servicios educativos.

Hay otra diversidad en la población de estudiantes que no es considerada en el documento base del Bachillerato general ni se expresa en los programas. Hay poblaciones de estudiantes con desventajas en relación con su aprovechamiento en matemáticas para las que el currículo podría señalar lo mínimo que pueden alcanzar. También hay sectores de la población favorecidos culturalmente para quienes pueden ser fácilmente asimilables los contenidos del currículo. Algunos programas de estudio sugieren explícitamente que se consideren tales sectores de la pobla-

ción. Por ejemplo, en los principios y estándares curriculares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) de Estados Unidos cuando desarrolla el “Principio de igualdad”, después de afirmar que el currículo debe tener grandes expectativas para todos los alumnos, se comenta “Son necesarias mayores expectativas pero esto no basta [...] Todos deberían tener acceso a un programa de matemáticas excelente y equitativo [...] Los estudiantes con algún tipo de incapacidad puede necesitar más tiempo para completar sus tareas, o bien les beneficiarán más las evaluaciones orales que las escritas. Los que tengan dificultades en matemáticas pueden necesitar recursos adicionales como programas especiales, clases particulares, ayuda de sus compañeros o de alumnos de niveles más avanzados. También aquellos alumnos con especial interés por la disciplina o excepcional talento para ella, pueden necesitar programas más ricos o más recursos para estimularlos y comprometerlos” (pp. 13-14). No reconocer esas diferencias y no ofrecer alternativas de acciones para atender debidamente a las poblaciones correspondientes puede ser otra forma de discriminación.

Consistencia interna

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) Los elementos más destacados son el modelo educativo, el contenido y la forma de trabajo. En estos programas la evaluación sugiere que son aspectos superficiales. Se identifica una inconsistencia importante en el modelo educativo explícito, basado en el constructivismo, el desarrollo de competencias y las “actividades de enseñanza” desde las cuales se filtra un modelo de enseñanza basado en la tríada exposición-ejemplo-ejercicio.

En efecto, en relación con el modelo educativo declarado en el documento base (constructivismo y competencias), se puede leer lo siguiente:

En el contexto de RIEMS [Reforma Integral de la Educación Media Superior] el modelo educativo es el centrado en el aprendizaje y se circunscribe al paradigma constructivista el cual de forma general plantea que el alumno “realiza un acto de conocimiento o de aprendizaje, no copia la realidad circundante, sino que construye una serie de representaciones o interpretaciones sobre la misma”.

Dentro de este paradigma existen diversas corrientes o teorías como la psicogenética, la cognitiva, y la social, a su vez al interior de estas teorías reconocemos una gran cantidad de autores. Particularmente dentro del constructivismo sociocultural, se encuentran elementos que recuperan y dan sentido a la propuesta educativa del Bachillerato General coordinado por la Dirección General del Bachillerato (SEP, 2006, p. 17).

El enfoque constructivista (sociocultural) aplicado a la educación no suscribe la idea tradicional de que los estudiantes aprenden con base en buenas explicaciones, no obstante, en las actividades de enseñanza de los programas en algunos casos se hacen recomendaciones al profesor para desarrollar su clase a través de explicaciones. A continuación, se presentan algunos ejemplos en los cuales se utilizan los términos *técnica expositiva*, *mostrar*, *presentar* y *ejemplificar*, que se refieren a actividades centradas en el profesor y no en el estudiante, como el modelo declara.

Actividades de enseñanza (SEP, 2013a, p. 19):

- Mostrar, utilizando técnica expositiva, cómo los conceptos de tasas, razones y proporciones se aplican en la resolución de diversos problemas. Enfatizar en la aplicación de la propiedad fundamental.
 - Proponer problemas de los que se involucran tasas, razones y proporciones, además de variación directa e inversa. [...]
-

Actividades de enseñanza (SEP, 2013a, p. 31):

- Proponer situaciones en las cuales representa y transforma el lenguaje algebraico en trinomios y expresiones racionales.
 - Mostrar cómo se simplifica mediante procesos algebraicos y operaciones con polinomios y factorizaciones, y combina estos recursos para la solución de un problema.
 - Describir y justificar el uso de procedimientos empleados en la obtención de la solución de un problema, comprobar ésta y describirla verbalmente.
-

Actividades de enseñanza (SEP, 2013b, p. 14):

- Presentar al alumnado en multimedia o en fotocopias imágenes donde predominen ángulos o triángulos para realizar su clasificación.
 - Solicitar al alumnado un *collage* en donde se muestren los diferentes ángulos y triángulos y exponerlo a los demás integrantes del grupo.
 - Ejemplifica al alumnado la solución de ejercicios de las propiedades de ángulos y triángulos.
 - En diapositiva muestra los diferentes ángulos que se forman entre rectas paralelas cortadas por una secante.
-

Actividades de enseñanza (SEP, 2013c, p. 26):

- Mediante lluvia de ideas inducir al alumno la noción de pendiente y ángulo de inclinación de una recta, ejemplificando el trazado de rectas con diferente inclinación.
 - Presentar con apoyos visuales la formalización de los elementos de la línea recta: pendiente, ángulo de inclinación y la relación entre ellos, así como su definición geométrica y algebraica.
 - Facilitar a los alumnos ejercicios donde calculen pendientes y ángulos de inclinación de rectas.
-

Actividades de enseñanza (SEP, 2013d, p. 25):

- Efectuar una resolución demostrativa ante el grupo de un problema que implique una función lineal y otro con una función cuadrática.
 - Seleccionar o formular una serie de problemas que involucren funciones de grados cero, uno y dos para que los educandos los resuelvan.
-

b) Salvo contadas excepciones, el orden de los temas y subtemas es congruente debido a la estructura jerárquica del contenido matemático (cada proposición matemática se basa en proposiciones previas). Por ejemplo, en el primer semestre se prescriben los siguientes contenidos: *problemas aritméticos, números reales, sumas y sucesiones, manipulación algebraica* (suma, resta y multiplicación de polinomios), *ecuaciones lineales* y *ecuaciones cuadráticas*. Es un orden natural en la exposición matemática. Un problema es que en el tema de series y sucesiones se pide encontrar la expresión algebraica de una sucesión, pero no se ha visto álgebra; quizá se cuente con el álgebra que los estudiantes estudiaron en secundaria.

En el segundo semestre, los contenidos siguen el orden siguiente: *ángulos y triángulos, congruencia de triángulos, semejanza y teorema de Tales, teorema de Pitágoras, polígonos y circunferencia* (que es un orden natural de la geometría desde Euclides); continúa con *relaciones trigonométricas, funciones trigonométricas, senos y cosenos*. Este semestre concluye con elementos de estadística y probabilidad (un bloque para cada una).

En el tercer semestre se estudia: *lugares geométricos, propiedades de segmentos de recta y de polígonos, la recta, la circunferencia, la parábola y la elipse*. Excepto por las *propiedades de segmentos de recta y de polígonos* los contenidos corresponden a un curso elemental clásico de geometría analítica. Finalmente, en el cuarto semestre se prescriben los contenidos de *funciones, funciones especiales y transformaciones gráficas, funciones polinomiales, funciones factorizables, funciones racionales y funciones exponenciales y logarítmicas*. Esto es un tratamiento de funciones, que resulta antecedente del cálculo.

- c) En general, hay congruencia en el contenido de los semestres del bachillerato, porque se sustenta en la organización bien estructurada de las matemáticas. Por un lado, las áreas de las matemáticas: aritmética y álgebra, van en este orden y suelen estudiarse al principio del bachillerato; *geometría y probabilidad y estadística* son algo independientes y puede ubicárseles paralelamente o después de aquéllas. Por último, cálculo sigue necesariamente después de *álgebra y geometría*; los programas respetan dicho orden.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de la consistencia interna no se cumple fundamentalmente por la falta de coordinación entre el modelo educativo declarado explícitamente, basado en el constructivismo y en la propuesta del desarrollo de competencias, y el “modelo educativo” filtrado en las actividades de enseñanza, que sigue el modelo de explicación-ejemplo-ejercicio.

Aceptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) Hay expresiones y frases cuyo sentido no es fácilmente interpretable y que pueden confundir; por ejemplo, una competencia disciplinar es la siguiente “Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos, para la comprensión y el análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales” (SEP, 2013a, p. 11) es de un nivel de generalidad tal que no es posible comunicar claramente su alcance. En esta formulación hay varios aspectos que no son claros, por ejemplo ¿qué se entiende por “modelo matemático”? Dentro de los programas no se aclara, aunque pareciera que hay consenso sobre su significado. A falta de una definición en el texto se podría recurrir a una definición externa, por ejemplo, en un diccionario de matemáticas dice lo siguiente:

Modelo matemático. Un problema del **mundo real** es un problema formulado por un físico, un economista, un ingeniero, o cualquiera en sus condiciones de trabajo normales o de la vida diaria. Las matemáticas pueden ayudar a resolver el problema. Pero para aplicar las matemáticas es a menudo necesario desarrollar un problema matemático abstracto, llamado un *modelo matemático* del original, que aproximadamente corresponda al problema del mundo real. El desarrollo de dicho modelo puede involucrar suposiciones y simplificaciones. Entonces, el problema matemático puede investigarse y quizá resolverse. Cuando la solución se interpreta en términos del mundo real puede proporcionar una solución apropiada al problema original (Clapham, 1996).

Entonces se puede entender que un modelo está asociado a un problema real. No obstante, éste no es el significado con el que se usa la expresión “modelo matemático” en el programa.

Esto se puede deducir al observar las formulaciones de algunas instancias de la competencia general a la que nos referimos: “Construye, interpreta y explica los modelos polinomiales en función de los valores que toman sus parámetros” (SEP, 2013d, p. 28). Y “Construye e interpreta modelos matemáticos de las funciones seno y coseno mediante las gráficas representativas” (SEP, 2013d, p. 46). Al parecer, se entiende por modelo matemático a un concepto matemático y no necesariamente implica que sea una formulación abstracta (matemática) de un problema real, como lo indica nuestra definición del diccionario. Entendido así, la expresión del anterior aprendizaje esperado podría reformularse simplemente: “Graficar las funciones seno y coseno”, que es un mensaje más claro.

- b) Por otro lado, hay formulaciones en las que se sugiere la conexión de conceptos matemáticos con situaciones reales sin que se justifique su relevancia: “Expresa ideas y conceptos matemáticos mediante las representaciones geométricas de los diferentes tipos de ángulos y triángulos en situaciones reales de su comunidad” (SEP, 2013d, p. 46).

¿Qué significa “expresar ideas y conceptos matemáticos mediante las representaciones geométricas de los diferentes tipos de ángulos y triángulos”? Como si los diferentes tipos de ángulos y triángulos fueran un lenguaje matemático y no un objeto que se describe con un lenguaje matemático. Respecto a las situaciones de la realidad, se trata sólo de ver que en el entorno hay ángulos y triángulos; ¿qué relevancia tiene hacer eso para estudiantes de bachillerato?

- c) Desde un punto de vista didáctico, una palabra clave es *problema*, pero no está definida dentro de los programas. Contrastando la anterior competencia a desarrollar con las actividades propuestas, se nota la ausencia del concepto actual del problema como una pregunta genuina cuya solución no se conoce de antemano ni se puede obtener mediante procedimientos rutinarios (Kilpatrick, 1985; Schoenfeld, 1985; Santos, 2007). El programa sugiere:

- Ejemplificar al alumnado la solución de ejercicios de las propiedades de los ángulos y triángulos.
- En diapositiva muestra los diferentes ángulos que se forman entre rectas paralelas cortadas por una secante.
- Solicitar al alumnado que resuelvan ejercicios y problemas usando las propiedades de ángulos y triángulos en clase y extraclase. *Los problemas planteados deben estar relacionados con situaciones que se identifican en su comunidad* (las cursivas son nuestras).

En el siguiente enunciado se refiere a “problemas”: “Valora el trabajo en equipo como una alternativa para mejorar sus habilidades operacionales en la resolución de problemas de ángulos y triángulos en situaciones de su entorno” (SEP, 2013b, p. 13).

En relación con los anteriores enunciados surge la pregunta ¿qué se entiende por problema cuando se dice “los problemas planteados deben estar relacionados con situaciones que se identifican en su comunidad”? Por un lado, la responsabilidad de formular los problemas se delega en el profesor. Por otro, el enunciado no correspondería con el modelo didáctico si se entiende por problema un ejercicio simple que haga referencia a algún elemento del contexto, como “un carpintero hace una mesa, ¿qué medida debe tener el ángulo entre la pata y la superficie superior de la mesa?” Pero un ejercicio como éste, desde el punto de vista de la teoría de la “resolución de problemas”, no es un problema, ni menos un problema genuino de la comunidad. Un problema de la comunidad

se entendería como una necesidad o carencia cuya solución requiere, aparte de conocimientos, un esfuerzo de reflexión para aclarar algo que se ignora y que no está a la vista, y no sólo una aplicación directa de un conocimiento. En este sentido, el profesor requeriría llevar a cabo un gran esfuerzo adicional para poder plantear problemas con la concepción de problema que formula la teoría didáctica (véase Kilpatrick, 1985; Schoenfeld, 1985; Santos, 2007).

El mismo enunciado “Solicitar al alumnado que resuelvan ejercicios y problemas usando las propiedades de ángulos y triángulos en clase y extraclase: Los problemas planteados deben estar relacionados con situaciones que se identifican en su comunidad” hace surgir la sospecha de que en el programa se concibe que cada concepto o unidad de contenido tiene su contraparte en la realidad que hace significativo o necesario dicho concepto, ya sea porque emerge de esa situación o sirve para resolver un problema que ahí se plantea. Pero así no funcionan las matemáticas. Lo que resulta en aplicaciones son los sistemas de conceptos y no conceptos particulares. La sospecha de que el programa pretende que para cada concepto se halle una situación de la realidad (más aún de la realidad del entorno del estudiante) se fortalece en los siguientes enunciados:

Enunciar problemas en los que se planteen situaciones hipotéticas o reales de su entorno para hallar perímetros, áreas y volúmenes de figuras geométricas que el estudiante encuentre en: el salón de clase, el plantel o la comunidad en la que está enclavado el centro educativo (SEP, 2013a, p. 27).

Presentar un problemario al grupo para que por equipos resuelvan los *problemas de su entorno* u *otros ámbitos* que puedan presentarse mediante una ecuación lineal con una variable (SEP, 2013a, p. 35).

Formular problemas relacionados con *situaciones relevantes en su comunidad* y solicitar al alumnado resolver ejercicios o problemas donde aplique los criterios de semejanza (SEP, 2013b, p. 21).

Organizar al grupo en equipos y solicitarles de tarea la elaboración de una maqueta de una sección cónica que muestre el plano de corte que la origina. Además, cada maqueta debe incluir ejemplos de aplicación de la cónica en *la vida cotidiana* (fotografías, objetos, imágenes) (SEP, 2013b, p. 37).

Proponer un trabajo final en equipos sobre la *aplicación en su entorno* de las diferentes formas de las ecuaciones de la circunferencia (SEP, 2013b, p. 39).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Un análisis de varias de las formulaciones que se hacen en las diferentes secciones de los programas muestra la necesidad de precisar términos y aclarar enunciados que pueden generar confusión (modelo matemático, problema). Además, a lo largo del programa hay sugerencias de vincular con la comunidad los conceptos matemáticos, formular y resolver problemas del entorno del estudiante, etcétera, que pueden ser poco viables para el profesor, porque realizar dicha vinculación puede estar lejos de su alcance.

En relación con el problema de vincular las matemáticas con el entorno del estudiante se puede estar partiendo de una falsa concepción según la cual para cada concepto matemático particular hay una situación real que le da sentido. Esto no es así, pues muchos conceptos matemáticos (sintácticos)

obedecen a una lógica interna del sistema y no corresponden a una situación real que los haya hecho emerger. Al parecer algunos enunciados del programa son una expresión de dicha concepción.

Adaptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

a) Como consecuencia de la adopción de un enfoque multicultural, se reconoce la adaptabilidad del currículo propuesto:

Flexible. Los elementos curriculares de este componente podrán aplicarse de manera completa o parcial, según se determine su pertinencia, las condiciones de centro educativo y la factibilidad de llevarlos a la práctica. La incorporación de este componente también podrá ser gradual, a lo largo de varios ciclos escolares (SEP, 2006, p. 71).

No obstante, desde el punto de vista del contenido y de las actividades de enseñanza, es rígido. Algunos rasgos de la rigidez del contenido es la dosificación por bloques. El programa administra los contenidos a lo largo del semestre, por bloques. En cada bloque se determina el contenido específico que se debe estudiar, por lo que no hay oportunidad de que el profesor lo organice de otra manera.

b) Otro rasgo de rigidez es la manera en que se representa un contenido mediante un formato con 12 componentes, que son:

- Número del bloque.
- Nombre del bloque.
- Tiempo asignado.
- Desempeños del estudiante al concluir el bloque.
- Objetivos de aprendizaje.
- Competencias a desarrollar.
- Actividades de enseñanza.
- Actividades de aprendizaje.
- Instrumentos de evaluación.
- Papel del docente.
- Material didáctico.
- Fuentes de consulta.

Los primeras tres componentes de los cuatro cursos se aprecian en la tabla 1.32.

Tabla 1.32. Distribución de Bloques: número, nombre y tiempo asignado

Matemáticas I	
Distribución de Bloques	Horas
Bloque I. Resuelves problemas aritméticos y algebraicos.	8
Bloque II. Utilizas magnitudes y números reales.	6
Bloque III. Realizas sumas y sucesiones de números.	8
Bloque IV. Realizas transformaciones algebraicas I.	10
Bloque V. Realizas transformaciones algebraicas II.	8
Bloque VI. Resuelves ecuaciones lineales I.	8
Bloque VII. Resuelves ecuaciones lineales II.	8
Bloque VIII. Resuelves ecuaciones lineales III.	8
Bloque IX. Resuelves ecuaciones cuadráticas I.	8
Bloque X. Resuelves ecuaciones cuadráticas II.	8
Matemáticas II	
Bloque I. Utilizas ángulos, triángulos y relaciones métricas.	8
Bloque II. Comprendes la congruencia de triángulos.	3
Bloque III. Resuelves problemas de semejanza de triángulos y teorema de pitágoras.	8
Bloque IV. Reconoces las propiedades de los polígonos.	8
Bloque V. Empleas la circunferencia.	8
Bloque VI. Describes las relaciones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos.	11
Bloque VII. Aplicas las funciones trigonométricas.	10
Bloque VIII. Aplicas las leyes de los senos y los cosenos.	8
Bloque IX. Aplicas la estadística elemental.	8
Bloque X. Empleas los conceptos elementales de la probabilidad.	8
Matemáticas III	
Bloque I. Reconoces lugares geométricos.	10
Bloque II. Aplicas las propiedades de segmentos rectilíneos y polígonos.	12
Bloque III. Aplicas los elementos de una recta como lugar geométrico.	10
Bloque IV. Utilizas distintas formas de la ecuación de la recta.	10
Bloque V. Aplicas los elementos y las ecuaciones de la circunferencia.	14
Bloque VI. Aplicas los elementos y las ecuaciones de la parábola.	12
Bloque VII. Aplicas los elementos y las ecuaciones de la elipse.	12
Matemáticas IV	
Bloque I. Reconoces y realizas operaciones con distintos tipos de funciones.	8
Bloque II. Aplicas funciones especiales y transformaciones gráficas.	8
Bloque III. Empleas funciones polinomiales de grados cero, uno y dos.	10
Bloque IV. Utilizas funciones polinomiales de grados tres y cuatro.	10
Bloque V. Utilizas funciones factorizables en la resolución de problemas.	12
Bloque VI. Aplicas funciones racionales.	12
Bloque VII. Utilizas funciones exponenciales y logarítmicas.	10

A continuación, a manera de ejemplo, se presentan los elementos restantes del formato de exposición de un solo contenido: Matemáticas 1, bloque III "Realizas sumas y sucesiones de números".

Desempeños del estudiante al concluir el bloque:

- Identifica y diferencia las series y sucesiones numéricas, y así como sus propiedades.
- Clasifica las sucesiones numéricas en aritméticas y geométricas.
- Determina patrones de series y sucesiones aritméticas y geométricas.
- Construye gráficas para establecer el comportamiento de sucesiones aritméticas y geométricas.
- Emplea la calculadora para la verificación de resultado en los cálculos de obtención de términos.
- Realiza cálculos obteniendo el n ésimo término y el valor de cualquier término en una sucesión aritmética y geométrica tanto finita como infinita mediante la fórmula correspondiente.
- Soluciona problemas aritméticos y algebraicos usando series y sucesiones aritméticas y geométricas.

Objetivos de aprendizaje:

- Representación de relaciones entre magnitudes.
- Modelos aritméticos o algebraicos.

Competencias a desarrollar:

- Construye e interpreta series y sucesiones numéricas aritméticas y geométricas, para la comprensión y el análisis de situaciones reales.
- Formula y resuelve problemas aritméticos y algebraicos de complejidad creciente utilizando la calculadora.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos propuestos por el docente, y elabora ejemplos utilizando los modelos establecidos.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de una serie o sucesión, relacionados a un proceso social o natural para determinar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, diagramas y textos relacionados con series y sucesiones, y utiliza para ello los símbolos matemáticos correspondientes.

Actividades de enseñanza:

- Coordinar que investiguen lo relativo a series y sucesiones numéricas, aritméticas y geométricas.
- Explicar con ejemplos situados las diferencias entre sucesiones aritméticas y geométricas.
- Mostrar la solución de problemas con complejidad creciente relativas a series y sucesiones aritméticas y geométricas.

Actividades de aprendizaje:

- Investigar sobre series o sucesiones numéricas aritméticas y geométricas y elaborar un mapa conceptual sobre el tópico.
- Aprovechar la exposición del docente para hacer apuntes que incluyan dibujos o esquemas sobre las sucesiones aritméticas y geométricas.

- Calcular la suma de una serie aritmética o geométrica dado cierto término. Resolución de problemas con complejidad creciente en los que se demuestre la habilidad para establecer modelos y se utilice la calculadora.
- Proponer modelos para dar solución a las situaciones propuestas por el o la docente e inventar en equipos otros ejemplos que puedan consolidar lo aprendido.

Actividades de evaluación:

- Lista de cotejo para la coevaluación del mapa conceptual.
- Lista de cotejo para la autoevaluación y la coevaluación a fin de reflexionar sobre el proceso de solución de problemas.
- Portafolio de evidencias: ejemplos.

Papel del docente:

Para el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares en este bloque de aprendizaje, el o la docente:

- Comunica ideas y conceptos con claridad en relación con el tema de las series y sucesiones aritméticas y geométricas, y los ejemplifica en el contexto de los estudiantes.
- Provee de bibliografía relevante para la investigación sobre series y sucesiones, y orienta a los estudiantes en la consulta de fuentes para la investigación.
- Establece criterios y métodos de evaluación del aprendizaje con base en el enfoque de competencias y los comunica de manera clara a los estudiantes.
- Fomenta la autoevaluación y la coevaluación entre los estudiantes para analizar la solución de los problemas.
- Alienta que los estudiantes expresen opiniones personales en un marco de respeto, y las toma en cuenta.

Material didáctico:

- Modelos matemáticos, ejercicios y problemarios, guías didácticas y apoyos visuales.

Este ejemplo de un solo bloque muestra la minuciosidad con la que en el currículo se exponen las actividades sugeridas alrededor de un contenido: *sumas y sucesiones de números*. Vale la pena comentar que en toda esta exposición no hay enunciados propiamente matemáticos; por ejemplo, considerar la secuencia de números triangulares $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$ que proviene de las sumas parciales $1+2+3+\dots+n$; o que la suma de los primeros n impares es n^2 . En este sentido el currículo tiene la adaptabilidad de que el profesor elija las series y sucesiones específicas que se tratan en el tema, los teoremas y propiedades que se deben destacar, etcétera. Por otro lado, es prescriptivo porque hace recomendaciones muy específicas, como:

- Proporcionar materiales (problemas situados) para que sean resueltos por el alumnado. Mostrar la forma en que la calculadora servirá como instrumento para obtener el resultado de la suma de una sucesión o para encontrar cualquier término.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El tratamiento de los contenidos que sugiere el programa es ambivalente, puesto que en algunos aspectos es muy rígido y en otros es abierto. El tratamiento de los contenidos se sugiere en las actividades de enseñanza, y, como se ha descrito arriba, en algunas actividades se sugiere utilizar retroproyector con triángulos dibujados para mostrar las diferentes clases de ángulos. Esta sugerencia es demasiado específica, pues hay múltiples maneras de mostrar la variedad de los ángulos; al sugerirse con tanta especificidad, en cierto sentido se limita la iniciativa del profesor. Por otro lado, el programa también contiene aspectos muy abiertos en los que requeriría mayor especificidad. Por ejemplo, en las actividades de evaluación sólo se menciona "listas de cotejo", "portafolio de actividades", "rúbrica de evaluación", "prueba objetiva", sin hacer indicaciones acerca de las ideas centrales que se deben evaluar en los temas.

Currículo de matemáticas del Bachillerato Tecnológico (BT)

En lo que sigue se expone el resultado del análisis de los programas de estudios de matemáticas del Bachillerato tecnológico (BT) (SEP, 2009). El análisis consistió en elegir algunos aspectos del programa que pueden dar cuenta de la inclusión de los criterios de calidad del marco de evaluación del INEE, con base en los descriptores que de ellos fueron formulados para el presente proyecto. Para cada criterio se indican tales aspectos y se ofrece una muestra de fragmentos de los programas de estudios que los justifican.

En la introducción al presente programa se reitera el compromiso con la tendencia a dicho enfoque curricular: "El desarrollo de competencias conlleva la realización de experiencias de aprendizaje que permitan articular conocimientos, habilidades y actitudes en contextos específicos, para lograr aprendizajes más complejos. Adoptar este enfoque de competencias permite precisar conceptos, procesos y formas de relación que favorecen en los estudiantes la adquisición de conocimientos, a partir de las significaciones de lo aprendido en la escuela, el mundo y la vida".

Relevancia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) El primer enunciado de las funciones del currículo establece: "Delimitar los conceptos matemáticos que permitan que el estudiante desarrolle competencias genéricas y disciplinares, partiendo de conocimientos previos y temas integradores interdisciplinarios de acuerdo con su contexto" (SEP, 2009, p. 3).
- b) Las siguientes competencias disciplinares de matemáticas aluden a aspectos del criterio de *relevancia*:
 1. Formula y resuelve problemas obtenidos aplicando diferentes enfoques.
 2. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos, y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
 3. Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (SEP, 2009, p. 3).

- c) Algunas de las competencias genéricas que se refieren a la *relevancia* son:
1. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
 2. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva (SEP, 2009, p. 3).

Por otro lado, la figura 1.18 es ilustrativa, pues refleja el interés por comunicar el contenido matemático relacionado con los valores (SEP, 2009, p. 22). La idea es que en las actividades de clase los estudiantes respeten estos valores, por ejemplo, que trabajen en colaboración para obtener las soluciones (solidaridad); que sean tolerantes con las opiniones de los demás y las escuchen y tomen en serio; que todos asuman la responsabilidad de abordar los problemas y reflexionar en ellos, etcétera.

Figura 1.18. Algunos aspectos relacionados con los valores en el programa de estudios



Fuente: SEP (2009, p. 22).

- d) Las competencias matemáticas que se enuncian incluyen aspectos como construir modelos matemáticos para comprender y analizar situaciones, formular y resolver problemas, explicar e interpretar resultados, argumentar las soluciones, analizar la relación entre variables de situaciones naturales y sociales, analizar y cuantificar el espacio y las propiedades físicas de los objetos, distinguir y analizar situaciones deterministas o aleatorias, e interpretar las diferentes representaciones matemáticas (gráficas y simbólicas).

En particular, las siguientes tres competencias hace referencia a situaciones y procesos naturales y sociales, así como al entorno de los estudiantes:

1. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
2. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
3. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean (SEP, 2009, p. 6).

Conviene aclarar que desde el documento no se puede evaluar estrictamente el cumplimiento del criterio respecto a “la formación de sujetos sociales que utilicen el conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de su entorno físico y social, contribuyendo así al desarrollo productivo, tecnológico y científico del país”. Una declaración como “Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales” formula un propósito encaminado a satisfacer dicho criterio, pero no necesariamente se hace explícito.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

En la medida en que el programa adopta el enfoque de competencias y la formulación de éstas, tanto genéricas como disciplinares y considera o menciona los indicadores del criterio de relevancia, se puede decir que este criterio se satisface. La propuesta de competencias propone que los estudiantes aprendan conocimientos, habilidades, valores y actitudes para su vida personal, social y profesional; es por esto que el programa en reiteradas ocasiones hace mención de considerar la comunidad, el entorno, etcétera. La preocupación por formar sujetos sociales que utilicen el conocimiento matemático para analizar las situaciones y resolver problemas es clara; no obstante, el problema es que se les pide a los estudiantes que produzcan y manejen un conocimiento que en sentido estricto está fuera de su alcance. Como se ha explicado, cada concepto no tiene una aplicación directa en la realidad; los problemas sociales requieren de un sistema de conceptos y no de conceptos aislados.

Pertinencia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) Respecto a la correspondencia entre los contenidos y el desarrollo cognitivo, se puede argumentar que es parcialmente pertinente; por un lado, los contenidos matemáticos del programa no difieren del que ha sido tradicionalmente ubicado en el nivel medio superior, tanto de México como de otros países. Los contenidos se dividen en básicos y propedéuticos, como se muestra en la figura 1.19.

La introducción al álgebra sin consolidar algunos conceptos aritméticos antecedentes se puede interpretar como una presuposición de que los estudiantes ya los han madurado en la escuela secundaria, lo cual es cuestionable. Es decir, conceptos matemáticos de la aritmética como los de operaciones con fracciones, proporcionalidad, porcentajes y divisibilidad se vieron en secundaria, pero no necesariamente se consolidaron. En estos casos, el estudio de algunos temas de aritmética a un nivel un poco más alto que el de secundaria puede ser muy útil para refrescar lo enseñado, y para introducir al álgebra. Por ejemplo, los temas de proporcionalidad utilizando literales (no sólo números) conforman un antecedente necesario para las funciones lineales en álgebra.

Figura 1.19. Correspondencia entre componentes de formación y asignatura con la distribución de tiempo

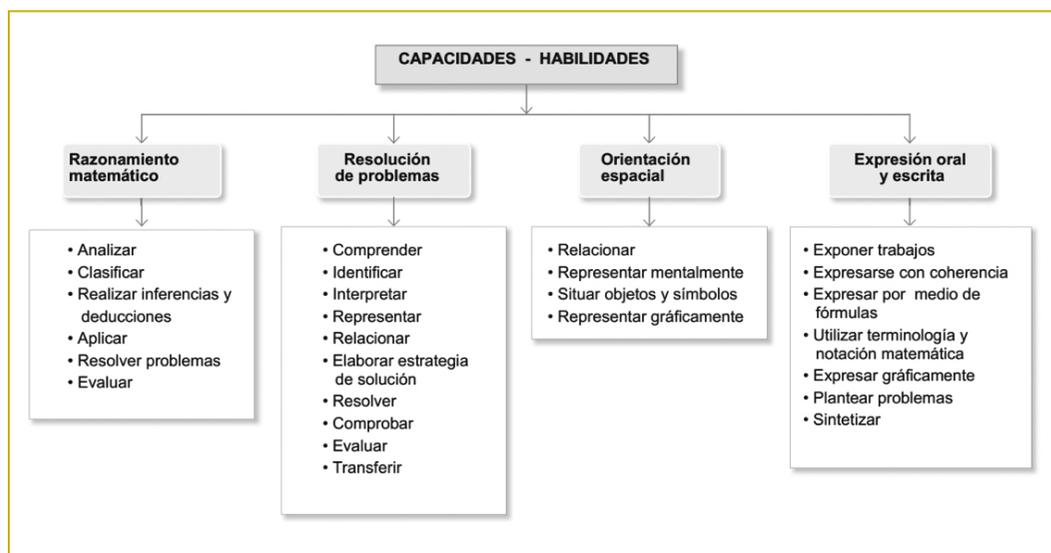
Materia	Componente de formación	Asignatura	Semestre	Carga horaria
Matemáticas	Básico	Álgebra	Primero	4
		Geometría y trigonometría	Segundo	4
		Geometría analítica	Tercero	4
		Cálculo	Cuarto	4
	Propedéutico	Probabilidad y estadística	Quinto	5
		Matemáticas aplicadas	Sexto	5

Fuente: SEP (2009, p. 4).

b) En relación con la comunicación y los sistemas de representación, en las competencias disciplinares a desarrollar se menciona la importancia de que los estudiantes expliquen, expresen ideas, escuchen e interpreten a sus compañeros, participen y colaboren. Dentro de esas menciones se especifica que deben expresar ideas con lenguaje matemático y utilizando los recursos simbólicos que van adquiriendo en aritmética, álgebra (incluyendo el lenguaje funcional) y geometría.

En la figura 1.20, que destaca las habilidades matemáticas, se incluye la habilidad de “Expresión oral y escrita”, que especifica siete actividades relacionadas con la comunicación de información matemática.

Figura 1.20. Capacidades-habilidades matemáticas



Fuente: SEP (2009, p. 21).

- c) En los propósitos de las asignaturas se hacen recomendaciones explícitas de utilizar el conocimiento matemático en contextos:
- “Resolver problemas de la vida cotidiana dentro y fuera del contexto matemático.”
 - “[...] resuelva problemas ajenos y propios del contexto que requieren orientación espacial.”
 - “[...] argumente, comunique y resuelva diversas situaciones problemáticas de su contexto por medios gráficos y analíticos.”
 - “[...] articulando conocimientos de diversas disciplinas, identifique sus relaciones (sistemas y reglas o principios modulares) para estructurar ideas.”
 - “Analice fenómenos sociales o naturales, utilizando las herramientas básicas de la estadística descriptiva y de la teoría de la probabilidad.”
 - “Analice e interprete las relaciones entre dos variables de problemas de tipo social o natural y los resuelva aplicando el teorema fundamental del álgebra” (SEP, 2009, p. 17).
- d) En el programa se le da importancia a la comunicación cuando se le incluye como una de las cuatro capacidades-habilidades: “Razonamiento matemático”, “Resolución de problemas”, “Orientación espacial” y “Expresión oral y escrita”. Además, dentro de cada una de éstas se incluyen actividades específicas que los estudiantes deben realizar, en particular, “exponer trabajos”, “expresarse con coherencia”, “expresar por medio de fórmulas”, “utilizar terminología y notación matemática”, “expresar gráficamente”, “sintetizar”. Los sistemas de representación matemática cuyo desarrollo se propone son: lenguaje oral y escrito, lenguaje algebraico, figuras, plano cartesiano, estadística descriptiva y lenguaje funcional.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

En el programa del BT hay elementos que apuntan al cumplimiento del criterio de pertinencia en relación con el desarrollo cognitivo y los contenidos, la comunicación y las relaciones con el contexto. No obstante, algunos aspectos acerca de la inclusión de aritmética en el primer grado y la concreción de la relación de la matemática con los contextos parecen puntos débiles. A continuación se desarrolla lo anterior.

Los contenidos que se incluyen en este currículo coinciden en términos generales con los que se suelen ver en el nivel bachillerato, excepto que se sugiere comenzar directamente con álgebra sin dedicar tiempo a la aritmética. En otros bachilleratos se suelen tratar o profundizar dos temas de aritmética: proporcionalidad y divisibilidad. Estos temas están dentro de los antecedentes importantes del álgebra. En consecuencia, es posible afirmar que hay una sobrestimación del desarrollo cognitivo de los estudiantes que ingresan a este sistema, o se subestima la importancia de dichos temas de aritmética en su desarrollo cognitivo para una mejor introducción al álgebra.

En este programa se hacen recomendaciones frecuentes en relación con la representación, la sistematización y el procesamiento de situaciones en contexto; no obstante se presentan de manera general, a diferencia de contenidos matemáticos específicos, por ejemplo, acerca del teorema de Pitagoras se puede presuponer que los profesores conocen y tienen amplias fuentes de información, no se puede suponer lo mismo para recomendaciones como: “distribución inequitativa de los recursos económicos, propagación rápida de enfermedades, cambio climático y contaminación por emisión de gases” (SEP, 2009, p. 17).

Equidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) El programa no ofrece indicaciones acerca del tiempo que requeriría cada tema para su aprendizaje, sólo se refiere al tiempo que debe dedicarse a la materia por semana, pero no aclara cuántas semanas incluye un semestre. En la figura 1.21 se observa en la última columna la carga horaria, que consiste en cuatro horas por semana en el caso de los dos primeros años y cinco horas en el tercer año.

Figura 1.21. Carga horaria por asignatura en correspondencia con los componentes de formación en Matemáticas

Materia	Componente de formación	Asignatura	Semestre	Carga horaria
Matemáticas	Básico	Álgebra	Primero	4
		Geometría y trigonometría	Segundo	4
		Geometría analítica	Tercero	4
		Cálculo	Cuarto	4
	Propedéutico	Probabilidad y estadística	Quinto	5
		Matemáticas aplicadas	Sexto	5

Fuente: SEP (2009, p. 4).

- b) El programa está cargado de contenidos, ya que se propone cubrir en los primeros dos años desde introducción al álgebra hasta cálculo diferencial. En el tercero se deberá estudiar en un semestre Probabilidad y Estadística; cabe señalar que éste suele ser de un año en otros currículos. Al final se propone Cálculo Integral hasta llegar al Teorema Fundamental del Cálculo.
- c) Hay pocos rasgos en el programa que muestren una preocupación por las diferencias sociales. Una expresión del criterio de equidad se presenta en la competencia "Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales". En el programa se establecen tres tipos de relación entre las competencias genéricas y las disciplinares; a éstas se les nombra "relaciones medias" (entre una escala de: relación fuerte, relación media y relación débil); se presentan a continuación:

La competencia genérica "Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales" (SEP, 2009, p. 12) se desglosa en tres puntos, dos de los cuales tienen una "relación media" –según el programa– con dos competencias disciplinares básicas de las matemáticas.

La siguiente competencia genérica: "Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio", tiene una relación media con las siguientes competencias disciplinares básicas de las matemáticas: "2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques" y "4. Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales mediante lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación".

Mientras que la siguiente competencia genérica, “Reconoce que la diversidad tiene lugar en un espacio democrático de igualdad, de dignidad y derechos de todas las personas y rechaza toda forma de discriminación”, se supone que tiene una relación media con: “5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento”.

En la figura 1.18 expuesta anteriormente se identifica que en los valores a desarrollar se consideran la igualdad y la equidad como parte del valor de justicia.

No hay ninguna recomendación de cambio o adaptación de alguna parte del currículo para atender a poblaciones no estándar o vulnerables; tampoco en el mismo Marco Curricular Común al que se refiere este programa se expresan recomendaciones al respecto.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

En relación con el equilibrio entre la cantidad y la suficiencia de contenidos y el tiempo estimado para el logro del aprendizaje puede percibirse una sobrecarga de contenidos matemáticos que difícilmente se cubrirán satisfactoriamente en los tiempos destinados para hacerlo, sobre todo porque el enfoque de competencias exige más que la simple exposición de contenidos por parte del profesor. Por otro lado, no hay ninguna alusión que indique el reconocimiento de comunidades diferentes o vulnerables, por lo que no se sugiere alguna estrategia que las tenga en cuenta. Se alude a la libertad, la justicia y la solidaridad, pero sin consecuencias directas en ese sentido.

Consistencia interna

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) En el programa del BT se definen las funciones del programa de estudios de matemáticas, las cuales dan cuenta de sus objetivos, que son los siguientes:
- Delimitar los conceptos matemáticos que permitan que el estudiante desarrolle competencias genéricas y disciplinares, partiendo de conocimientos previos y temas integradores interdisciplinarios de acuerdo con su contexto.
 - Mostrar al profesor la relación que hay entre las competencias genéricas y las competencias disciplinares del área de matemáticas para facilitarle el proceso de elaboración de la ECA (estrategia centrada en el aprendizaje) con el enfoque de competencias.
 - Determinar los conocimientos disciplinares que promuevan el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares básicas consideradas en el Marco Curricular Común (MCC), los cuales deberán alcanzar todos los estudiantes del nivel medio superior tecnológico en diversos contextos.
 - Guiar, acompañar y facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que en él se establecen los referentes teóricos y metodológicos para la planeación de prácticas que propicien aprendizajes significativos.
 - Proponer elementos que favorezcan el proceso de evaluación integral del aprendizaje.
 - Promover el desarrollo de habilidades de pensamiento, comunicación, descubrimiento y transferencia en los estudiantes, a partir de la adquisición de los conceptos fundamentales de las Matemáticas que les permitan resolver problemas y ser partícipes del desarrollo sustentable de su entorno (SEP, 2009, p. 7).

Como se puede deducir de las anteriores funciones, los programas de matemáticas de la Dirección General de Educación Tecnológica Industrial (DGETI) promulgan el aprendizaje de competencias genéricas y disciplinares mediante la elaboración por parte del profesor de estrategias centradas en el aprendizaje del alumno; especifican los contenidos matemáticos y genéricos que los estudiantes deben alcanzar con sus estudios, y acompañan y facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje. Además, proponen formas de evaluación y promoción de habilidades de pensamiento teniendo en cuenta el entorno del estudiante.

b) Se presentan tres tipos de estructuras de contenidos: procedimentales, actitudinales y conceptuales. Cada una de las anteriores se ramifica dos veces formando una estructura de tres niveles; en la figura 1.22 se presentan los dos primeros:

Figura 1.22. Ejemplo de la estructura de contenidos

Procedimentales	Actitudinales	Conceptuales
Razonamiento matemático	Libertad	Álgebra
Resolución de problemas	Justicia	Geometría y trigonometría
Orientación espacial	Solidaridad	Geometría analítica
Expresión oral y escrita		Cálculo
		Probabilidad y Estadística
		Matemáticas aplicadas

Los *contenidos* se organizan y transmiten mediante estructuras conceptuales que se representan mediante un árbol con cuatro niveles: 1) nombre de la asignatura, 2) conceptos fundamentales, 3) contenidos subsidiarios y 4) conceptos, leyes, teoremas, relaciones.

El programa propone *formas de trabajo* para que los profesores diseñen sus secuencias didácticas. La exposición de estas recomendaciones se desarrolla en siete puntos y cuatro anexos:

- Introducción.
- Propósito.
- Contenidos conceptuales.
- Contenidos procedimentales.

- Contenidos actitudinales.
- Resultados esperados.
- Evaluación de contenidos.
- Anexo 1.
- Anexo 2.
- Anexo 3.
- Autoevaluación.

Después se presenta un “Instrumento de registro de estrategias didácticas” (SEP, 2009, p. 50).

Hay consistencia entre los objetivos, contenidos, y formas de trabajo y evaluación. En los ejemplos se muestra una manera de articular las funciones u objetivos del programa con los contenidos y con la forma de trabajarlos en el aula.

Los grandes contenidos matemáticos (materias) están organizados de acuerdo con la estructura general de la matemática: Álgebra, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica, Cálculo [Diferencial], Probabilidad y Estadística, Matemáticas Avanzadas [Cálculo Integral]. Este orden se ha conformado históricamente, sobre todo la secuencia Aritmética-Álgebra-Cálculo; la enseñanza de la Geometría puede correr paralela al Álgebra o introducirse después. Probabilidad y Estadística, dependiendo del nivel, es similar a la Geometría, es decir, se puede comenzar una vez estudiada la aritmética.

En relación con la organización por materias en las tablas 1.33, 1.34, 1.35 y 1.36 se transcriben los contenidos, temas y conceptos de cada materia de los dos primeros años:

Tabla 1.33. Contenidos, temas y conceptos de Álgebra en los dos primeros grados

Álgebra			
Lenguaje algebraico	Expresión algebraica	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Notación ▪ Representación algebraica de expresiones en lenguaje común ▪ Interpretación de expresiones algebraicas ▪ Evaluación numérica de expresiones algebraicas 	
	Operaciones fundamentales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Suma, resta, multiplicación y división ▪ Leyes de los exponentes y radicales ▪ Productos notables ▪ Factorización 	
Ecuaciones	Ecuaciones lineales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Con una incógnita 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Resolución y evaluación de ecuaciones
		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Con dos y tres incógnitas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Sistemas de ecuaciones ▪ Métodos de solución
	Ecuaciones cuadráticas		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Métodos de solución

Tabla 1.34. Contenidos, temas y conceptos de Geometría y Trigonometría en los dos primeros grados

Geometría y Trigonometría		
Figuras geométricas	Origen y métodos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Punto ▪ Línea ▪ Método inductivo ▪ Método deductivo
	Ángulos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Notación y diversidad ▪ Sistema de medición ▪ Conversiones ▪ Teoremas
	Triángulos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Notación y diversidad ▪ Rectas y puntos ▪ Teoremas
	Polígonos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Notación y diversidad ▪ Ángulos interiores y exteriores ▪ Diagonales ▪ Perímetros y área ▪ Teoremas
	Circunferencias	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ángulo en la circunferencia ▪ Área del círculo ▪ Perímetro ▪ Áreas de figuras circulares ▪ Teoremas
Trigonometría	Trigonométricas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Relaciones ▪ Funciones ▪ Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos ▪ Identidades fundamentales ▪ Demostración de identidades
	Exponenciales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Función ▪ Ecuación ▪ Método de solución
	Logarítmicas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Función ▪ Ecuación ▪ Método de solución

Tabla 1.35. Contenidos, temas y conceptos de Geometría Analítica en los dos primeros grados

Geometría analítica		
Sistemas	Sistema rectangular	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Puntos en el plano ▪ Distancia entre dos puntos ▪ División de un segmento en una razón dada ▪ Punto medio
	Sistema polar	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Radio vector ▪ Ángulo polar ▪ Transformaciones del sistema coordenado polar al rectangular y viceversa
Lugares	La recta	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pendiente u ángulo de inclinación ▪ Formas de la ecuación de una recta y sus transformaciones ▪ Intersección de rectas ▪ Relación entre rectas ▪ Rectas notables del triángulo

Geometría analítica	
Circunferencia	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos, ecuaciones • Condiciones geométricas y analíticas
Parábola	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos, ecuaciones • Condiciones geométricas y analíticas
Elipse	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos, ecuaciones • Condiciones geométricas y analíticas
Hipérbola	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos, ecuaciones • Condiciones geométricas y analíticas

Tabla 1.36. Contenidos, temas y conceptos de Cálculo en los dos primeros grados

Cálculo	
Precálculo	<ul style="list-style-type: none"> • Números reales • Sistemas de coordenadas lineales y rectangulares • Desigualdades • Intervalo
Funciones	<ul style="list-style-type: none"> • Dominio y contradominio • Clasificación • Operaciones • Comportamiento
Límites	<ul style="list-style-type: none"> • Límite de una función • Propiedades • Continuidad de una función
Derivada	<ul style="list-style-type: none"> • Razón de cambio promedio de interpretación geométrica (<i>sic</i>) • Derivación de funciones • Fórmulas de derivación • Derivadas sucesivas • Comportamiento

Salvo por algunos aspectos que podrían ser discutidos, también se sigue un orden que ha sido históricamente elaborado. Aquí también se puede observar que la articulación entre los niveles es adecuada. El orden Álgebra, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica y Cálculo se ha seguido en currículos anteriores en diversos países. Esto se debe a que la disciplina matemática impone una secuencia que no es fácil alterar. Sólo matemáticos muy destacados como Courant (1999) alteraron el orden clásico del cálculo poniendo el estudio de la integral antes que el de la derivada, pero esta propuesta, aunque muy interesante, no ha tenido influencia en los currículos.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Este programa tiene consistencia interna en la medida en que están articulados sus contenidos internamente en cada materia y entre materias. El nivel de generalidad en el que se proponen los contenidos evita que se caiga en contradicciones evidentes con el enfoque de competencias (como ocurre en el programa de la DGB). Los objetivos, contenidos y forma de trabajo y de evaluación están explícitos y se relacionan de manera conveniente. El contenido está bien estructurado, en gran parte porque sigue la organización de la exposición de la matemática; esta ciencia tiene un orden que es difícil alterar tanto en los temas de un área como en la organización de sus diferentes áreas.

El propósito de hacer compatibles el aprendizaje de las matemáticas con el aprendizaje de sus aplicaciones genuinas en el mundo natural y social se apoya en la creencia de que para cada concepto matemático existe una situación pertinente a la vida natural y social (incluyendo la vida cotidiana) que lo motiva o representa. Pero ésta es una idea equivocada de la afirmación de que las matemáticas están profundamente relacionadas con los problemas de la realidad. En efecto, las matemáticas permiten modelar y resolver una gran cantidad de problemas de la realidad, pero son los sistemas matemáticos los que se aplican y no conceptos aislados, muchos de los cuales tienen funciones sintácticas. Por ejemplo, el lenguaje como sistema nos permite nombrar y describir la realidad, pero palabras aisladas como *en*, *de*, *pero*, etcétera, no tienen referentes en la realidad. En las matemáticas ocurre algo similar: muchos conceptos y procedimientos no tienen sentido en la realidad, por ejemplo, no es posible explicar la razón de las igualdades apelando a situaciones en las que esto se presente en el entorno o sea útil para la vida.

Aceptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

a) La estructura con la que está expuesto el programa es sencilla y orientadora:

Presentación

1. Propósitos formativos por competencias.
2. Estructura conceptual.
 - 2.1 Argumentación.
 - 2.2 Estructura de contenidos procedimentales.
 - 2.3 Estructura de contenidos actitudinales.
 - 2.4 Estructura de contenidos conceptuales.
3. Operación de los programas.
 - 3.1 Recomendaciones y sugerencias.
 - 3.2 Ejemplos metodológicos.
2. Bibliografía.

b) La longitud en la que está expuesto el programa es un rasgo de aceptabilidad. El programa del BT es un documento relativamente corto, pues ocupa 58 páginas que incluyen las seis materias de matemáticas.

Otro rasgo de aceptabilidad es el uso de diagramas de árbol para comunicar las estructuras de contenidos procedimentales, actitudinales y conceptuales.

El uso de tablas para comunicar las relaciones entre las competencias genéricas y disciplinares muestra una preocupación por ofrecer elementos para que se entiendan y tengan en cuenta tales relaciones por el profesor.

c) Con el enfoque curricular de las competencias las matemáticas dejan de ser un objeto de valor en sí mismo para ser sólo un instrumento. Esto se revela en la manera en que se formulan los propósitos:

La matemática contribuirá a la formación integral del estudiante proporcionando los elementos básicos para que el estudiante interprete su entorno (SEP, 2009, p. 5).

Se trata de que se interprete el entorno y no de que se interpreten los conceptos matemáticos.

Otro más de los propósitos formativos es preparar al estudiante para que una vez egresado pueda enfrentar los retos que le presente la vida (SEP, 2009, p. 5).

Y no se hace énfasis en que los estudiantes puedan resolver problemas matemáticos.

[...] contribuye en el desarrollo de conocimientos, habilidades y actitudes por parte del estudiante incorporando procesos de aprendizaje significativos y con una participación directa en la construcción de conocimientos orientados hacia la interpretación de la naturaleza y su entorno social (SEP, 2009, p. 5).

Bajo esta concepción las matemáticas constituyen una vía que permite interpretar la naturaleza y el entorno social.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de aceptabilidad, por un lado, se cumple porque el programa es legible debido al uso de un lenguaje claro, de tablas y de esquemas que contribuyen a la comunicación. Sin embargo, por otro lado, las tablas que exponen la relación entre las competencias genéricas y las competencias disciplinares no corresponden a los contenidos específicos y no proporcionan apoyo concreto para su implementación.

Adaptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) Los programas de matemáticas de la DGETI promulgan el aprendizaje de competencias genéricas y disciplinares mediante la elaboración por parte del profesor de estrategias centradas en el aprendizaje del alumno; especifican los contenidos matemáticos y genéricos que los estudiantes deben alcanzar con sus estudios, y acompañan y facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, proponen formas de evaluación y promoción de habilidades de pensamiento teniendo en cuenta el entorno del estudiante.

El programa propone *formas de trabajo* para que los profesores diseñen sus secuencias didácticas. La exposición de estas recomendaciones se desarrolla en siete puntos y cuatro anexos:

1. Introducción.
2. Propósito.
3. Contenidos conceptuales.
4. Contenidos procedimentales.
5. Contenidos actitudinales.
6. Resultados esperados.
7. Evaluación de contenidos.

- b) A diferencia del programa del Bachillerato general, en este caso no se recomienda específicamente cómo llevar al aula los contenidos. En su lugar se ofrecen "ejemplos de secuencias didácticas cuya finalidad es aportar elementos básicos que permitan al profesor mejorar o construir nuevas secuencias de actividades" (SEP, 2009, p. 31).

- c) Se recomienda que en la elaboración de las secuencias didácticas se parta de situaciones problemáticas vinculadas a un tema integrador con contenidos fácticos, procedimentales y actitudinales.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Aunque la organización del contenido es rígida debido a su estructura jerárquica, un rasgo de adaptabilidad es la manera en que se sugiere tratar los contenidos, no con detalles de cómo implementar cada uno de ellos, sino mediante un ejemplo desarrollado y sugerencias generales de cómo el profesor puede diseñar sus clases; esto le deja niveles de maniobra de manera que puede optar por diferentes alternativas.

Currículo de matemáticas del Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP)

Los programas de matemáticas que aquí se analizan corresponden a las 47 carreras de la oferta de CONALEP y que se distribuyen en las siguientes siete áreas de formación ocupacional: Contaduría y Administración, Electricidad y Electrónica, Mantenimiento e Instalación, Producción y Transformación, Salud, Tecnología y Transporte, y Turismo (CONALEP, 2015).

El objetivo general de las carreras es:

Los egresados serán competentes para desempeñarse a nivel de mandos intermedios, aplicando los conocimientos científicos, tecnológicos y humanísticos que se requieran y empleando procedimientos establecidos para brindar los servicios relacionados con su profesión, a partir del desarrollo de diferentes funciones y tareas que involucran su participación activa en el análisis e interpretación de información, la identificación y diagnóstico de problemáticas y la toma de decisiones que permitan su solución (CONALEP, 2012a, p. 8).

Relevancia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) En el objetivo general de las carreras de CONALEP se expresan algunas características del perfil de egreso. Como se aprecia en la cita anterior, se pone énfasis en favor del desarrollo de competencias.
- b) En el programa de estudios se enuncian las competencias genéricas, no obstante, en estos programas no se enuncian competencias disciplinares, en particular, de matemáticas. Las matemáticas se definen como:

La ciencia matemática se sustenta en su capacidad para explicar, predecir y modelar situaciones reales, así como dar consistencia y rigor a los conocimientos científicos; forma parte del acervo cultural de nuestra sociedad y constituye un conjunto de conocimientos que tienen en común un determinado modo de representar la realidad. Es una disciplina cuya construcción ha surgido de la necesidad y deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos: de las ciencias naturales, sociales, del arte y de la tecnología (CONALEP, 2012a, p. 11).

En esta caracterización de las matemáticas se pueden destacar dos aspectos que se presentarán reiteradamente en la exposición de todo el programa. Una es el papel de las matemáticas como herramienta para explicar situaciones reales, y la otra es que “constituye un conjunto de conocimientos científicos”. Esta última expresión puede resultar problemática desde ciertos enfoques didácticos, porque abona a la creencia de que la enseñanza de las matemáticas consiste en transmitir esos conocimientos. En este sentido, se puede recordar que el planteamiento de las competencias sugiere trascender dicha concepción, y asume que la enseñanza también debe considerar habilidades y actitudes.

- c) En las guías pedagógicas de los módulos se describen Tipos de Aprendizaje con el objetivo de guiar el diseño de las estrategias y las técnicas que deberán emplearse para el cumplimiento de los objetivos; se sugieren tres tipos de aprendizaje: Significativo, Colaborativo y Aprendizaje basado en problemas. En particular, el aprendizaje colaborativo es un rasgo del programa que satisface un descriptor de la *relevancia*.
- d) Además, en las diferentes actividades propuestas en el programa se ofrecen algunas sugerencias de actividades de argumentación de resultados matemáticos y de trabajo en equipo; una de ellas se presenta en la guía de la asignatura “Representación simbólica o angular del entorno”; en ésta se menciona que el alumno “Aprende a trabajar en grupo y comunica sus ideas”. Sin embargo, en las “actividades de evaluación” no se menciona el trabajo en equipo ni la discusión y la argumentación como aspectos a evaluarse.
- e) Hay en los objetivos de las diferentes unidades de contenido menciones reiteradas tendientes a propiciar la consideración del entorno de los estudiantes. A continuación se indican los objetivos de las unidades de cada materia como un ejemplo de la reiterada mención del entorno.

Materia: Manejo de Espacios y Cantidades

Unidad 1. Manejo de campos numéricos y relaciones entre cantidades

Resolverá situaciones de la vida cotidiana en términos numéricos empleando las propiedades y operaciones aplicables al campo de los conjuntos y números reales, así como la traducción del lenguaje común al algebraico.

Unidad 2. Manejo de operaciones con expresiones algebraicas

Resuelve problemas desarrollando operaciones algebraicas, leyes de los exponentes y radicales productos notables, factorización y la aplicación de expresiones algebraicas racionales, para adaptarlas a su entorno.

Unidad 3. Manejo de ecuaciones de primero, segundo grado y funciones algebraicas

Resuelve ecuaciones lineales y cuadráticas mediante propiedades, postulados y métodos de solución, así como la gráfica empleando funciones para solucionar problemas de diferentes contextos cotidianos (CONALEP, 2012a, pp. 15-19).

Materia: Representación Simbólica y Angular del Entorno

Unidad 1. Resolución de problemas utilizando logaritmos y exponenciales

Resolverá problemas de logaritmos y exponenciales empleando gráficas, ecuaciones, leyes y propiedades para la representación de situaciones de la vida cotidiana.

Unidad 2. Modelado angular, lineal, de superficie y espacial

Calculará dimensiones angulares, lineales, superficiales y espaciales de figuras geométricas con base en propiedades, teoremas y leyes para la solución de problemas en contextos diversos.

Unidad 3. Aplicación de la trigonometría

Resolverá problemas de ecuaciones empleando funciones trigonométricas, identidades o su gráfica para la solución de situaciones del entorno (CONALEP, 2012c, pp. 15-17).

Materia: Representación Gráfica de Funciones

Unidad 1. Representación gráfica de lugares geométricos

Representará gráficamente ecuaciones de las rectas y de espacios geométricos poligonales, considerando principios, leyes y procedimientos de trazo, aplicables al análisis, descripción y solución de situaciones de la vida cotidiana.

Unidad 2. Representación gráfica y uso de curvas canónicas

Representará gráfica y algebraicamente curvas canónicas, partiendo de la definición de su lugar geométrico y aplicando técnicas y procedimientos, para la descripción, análisis y solución de situaciones cotidianas de su entorno (CONALEP, 2012d, pp. 15-17).

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de relevancia es apenas satisfecho por los programas de CONALEP, ya que menciona la importancia del trabajo colaborativo y esporádicamente sugiere actividades de argumentación y trabajo en equipo; no obstante, lo anterior se incluye en teoría en cada guía, pero no tiene su aplicación correspondiente en las actividades de evaluación. En los programas se sugiere reiteradamente que los problemas matemáticos se relacionen con el entorno del estudiante, sin embargo, no ofrecen indicios de cómo hacer esta conexión.

El compromiso con el enfoque de competencias exige que el conocimiento adquirido mediante la enseñanza sea útil para la vida personal, profesional y social del individuo; es una recomendación reiterada que los contenidos se relacionen con el entorno social del estudiante, pero supone una creencia que está lejos de ser cierta: que para cada contenido hay situaciones relevantes en el entorno de donde aquellos conceptos surgen o se aplican. Esta creencia es atractiva porque se piensa que la dificultad que tienen los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas proviene de su carácter abstracto, por lo que, si cada concepto se introduce en relación con el sector de la realidad cotidiana con el que se asocia, entonces esto les dará significado a los contenidos matemáticos. Infortunadamente, la relación de la matemática con la realidad es más complicada que el supuesto de que cada concepto tiene su correlato en algún fenómeno de la realidad.

Pertinencia

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) Para analizar la correspondencia entre los contenidos matemáticos y el desarrollo cognitivo reproducimos enseguida los contenidos generales de cada asignatura; éstos se organizan en dos o tres unidades. Los contenidos generales de cada unidad se presentan en la tabla 1.37.

Tabla 1.37. Contenidos generales de cada asignatura

Manejo de Espacios y Cantidades
Unidad 1. Manejo de campos numéricos y relaciones entre cantidades. Unidad 2. Manejo de operaciones con expresiones algebraicas. Unidad 3. Manejo de ecuaciones de primero, segundo grado y funciones algebraicas.
Representación Simbólica y Angular del Entorno
Unidad 1. Resolución de problemas utilizando logaritmos y exponenciales. Unidad 2. Modelado angular, lineal, de superficie y espacial. Unidad 3. Aplicación de la trigonometría.
Representación Gráfica de Funciones
Unidad 1. Representación gráfica de lugares geométricos. Unidad 2. Representación gráfica y uso de curvas canónicas. Unidad 3. Representación gráfica de derivadas.
Tratamiento de Datos y Azar
Unidad 1. Interpretación de información. Unidad 2. Interpretación de eventos aleatorios.

En el primer módulo se incluye aritmética y álgebra, en la aritmética se introducen elementos formales y no tanto prácticos, como la noción de *campos numéricos*; en cambio, en el álgebra se sesga hacia la manipulación algebraica (manejo de operaciones y ecuaciones). Este contenido generalmente se introduce en secundaria y en bachillerato se consolida. Aunque conceptos formales como el de *campo numérico* podrían rebasar un poco el nivel cognitivo de los estudiantes, el aspecto manipulativo sí corresponde al nivel cognitivo. Los temas de logaritmos y exponenciales antes se introducían en secundaria y ahora se han dejado en el bachillerato, pues es hasta el nivel cognitivo de los estudiantes de este nivel que pueden acceder a dichos conceptos. Tales contenidos son los que tradicionalmente se estudian en el nivel bachillerato.

- b) En relación con el desarrollo de las capacidades de comunicación, el programa no sugiere actividades de trabajo en equipos que impliquen discusión, argumentación y negociación; al no hacerse explícita la incorporación de dichos elementos podría llevar a considerar que no hay importancia en éstos.
- c) Respecto a los sistemas de representación, se trabajan los sistemas aritmético-algebraico, plano cartesiano o gráfico, y el formado por las figuras geométricas. En cálculo se privilegia el sistema gráfico, sin hacer mucho énfasis en el desarrollo del lenguaje algebraico que lo sustenta.

d) Como se ha mencionado, hay reiteradas recomendaciones acerca de formular problemas del entorno que se relacionen con los conceptos matemáticos estudiados, pero no se ofrecen las formas concretas de hacerlo. Es importante notar que esto no es fácil si se hace de forma genuina; como hemos mencionado, la relación entre la matemática y sus aplicaciones no es tan simple, y el concepto de *problemas del entorno* no consiste sólo en “decorar” un problema matemático con referencias contextuales. Un problema genuino del entorno significa una carencia o falla cuya solución exige conocimientos y un proceso de reflexión (y acción); la solución no se tiene de antemano ni consiste en aplicar solamente una regla o fórmula. El contenido de la asignatura de Tratamiento de Datos y Azar se reduce a aprender a hacer gráficas y calcular números en funciones, pero no a utilizar estos instrumentos en la modelación.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

En general el primer descriptor del criterio de pertinencia se cumple, ya que los estudiantes del nivel medio superior, en la edad y el desarrollo cognitivo que poseen, están en condiciones de adquirir los conocimientos de aritmética, álgebra, geometría, cálculo y probabilidad y estadística a niveles introductorios, como se propone en el programa.

En cambio, en relación con el desarrollo de capacidades de comunicación a través de múltiples sistemas matemáticos de representación, no hay evidencias en el programa que propicien el trabajo colaborativo con la discusión, la negociación y la argumentación que lo caracterizan en relación con los temas o actividades específico del contenido. Los sistemas de representación son los que de por sí exigen los contenidos sin explicitar la importancia y la explotación de su articulación. Finalmente, se menciona la modelación, pero no se indican aspectos más específicos.

Equidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

a) En la tabla 1.38 se muestra el tiempo que se reserva para cada asignatura.

Tabla 1.38. Tiempo en horas destinado a cada asignatura

Asignatura	Tiempo total en horas
Manejo de Espacios y Cantidades	90
Representación Simbólica y Angular del Entorno	72
Representación Gráfica de Funciones	72
Tratamiento de Datos y Azar	72

b) Hay una descripción minuciosa de contenidos en cada asignatura. En la tabla 1.39 se consideran los del primer curso:

Tabla 1.39. Contenidos de cada asignatura en el primer curso

Manejo de Espacios y Cantidades	
<p>Unidad 1.</p> <p>A. Manejo de la teoría de conjuntos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición, notación y clasificación. • Operaciones. <ul style="list-style-type: none"> - Unión. - Intersección. - Diferencia. - Complemento. - Producto cartesiano. <p>B. Aplicación del campo de los números reales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nociones preliminares. • Números naturales. • Números enteros. • Números racionales. • Números irracionales. • Operaciones con números reales. <ul style="list-style-type: none"> - Suma. - Resta. - Multiplicación. - División. <p>C. Traducción del lenguaje común al algebraico.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Constantes, variables y exponentes. • Lenguaje común y lenguaje algebraico. <p>D. Construcción de expresiones algebraicas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Término algebraico y sus partes. • Clasificación de expresiones algebraicas. • Grado de una expresión algebraica. • Valor numérico. 	<p>Unidad 2.</p> <p>A. Desarrollo de operaciones algebraicas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Términos semejantes. • Adición y sustracción de polinomios. • Multiplicación de polinomios. • División de polinomios. <ul style="list-style-type: none"> - Polinomio entre monomio. - Polinomio entre polinomio. <p>B. Utiliza las leyes de los exponentes y radicales (enteros y fraccionarios) en expresiones algebraicas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exponentes y radicales enteros y su operatividad. • Exponentes y radicales racionales y su operatividad. <p>C. Solución de productos notables.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomio al cuadrado. • Binomios conjugados. • Binomios con término común. • Binomio al cubo. <p>D. Factorización de expresiones algebraicas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Factor común. • Diferencia de cuadrados. • Trinomio cuadrado perfecto. • Trinomio de la forma ax^2+bx+c. • Binomio de la forma $x^3 \pm y^3$. • Aplicación de expresiones algebraicas racionales. • Operaciones con expresiones algebraicas racionales. • Simplificación de expresiones algebraicas racionales.
<p>Unidad 3.</p> <p>A. Identifica propiedades y postulados de la igualdad.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propiedades de la igualdad. <ul style="list-style-type: none"> - Reflexiva. - De simetría. - Transitiva. - De sustitución. - Aditiva. - Multiplicativa. • Postulados de campo. <ul style="list-style-type: none"> - Cerradura. - Conmutativo. - Asociativo. - Distributivo. - De identidad. - Inversos. <p>B. Solución de ecuaciones de primer grado.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Con una variable. • Simultáneas con dos variables. <ul style="list-style-type: none"> - Suma y Resta. - Sustitución. - Igualación. • Simultáneas con tres variables. • Solución de problemas aplicados a nuestro entorno. <p>C. Identificación de características de la ecuación cuadrática.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición de ecuación cuadrática. <ul style="list-style-type: none"> - Incompleta. - Completa. 	<p>D. Aplicación de métodos de solución de una ecuación cuadrática en una variable.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Factorización. • Completando el T.C.P. • Por fórmula general. <p>E. Uso del discriminante de la fórmula general.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Procedimiento para el cálculo del discriminante. • Interpretación del tipo de soluciones. <p>F. Solución de problemas donde apliquen ecuaciones cuadráticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Incompleta. • Completa. <p>G. Trazo de funciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición. • Variable independiente y variable dependiente. • Notación de funciones. • Métodos de identificación de funciones. <ul style="list-style-type: none"> - Par ordenado. - Tabla de valores. - Gráfica. <p>H. Solución de ecuaciones por el método gráfico.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lineales. • Lineales simultáneas con dos variables. • Cuadráticas. <p>I. Gráfica de funciones en la solución de problemas de situaciones reales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lineales. • Simultáneas con dos variables. • Cuadráticas.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

Este contenido es bastante amplio y, de acuerdo con el programa, el tiempo para cubrirlo es de 90 horas. Este tiempo podría ser insuficiente considerando que no sólo se trata de responder a una práctica en la que el profesor expone, explica, da ejemplos y sugiere ejercicios a los estudiantes mientras que éstos atienden, preguntan y resuelven los ejercicios, sino que además se pretende llevar a cabo actividades por parte del alumno que relacionen el contenido matemático que prescribe con la manera en que tales contenidos se relacionan con el entorno; esto requiere más tiempo por tema, pues implica incluso actividades de investigación. En consecuencia, el equilibrio entre el contenido y el tiempo requerido para su aprendizaje no se cumple si las actividades se mantienen dentro del enfoque del desarrollo de competencias.

En relación con la factibilidad de adaptar el currículo a modalidades educativas que atienden la diversidad cultural y de condiciones específicas de otros grupos, el programa no ofrece evidencia de que sea una consideración que tenga presencia en su diseño.

Consistencia interna

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

a) El objetivo general de las carreras a las que pertenece el currículo es:

Los egresados serán competentes para desempeñarse a nivel de mandos intermedios, aplicando los conocimientos científicos, tecnológicos y humanísticos que se requieran y empleando procedimientos establecidos para brindar los servicios relacionados con su profesión, a partir del desarrollo de diferentes funciones y tareas que involucran su participación activa en el análisis e interpretación de información, la identificación y diagnóstico de problemáticas y la toma de decisiones que permitan su solución (CONALEP, 2012a, p. 8).

b) En las guías pedagógicas se comunican los principios del modelo pedagógico:

Los principios asociados a la concepción constructivista del aprendizaje mantienen una estrecha relación con los de la educación basada en competencias, la cual se ha concebido en el Colegio como el enfoque idóneo para orientar la formación ocupacional de los futuros profesionales técnicos y profesionales técnicos bachiller. Este enfoque constituye una de las opciones más viables para lograr la vinculación entre la educación y el sector productivo de bienes y servicios (CONALEP, 2012b, p. 5).

Se habla de tipos de aprendizaje (significativo, colaborativo, basado en problemas), de técnicas de enseñanza (método de proyectos, estudio de casos, interrogación, participativo-vivenciales).

El discurso pedagógico no se articula con la manera concreta en que se describen las actividades de enseñanza (véase inciso c adelante).

Los objetivos de las asignaturas se muestran en la tabla 1.40.

Tabla 1.40. Objetivos de las asignaturas

Manejo de Espacios y Cantidades
Manejar analíticamente los espacios y cantidades, interpretando y resolviendo situaciones del ámbito profesional y social que impliquen el uso de procedimientos, técnicas, leyes de operación, notaciones simbólicas y generalizaciones, para el tratamiento matemático de la información cuantitativa y la ubicación espacial.
Representación Simbólica y Angular del entorno
Modelar de manera simbólica y angular el entorno, mediante las técnicas, métodos operacionales y procedimientos algebraicos, geométricos, logarítmicos, exponenciales y trigonométricos, para la generalización de su representación en la vida diaria.
Representación Gráfica de Funciones
Representar gráficamente fenómenos naturales o sociales mediante el cálculo de superficies, distancias, pendientes y ángulos relacionados con su vida diaria a fin de construir lugares geométricos que permitan la ubicación de objetos en sistemas coordenados.
Tratamiento de Datos y Azar
Estimar parámetros e interpretar márgenes probables de error y tolerancia, a partir de datos poblacionales y muestrales, para resolver problemas en diferentes contextos.

- c) Por otro lado, las actividades de evaluación del curso Manejo de Espacios y Actividades reflejan claramente un enfoque de ejercicio y práctica; en efecto, nótese que en cinco de los siete enunciados se sugiere resolver una serie de ejercicios. El término *ejercicio* en didáctica de las matemáticas se considera un rasgo del enfoque que privilegia la práctica en el aprendizaje en contraste con el aprendizaje conceptual y mediante la resolución de problemas. El uso del término *serie* confirma la idea, pues sugiere listas de ejercicios, mientras que en un enfoque de resolución de problemas, uno o pocos problemas pueden ser el objetivo para lograr el aprendizaje.

Materia: Manejo de Espacios y Cantidades

Unidad 1

- Resuelve la serie de ejercicios propuesta por el docente, relativos a situaciones cotidianas y del entorno personal, familiar y social del alumno, aplicando conjuntos y números reales.
- Traduce casos de la vida cotidiana del lenguaje común al lenguaje algebraico.

Unidad 2

- Resuelve la serie de ejercicios propuesta por el docente, relativos a situaciones cotidianas y del entorno personal, familiar y social del alumno, aplicando operaciones aritméticas básicas, exponentes y radicales con expresiones algebraicas.
- Resuelve la serie de ejercicios propuesta por el docente, relativos a situaciones cotidianas y del entorno personal, familiar y social del alumno, aplicando productos notables, factorización y racionalización de expresiones algebraicas.

Unidad 3

- Resuelve una serie de ejercicios propuesta por el docente, relativos a situaciones cotidianas y del entorno personal, familiar y social del alumno, aplicando métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales con una, dos o tres incógnitas.
- Resuelve una serie de ejercicios propuesta por el docente, relativos a situaciones cotidianas y del entorno personal, familiar y social del alumno, aplicando ecuaciones cuadráticas.
- Modela situaciones de la vida cotidiana empleando representaciones de funciones.

- d) En estas actividades de evaluación se filtran rasgos de una concepción de las matemáticas y de su aprendizaje. La primera consiste en que el objetivo de las matemáticas es ayudar a resolver los problemas de la vida diaria; esto se refleja en las menciones a "situaciones cotidianas y del entorno personal, familiar y social", "traduce casos de la vida cotidiana", "problemas [...] relativos a la vida cotidiana", etcétera. La concepción acerca del aprendizaje de las matemáticas se enfatiza en el papel del ejercicio y la práctica como recursos que permiten el aprendizaje, esto se muestra en las expresiones "Resuelve la serie de ejercicios".

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El primer aspecto del criterio, que señala que todos los elementos del programa deben orientarse hacia el logro de las intenciones educativas, no se cumple. Técnicamente el desarrollo de competencias matemáticas involucra una selección de contenidos con alguna relación con las situaciones socialmente relevantes (como los temas transversales que el propio enfoque de competencias promulga). En el programa no hay una selección de contenidos que se haya hecho con este anterior criterio.

La selección y la organización de los contenidos de este programa son esencialmente tradicionales, en el sentido de que han estado presentes en muchos currículos del pasado; incluso tienen rasgos similares a los que contenían los currículos de la "Matemática moderna" de los años setenta (en México). Esto hace que en gran medida sean consistentes, es decir, la organización de los contenidos tradicionales responde a exigencias de rigor interno (lógico y jerárquico), sin embargo, habrá que considerar que dicha consistencia pierde presencia al pensar en un marco curricular que promueve el desarrollo de competencias que responden a una exigencia externa, esencialmente relacionada con los fenómenos del entorno (temas transversales) que puedan ser modelados matemáticamente.

La estructura de los contenidos matemáticos es adecuada, ya que corresponde con la organización matemática que históricamente se le ha dado a este contenido. Lo mismo se puede decir de la articulación de los módulos, pues siguen un orden que se ha utilizado desde hace muchos años: aritmética, álgebra, geometría, geometría analítica y cálculo. Probabilidad y estadística frecuentemente se acomoda en cualquier posición después de álgebra. Conviene ampliar el argumento de la consistencia interna en relación con la congruencia en la estructura que guardan entre sí los distintos contenidos temáticos (áreas, temas, subtemas, conceptos, etcétera) y con la articulación de los contenidos entre niveles. En general, en matemáticas no es problemático el cumplimiento de estos descriptores en la medida en que el proceso de transformación de los conocimientos matemáticos para su enseñanza (es decir, el proceso que va de su descubrimiento o construcción a su forma como objeto de enseñanza) es llevado a cabo por generaciones de matemáticos y educadores matemáticos. Como resultados de estos procesos, las diferentes áreas de las matemáticas cuentan con exposiciones sistemáticas para la enseñanza escrupulosamente organizada con criterios rigurosos. En el caso de aritmética, álgebra, geometría, cálculo y probabilidad y estadística este proceso se ha llevado a cabo desde hace muchos (cientos) de años. Cuando se organiza un nuevo currículo y de acuerdo con el nivel, se tienen como marco de referencia esas exposiciones, que ayudan a controlar la coherencia y consistencia de la exposición de los contenidos.

Aceptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) Los programas de matemáticas de CONALEP son cuatro, corresponden a cuatro módulos (asignaturas), y cada uno se acompaña de una guía pedagógica. Esta separación es un rasgo de claridad, pues distingue convenientemente los elementos que debe conocer el estudiante (y compartir con el profesor) de aquellos que van destinados sólo al profesor. La extensión de los programas es de aproximadamente 25 páginas por programa; por el contrario, las guías tienen en promedio 107 páginas de extensión; esto posiblemente obedece a la necesidad de transmitir información de corte didáctico a los profesores, ya que éstos generalmente no tienen una formación pedagógica previa. No obstante, tal extensión es un rasgo que hace difícil su lectura y su asimilación. En relación con el contenido didáctico de las guías, es un discurso bien organizado en el que se ofrece información sobre el modelo educativo. Desafortunadamente, como se ha visto en el punto de la consistencia interna, dicho discurso no es consistente con el enfoque que se comunica en la evaluación.

El lenguaje es claro para el nivel de los lectores (estudiantes y profesores). La exposición está bien organizada y se cuidan la ortografía y sintaxis.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de aceptabilidad se satisface parcialmente en la medida en que el lenguaje es claro y los sistemas de representación utilizados están al alcance de los profesores y de los estudiantes. Una característica importante es que estén separados los contenidos de los módulos de sus guías pedagógicas, lo que facilita su lectura. Sin embargo, éstas son demasiadas largas y, por tanto, poco operativas. Además, no es consistente el discurso pedagógico con el contenido propuesto.

Adaptabilidad

Descripción de los elementos del currículo relacionados con el criterio

- a) En las guías pedagógicas se proponen ejemplos para desarrollar los contenidos, pero se aclara que el profesor está en libertad de proponer sus propias maneras de tratarlos:

En este programa se retoman contenidos del nivel básico, con la intención de reafirmar las capacidades y hacer más amable el cambio al nivel medio superior. Por ello, se ha diseñado una guía que sin ser exhaustiva dé un panorama amplio al alumno de la belleza y utilidad de las Matemáticas, eliminando, en lo posible, la desventaja en que se encuentra esta disciplina por la etiqueta de "difícil" que le han pegado años de malas prácticas docentes y de aprendizajes deficientes.

Las actividades y ejercicios propuestos sólo intentan ejemplificar algunas maneras de afrontar los conceptos considerados como difíciles, para darles su justa medida, en las necesidades diarias, sin pretender que sean todos o los únicos que se apliquen en este proceso de aprendizaje y que cada docente tome lo que necesite, o incorpore lo que crea necesario según sus condiciones biopsicosociales, sin coartar su iniciativa para una aplicación exitosa de los principios enunciados en el modelo Académico del CONALEP (2012b, p. 13).

- b) Un rasgo en detrimento de la adaptabilidad es la excesiva dosificación de los contenidos, como se puede observar en la tabla 1.41.

Tabla 1.41. Ejemplo sobre la dosificación de los contenidos

Módulo 2. Representación simbólica y angular del entorno
1. Resolución de problemas utilizando logaritmos y exponenciales
1.1 Maneja desigualdades, gráficas y procedimientos algebraicos de funciones exponenciales y logarítmicas mediante leyes y propiedades
A. Resolución de desigualdades
▪ Definición
▪ Propiedades
▪ Intervalos
- Abiertos
- Cerrados
- Combinados
▪ Solución
B. Aplicación de funciones exponenciales
▪ Definición
▪ Dominio y contradominio
▪ Gráfica
▪ Operaciones
- Suma
- Resta
- Multiplicación
- División
- Potencia
C. Aplicación de funciones logarítmicas
▪ Definición
▪ Dominio y contradominio
▪ Gráfica de la función
▪ Propiedades de los logaritmos
▪ Cambios de base
▪ Operaciones con logaritmos
- Suma
- Resta
- Multiplicación
- División
- Potencia
1.2 Soluciona situaciones de su entorno mediante ecuaciones exponenciales y logarítmicas
A. Solución de ecuaciones exponenciales
▪ Desarrollo algebraico
▪ Interpretación de resultados
▪ Comprobación de resultado
B. Solución de ecuaciones logarítmicas
▪ Desarrollo algebraico
▪ Interpretación de resultados
▪ Comprobación de resultado
C. Solución de problemas
▪ Exponenciales
▪ Logarítmicos
2. Modelado angular, lineal, de superficie y espacial
2.1 Resuelve problemas de dimensiones lineales y superficiales de figuras geométricas mediante propiedades, teoremas, cálculos aritméticos y algebraicos
A. Cálculo y trazo de componentes de la geometría
▪ Ángulos
▪ Medición
▪ Clasificación
▪ Operaciones
▪ Ecuaciones



- Punto y línea
- Definición
- Colinealidad
- Paralelismo
- Recta secante a una curva
- Ángulos entre paralelas y una secante
- Congruencia
- Razones y proporciones
- Superficie
- Definición
- Paralelismo
- B. Identificación de las propiedades de los triángulos**
 - Clasificación
 - Por sus lados
 - Por sus ángulos
 - Características
 - Relación entre sus lados y ángulos
 - Puntos y rectas notables
 - Cálculo del perímetro
 - Teorema de Pitágoras
 - Dibujo a escala
 - Cálculo del área
 - Dada la altura
 - Dados los tres lados
 - Semejanza
- C. Identificación de las propiedades de los cuadriláteros**
 - Características
 - Lados
 - Vértice
 - Lados opuestos
 - Ángulos opuestos
 - Lados adyacentes
 - Clasificación
 - Trapecio
 - Paralelogramo
 - Rectángulo
 - Cuadrado
 - Rombo
 - Trapezoide
 - Cálculo de perímetro y área
 - Fórmulas
 - Problemas
- D. Identificación de propiedades de los polígonos de más de cuatro lados**
 - Clasificación
 - Por sus ángulos
 - Por sus lados
 - Por sus ángulos y sus lados
 - Descomposición de polígonos en triángulos
 - Descomposición de polígonos en diagonales
 - Cálculo de perímetro y área
 - Fórmulas
 - Problemas
- E. Identificación de los elementos y las propiedades del círculo**
 - Elementos
 - Circunferencia
 - Diámetro
 - Radio
 - Arco
 - Cuerda
 - Tangente
 - Secante
 - Sector

- Ángulos
 - Central
 - Inscrito
 - Semi inscrito
 - Ex inscrito
 - Interior
 - Exterior
- Cálculo de perímetro y área
 - Fórmulas
 - Problemas

F. Resolución de problemas

1.2 Soluciona situaciones de su entorno que involucren el cálculo de superficies y volúmenes de sólidos empleando fórmulas, propiedades y dibujos a escala

A. Gráfica en tres dimensiones

- Puntos
- Segmentos

B. Cálculo de volúmenes y áreas

- Prismas
- Poliedros
- Paralelepípedos
- Pirámides
- Cono
- Cilindro
- Esfera

3. Aplicación de la trigonometría

3.1 Resuelve problemas relacionados con triángulos, rectángulos y oblicuángulos empleando razones y leyes trigonométricas

A. Identificación de razones y funciones trigonométricas

- Definición en la circunferencia unitaria

- Ángulo notable de 30°
- Ángulo notable de 45°
- Ángulo notable de 60°

- Gráfica de funciones

- Seno
- Coseno
- Tangente
- Cotangente
- Secante
- Cosecante

- Signos y valores

- En el primer cuadrante
- En diferentes cuadrantes

B. Resolución del triángulo rectángulo

- Mediante razones trigonométricas
- Mediante dibujo a escala

C. Solución de triángulos oblicuángulos

- Ley de senos
- Ley de cosenos

3.2 Resuelve problemas de identidades y ecuaciones trigonométricas empleando sus leyes y propiedades

A. Definición de las identidades trigonométricas fundamentales

- Deducción y demostración a partir de las razones fundamentales

- Relaciones cocientes
- Pitagóricas

- Deducción de las identidades de argumento compuesto

- Suma y diferencia
- Doble
- Mitad

B. Solución de ecuaciones trigonométricas

- Directamente
- Utilizando identidades trigonométricas

Este detalle en la descripción deja poco margen de maniobra al profesor. Esta presentación que se vuelve prescriptiva, es decir, que orienta demasiado al profesor, se complica cuando además se pide que se ofrezcan problemas del entorno de los estudiantes relacionados con cada concepto.

En estos programas no hay ninguna indicación sobre la posibilidad de que el programa se adapte a otras modalidades educativas.

Argumentación sobre el cumplimiento del criterio

El criterio de adaptabilidad no se satisface en el aspecto del contenido debido al carácter rígido de la organización de las matemáticas y en el aspecto pedagógico por la dosificación minuciosa de los propios contenidos, que dejan poco margen de maniobra al profesor.

1.4.3 Resumen de los análisis de los diseños curriculares de matemáticas

Como una manera de presentar de modo sintético los resultados de los análisis de las tres modalidades de bachillerato consideradas en este estudio, en la tabla 1.42 se presentan las síntesis de los análisis realizados mediante los criterios de relevancia, pertinencia, consistencia interna, equidad, adaptabilidad y accesibilidad para los currículos de Bachillerato General, Bachillerato Tecnológico y CONALEP.

Tabla 1.42. Síntesis del análisis intrínseco de las tres modalidades de bachillerato consideradas

Criterio	Síntesis del análisis del criterio		
	Bachillerato General	Bachillerato Tecnológico	CONALEP
Relevancia	Considera formalmente la promoción de valores y la vinculación de las matemáticas con problemas reales y del entorno.	Considera el aprendizaje de conocimientos, habilidades, valores y actitudes para la vida personal, social y profesional, considerando la comunidad, el entorno, etcétera.	El criterio de relevancia se satisface, aunque de manera parcial, ya que incluye el trabajo colaborativo y se sugiere establecer relaciones con el entorno de los estudiantes. Sin embargo, no se ofrecen indicaciones de cómo hacerlo.
Pertinencia	El criterio se cumple parcialmente, pues los contenidos no corresponden necesariamente a todos los contenidos básicos de aritmética, álgebra y geometría, los cuales históricamente han incluido en el currículo de bachillerato.	Se cumple de manera general el criterio. No obstante se debilita por la ausencia de la aritmética y la presuposición de que existen relaciones que pueden ser descubiertas entre los conceptos matemáticos específicos con el medio natural y social.	El criterio se cumple parcialmente. Los contenidos son los que históricamente se han estudiado en el nivel bachillerato. Sin embargo, no hay evidencias de actividades específicas que propicien el trabajo colaborativo, con la discusión, la negociación y la argumentación.

Criterio	Síntesis del análisis del criterio		
	Bachillerato General	Bachillerato Tecnológico	CONALEP
Equidad	Se cumple parcialmente. Con respecto al equilibrio entre la cantidad y la suficiencia del contenido en relación con el tiempo, depende del enfoque didáctico que se adopte para la implementación. Se hacen recomendaciones explícitas para propiciar la equidad y se asume la diversidad cultural del país.	El criterio de equidad no se satisface. Se percibe una sobrecarga de contenidos matemáticos que difícilmente se cubrirán satisfactoriamente en los tiempos destinados para hacerlo. No se sugieren estrategias para tener en cuenta comunidades diferentes o grupos vulnerables.	Este criterio se cumple parcialmente, debido a la sobrecarga de contenidos y a que no ofrece indicaciones de adaptabilidad en casos de poblaciones especiales.
Consistencia interna	Hay una inconsistencia entre el modelo educativo explícito y el modelo educativo implícito en las actividades de enseñanza propuestas.	Hay consistencia interna en la medida en que internamente están articulados los contenidos en cada materia y entre materias.	El programa tiene cierto grado de consistencia interna. Sin embargo, es problemática la relación entre un enfoque de competencias, un contenido matemático y un enfoque pedagógico esencialmente tradicionales.
Aceptabilidad	Hay términos importantes no definidos que hacen algunos enunciados confusos.	El programa es legible debido al uso de un lenguaje claro, tablas y esquemas que contribuyen a la comunicación.	El lenguaje es claro, y los sistemas de representación utilizados están al alcance de los profesores y de los estudiantes.
Adaptabilidad	En cuanto al modelo educativo es flexible como consecuencia de la adopción de un enfoque intercultural. Sin embargo, en cuanto al contenido el currículo es rígido.	Aunque la organización del contenido es rígida debido a su estructura jerárquica, un rasgo de adaptabilidad es la manera en que se sugiere tratar los contenidos, sin detalles de cómo implementar cada uno de ellos, sino mediante un ejemplo desarrollado y sugerencias generales de cómo el profesor puede diseñar sus clases; esto le deja niveles de maniobra de manera que puede optar por diferentes alternativas.	El criterio de adaptabilidad no se satisface en el aspecto del contenido debido al carácter rígido de la organización de las matemáticas y en el aspecto pedagógico por la dosificación minuciosa de los propios contenidos que dejan poco margen de maniobra al profesor.

1.5 Síntesis de las valoraciones de las propuestas curriculares de la educación obligatoria

A partir de la descripción y del análisis anteriores, en este apartado se presentan, nivel por nivel, las valoraciones de los diseños curriculares en términos de las dimensiones de la calidad del currículo: relevancia, pertinencia, equidad, consistencia interna, accesibilidad y adaptabilidad.

1.5.1. Preescolar

Para la propuesta curricular vigente hay aspectos del criterio de *relevancia* que se sostienen y otros que no, dependiendo de si se considera a los *estándares* o a las *competencias*. Por un lado, el criterio de *relevancia* se sostiene gracias a las *orientaciones didácticas*, al plantear y hacer explícito cómo

desarrollar competencias que formen sujetos sociales que puedan analizar situaciones y resolver problemas diversos con eficacia mediante la puesta en juego de conocimientos, habilidades, actitudes y valores (SEP, 2011h, p. 14). Por otro lado, el criterio de *relevancia* no se sostiene si se atiende a las presunciones de logro de los *estándares curriculares*, que establecen que alumnos de menos de seis años de edad puedan “utilizar su conocimiento matemático para analizar situaciones y resolver problemas de sus entornos naturales y humanos en diversos contextos”; asumirse como “seres humanos matemáticos”; que tengan “el deseo y la tendencia para comprender y usar la notación matemática”; “desarrollen gusto e interés en entender y aplicar vocabularios y procedimientos matemáticos”, o “tengan una actitud favorable hacia la conservación del ambiente y su sustentabilidad, usando notaciones y métodos científicos y matemáticos” (SEP, 2011h, pp. 33-34).

En la parte del currículo vigente que corresponde al Desarrollo de Competencias hay varios señalamientos generales que dan evidencia de la *pertinencia* de la propuesta. Estos señalamientos están orientados a atender los intereses y necesidades de los individuos en su conformación biológica, psicológica, social y cultural, y, también los hay de manera más precisa, para atenderlos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, las orientaciones pedagógicas no se refieren a los *estándares curriculares*, de manera que no es posible evaluar su pertinencia.

Respecto a la *equidad*, los programas de estudios 2011 están diseñados y pensados, como lo han sido los programas precedentes, para la escuela graduada de organización completa. Al respecto, es importante señalar que históricamente los Programas de estudios no consideran las necesidades y características específicas de las escuelas multigrado bidocentes o tridocentes (48% de las escuelas primarias del país son multigrado), muchas de las cuales atienden a población indígena o migrante. Se deja fuera también la organización multigrado unidocente que caracteriza al preescolar, primaria y secundaria comunitarias del CONAFE.

En lo que toca a la *consistencia interna*, se identifican inconsistencias importantes entre las demandas de lograr ciertos *aprendizajes esperados* y los requerimientos de las *evaluaciones* nacionales e internacionales propuestas. Muchos de los *aprendizajes esperados* son manifestaciones del conocimiento que van adquiriendo los niños en su proceso de aprendizaje de los números, sus usos y sus funciones. Por ejemplo, el aprendizaje esperado “Utiliza estrategias de conteo, como la organización en fila, el señalamiento de cada elemento, desplazamiento de los ya contados, añadir objetos o repartir uno a uno los elementos por contar, y sobre conteo (a partir de un número dado en una colección, continúa contando: 4, 5, 6)” (SEP, 2011h, p. 57) describe diferentes maneras de contar que los niños exhiben en función de la situación que resuelvan y con base en su dominio sobre el número, particularmente, sobre las relaciones aditivas de los primeros diez. Sin embargo, estas manifestaciones no son consideradas como tales en las evaluaciones propuestas. La lista de *aprendizajes esperados* puede poner en riesgo la implementación de la metodología de enseñanza, en la medida en que, frente a la presión que suponen las evaluaciones nacionales e internacionales, se diseñen actividades en directa relación con cada uno de éstos. Siguiendo con el ejemplo, puede considerarse que, si se pone a los niños a contar de manera ascendente a partir de un número diferente de uno, y cuando los niños lo hacen, se entiende que han logrado el “aprendizaje esperado”.

Es necesario señalar también que resulta excesiva la cantidad de aspectos que se proponen para evaluar, tipos de registros que deben hacerse, así como los distintos momentos en que se sugiere la evaluación.

La parte del programa que corresponde al Desarrollo de Competencias tiene aspectos positivos respecto a su *aceptabilidad*, pues permite que los usuarios se apropien de los principios y propósitos de la propuesta curricular vigente, y puedan así ser partícipes de su implementación. Entre otras características que redundan en hacer comprensible la propuesta a los lectores están la claridad de la información que ofrece, su estructura y la explicación de terminología y conceptos nuevos. Sin embargo, las deficiencias de *aceptabilidad* encontradas en la parte de Estándares curriculares ponen en riesgo la comprensión y con ello la aceptabilidad del Programa en general.

A pesar de que el tratamiento de los contenidos de la propuesta de competencias no es rígido y tiene un carácter abierto, la propuesta curricular vigente no puede *adaptarse* a diferentes modalidades educativas. Esto se debe a las características específicas de las poblaciones a atenderse. En el caso de la educación indígena, por ejemplo, la alfabetización de los niños debe impartirse en su lengua materna y en español, o bien, cuando no se asigna un profesor itinerante que los acompañe en su recorrido, para los niños migrantes el cambio de maestros y escuelas durante un ciclo escolar hace imposible la implementación del currículo vigente.

1.5.2. Primaria

En los documentos formales se hace alusión explícita a la *relevancia* de los contenidos estudiados en primaria; sin embargo, en los ejemplos de las orientaciones didácticas son escasos los ejemplos ilustrativos de lo que se declara en otros apartados. En los libros para el maestro de los desafíos matemáticos se busca dar apoyo a los maestros para guiar a los estudiantes en la construcción de argumentos. Por ejemplo: en el Desafío 55 de sexto de primaria se presenta un ejercicio en el que los estudiantes deben analizar la información acerca de diferentes marcas de jugos y sus presentaciones, y deben completar una tabla anotando el costo de cada uno de los envases. Se busca que los estudiantes analicen la expresión decimal de algunas fracciones sencillas. En particular, en el segundo ejercicio de la consigna se presenta el siguiente enunciado: "Juan dice que 0.3 litros equivalen a $\frac{1}{3}$ de litro. ¿Están de acuerdo con él? Argumenten su respuesta", tomando en cuenta que el desafío se trabaja en parejas (SEP, 2013e, p. 176).

En las *consideraciones previas* para este desafío, se explica que esta pregunta tiene como propósito introducir a los alumnos con las fracciones que no son decimales, y aunque en este momento no se pretende dar a los alumnos dicha información, sí hay que confrontar los argumentos dados por ellos para comprobar que $\frac{1}{3}$ es diferente a 0.3. Y proporcionan algunos ejemplos de los argumentos que podrían presentarse:

- Si sumo tres veces $\frac{1}{3}$, obtengo 1 y si sumo tres veces 0.3 obtengo 0.9, cantidad que es menor que 1, por lo que no son iguales.
- $\frac{1}{3}$ es equivalente a $\frac{3}{9}$, fracción que es diferente de $\frac{3}{10}$ (0.3).
- 0.3 es $\frac{3}{10}$ y no existe ninguna fracción equivalente a $\frac{1}{3}$ cuyo denominador sea 10.
- Si divido en la calculadora 1 entre 3 ($\frac{1}{3}$) se obtiene 0.3333..., cantidad que de ninguna manera es 0.3, aunque esté muy cercana (SEP, 2013e, p. 178).

Al brindar ejemplos de argumentos que podrían construir los estudiantes, se le da un apoyo al maestro, generando un punto de referencia hacia donde se podría guiar la discusión en caso de que los estudiantes no logren construir argumentos sólidos acerca de por qué son diferentes 0.3 y $\frac{1}{3}$. En este caso, surge la pregunta sobre cada cuánto se le pide a los estudiantes que se involucren en un

proceso similar al del ejercicio planteado anteriormente. Al respecto, se identifica que en del libro de desafíos de sexto grado, sólo en 3 de 85 desafíos se les pide a los estudiantes que argumenten una respuesta.

Sobre la *pertinencia*, es difícil determinar si los contenidos matemáticos son propios con respecto a las edades, sin llevar a cabo una comparación con otros puntos de referencia, ya sea productos de investigación o los contenidos que se estudian en los otros países de este estudio. En términos generales, los contenidos se perciben pertinentes de acuerdo con las edades de los estudiantes.

En cuanto a las ideas vinculadas con las representaciones en matemáticas, hace falta mayor claridad sobre el papel que juegan en el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, representar una fracción en la recta numérica, un modelo de área, o un modelo discreto da cuenta de la conceptualización del estudiante respecto a este concepto. Diferentes investigadores han señalado que los objetos matemáticos se estudian a partir de sus representaciones, pero ellas no son el objeto matemático mismo. Esta situación requiere que el profesor identifique las representaciones de un mismo objeto y diferenciar representaciones de objetos diferentes. Por ejemplo, en las características que definen a un cuadrado y a un rombo, la posición y el tamaño no son aspectos determinantes, sino otros rasgos vinculados con características de sus lados, ángulos, diagonales, etcétera. Todo ello es necesario para que el profesor en su labor de enseñanza pueda usar las representaciones que sean más adecuadas para el contenido en discusión, con el fin de aceptar/debatir la respuesta de un estudiante, y de diseñar actividades pertinentes según su propio contexto. Entonces, las representaciones, por un lado permiten al profesor hacer visible el pensamiento de sus alumnos, sus interpretaciones y evoluciones conceptuales, y por otro, son necesarias en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aspectos que aparecen mencionados en los documentos —de manera general—, pero que son desdibujados en la redacción de los aprendizajes esperados y en los propios contenidos.

La *equidad* es uno de los aspectos en los que se encuentran mayores debilidades. Con respecto a la suficiencia de contenidos y el tiempo estimado para su aprendizaje, la división en bloques puede estar disgregando contenidos. Por ejemplo: en un bloque de sexto se estudia el cálculo del volumen mediante el conteo de cubos, y en otro bloque, se explora la transición al cálculo del volumen a partir del uso de fórmulas. La actual organización en bloques puede estar dificultando la organización y la secuenciación de contenidos, por ejemplo, en primarias multigrado.

Dado que para este análisis no se tienen más documentos que los encontrados respecto a la educación indígena y comunitaria, hace falta analizar con mayor detalle los documentos de estas modalidades y los propios libros de texto, para hacer cualquier afirmación al respecto. Para la selección de contenidos para estudiantes con discapacidad, el programa no proporciona indicaciones de cuáles son los criterios para realizar dicha selección ni de cómo se toman en cuenta los propósitos nacionales con esas adaptaciones y modificaciones.

Respecto a la *consistencia interna*, se encuentra que hay una gran cantidad de categorías que organizan el currículo, cuyas definiciones y relaciones entre ellas son poco claras: propósitos, estándares curriculares para matemáticas, competencias matemáticas, aprendizajes esperados, ejes, temas, contenidos temáticos, habilidades digitales, orientaciones didácticas y pedagógicas, etcétera. Además, no se proporcionan al profesor orientaciones didácticas específicas para lograr articulaciones transversales entre los contenidos de matemáticas y de otros programas de estudios, como ciencias.

No es claro cómo se logra desarrollar el papel de las competencias, las cuales aparecen en todos los bloques y en los ejemplos de los contenidos disciplinares, pero nunca se señalan recomendaciones sobre qué actividad apoya al desarrollo de qué competencia.

Si bien en el documento se señala que los aprendizajes esperados se van desarrollando a lo largo de todo el currículo y que no hay una correspondencia con todos los temas, en el momento de leer la propuesta de los bloques es confusa la relación entre los aprendizajes esperados y los temas y contenidos que se desarrollan.

Hace falta hacer visible a los profesores la conexión entre contenidos, así como la relación entre los conocimientos previos de los alumnos a partir de lo visto en grados anteriores y con los nuevos conocimientos, e incluso se podría tener una síntesis de los contenidos de toda la educación básica en el mismo documento de programas y en el plan de estudios.

Evaluar la *aceptabilidad* de la propuesta depende de los profesores y de los propios diseñadores de libros de texto. Ahora bien, desde las evidencias se cumple parcialmente. Como ya se mencionó antes, la redacción de algunos contenidos y aprendizajes esperados es confusa.

Uno de los aspectos que contribuye a la falta de *adaptabilidad* del plan de estudios es que dentro de un mismo bloque los contenidos que se trabajan no tienen una conexión entre sí, lo que hace que se perciba que se trabajan varios temas distintos y sin aparente relación entre ellos. Al cambiar de bloque, y aunque se retomen ideas tratadas anteriormente, se siguen estudiando contenidos aislados, lo que a la larga, podría generar una percepción fragmentada de las matemáticas.

1.5.3. Secundaria

Respecto al criterio de *relevancia*, el programa señala que, por medio del enfoque de resolución de problemas, los estudiantes serán capaces de apreciar y valorar el conocimiento matemático; defender sus propuestas de solución con argumentos lógicos bien contruidos; respetar (y, en su caso, rebatir de manera fundamentada) los argumentos de otros y comprender y apreciar las estrategias de resolución de los demás. Esto también se refuerza en el hecho de que una de las competencias matemáticas se centra en la validación de procedimientos y resultados.

Sobre el criterio de *pertinencia*, el desarrollo de capacidades de comunicación y el uso de sistemas matemáticos de representación están presentes en una de las competencias matemáticas y en la descripción de dos de los tres ejes, por lo que se asume que se trabajan ampliamente en el programa. Sin embargo, hace falta la presencia de “la modelación de situaciones pertinentes a distintos contextos sociales”.

El criterio de *equidad* no se cumple debido a la gran cantidad de contenidos a cubrir en el programa, y debido a que no hay versiones del programa de estudios *ad hoc* a modalidades educativas que atienden la diversidad cultural y de condiciones específicas de distintos grupos poblacionales del país.

En sentido estricto, el criterio de *consistencia interna* no se cumple, aun cuando en los objetivos, el enfoque, las competencias matemáticas, los estándares y los aprendizajes esperados, los contenidos y la evaluación están orientados hacia el logro de las intenciones educativas asumidas, porque

se presentan varias inconsistencias entre estos elementos. Es importante señalar que los estándares curriculares resultan muy generales y con pocas referencias concretas en los contenidos. Además, si bien hay continuidad y articulación entre los contenidos de primaria y secundaria, entre secundaria y educación media superior la mayoría de los contenidos se repiten, y, en muchos casos, se trabajan como si los estudiantes no los hubieran estudiado en secundaria.

Respecto al criterio de *aceptabilidad*, el programa proporciona información relevante a los profesores sobre los conceptos y el enfoque de resolución de problemas. Sin embargo, es importante completar este estudio del diseño curricular con uno de su implementación, pues en pláticas con diversos profesores, asesores pedagógicos y algunos colaboradores de la SEP es común encontrar que en la práctica el enfoque no es llevado al aula de forma cotidiana.

El criterio de *adaptabilidad* se cumple en tanto que el tratamiento de los contenidos no es rígido ni prescriptivo. En cuanto a la planeación y la organización del trabajo en el aula, se puede decir que el programa también es flexible, sin incorporar demasiadas sugerencias u orientaciones que prescriban su implementación. Sin embargo, no es claro cuáles son las posibilidades de adaptarse a otras modalidades educativas, ya que este aspecto no se considera en los programas.

1.5.4. Media superior

Bachillerato General (DGB)

Los criterios de relevancia, pertinencia y equidad se satisfacen porque dependen más del modelo educativo que del contenido específico. La satisfacción de los criterios anteriores se vuelve poco eficaz porque entra en conflicto con la manera en que se sugiere el tratamiento del contenido. El discurso general del modelo educativo está bien estructurado, pero al parecer no se considera que al intentar concretarlo en el currículo de matemáticas surgen problemas cuya solución no es trivial (Zavala, 2008); en todo caso el programa no los resuelve.

No se cumple entonces la consistencia interna, y esto trae como consecuencia algunos enunciados que no son claros, porque tratan de conciliar aspectos del modelo educativo con contenido matemático sin problematizarlo; en particular, uno de los problemas es que el modelo de competencias defiende que los estudiantes deben aprender conocimientos para aplicarlos en situaciones de su vida diaria (Perrenoud, 2012), pero muchos conceptos matemáticos que se asumen como necesarios no son inmediatamente aplicables para resolver problemas de la vida diaria (Zavala, 2008). Los programas parecen responder a este conflicto simplemente agregando al final de los enunciados: “[...] problemas de su comunidad”, “[...] situaciones de su entorno”, “[...] de la vida cotidiana del estudiante”, etcétera.

Bachillerato Tecnológico (BT)

De acuerdo con el análisis realizado, en este programa los criterios de equidad y aspectos pedagógicos presentan varias debilidades. En cambio, el programa presenta algunas fortalezas en torno a los criterios de relevancia, pertinencia, consistencia interna, adaptabilidad y aceptabilidad.

Están ausentes rasgos que indiquen que en la elaboración del programa se hayan tenido en cuenta los conocimientos didáctico-pedagógicos que han sido desarrollados en la investigación en educación matemática. Esto probablemente se debe a que el enfoque curricular sobre competencias tiene su origen en un campo disciplinar diferente a las matemáticas, y su extensión hacia éstas se basa en una generalización cuya viabilidad aún no se ha demostrado. Por otro lado, dentro de las preocupaciones de la comunidad de educadores matemáticos no se ha asumido la tarea de entender y elaborar el proyecto curricular de las competencias para la enseñanza de las matemáticas.

CONALEP

Una característica del contenido matemático para la enseñanza es que tiene una organización jerárquica bien establecida que rige la elección de los contenidos curriculares. Esta organización ha sido el resultado de un proceso de muchos años, y una vez construida se mantiene a lo largo del tiempo con apenas pocos cambios. Tómese, por ejemplo, la geometría euclidiana cuya exposición se ha mantenido durante siglos desde la época de los griegos hasta la fecha. Esto contrasta con las posiciones pedagógicas modernas, en particular en matemáticas (constructivismo, resolución de problemas, competencias), que argumentan que la adopción de estos enfoques didácticos no puede llevarse a cabo sin cuestionar la organización de los conocimientos; es decir, que su adopción implica una reorganización del contenido (Perrenoud, 2012). Hay pues una tensión entre la fuerza y la estabilidad (o rigidez) de la exposición matemática para la enseñanza, y la aspiración de adoptar enfoques modernos de su enseñanza. En los programas de CONALEP no se resuelve esta tensión, pues el contenido matemático no sufre ninguna transformación importante respecto a los contenidos que se prescriben en otros currículos, es decir, regidos por la exposición matemática tradicional, pero se sugiere un nuevo enfoque constructivista y para el desarrollo de competencias. En este sentido, se observa que la adopción del enfoque de competencias no ejerció ninguna transformación en la elección y la organización de los contenidos (Perrenoud, 2012).

Como ya se señaló en la introducción del presente informe, con el fin de hacer una valoración del diseño curricular de matemáticas de la educación básica en México desde una perspectiva internacional, adicionalmente al análisis respecto de los criterios de calidad establecidos por el INEE (capítulos 3 y 4), se llevó a cabo un análisis comparativo con las propuestas curriculares de Corea del Sur, Chile e Inglaterra. Cabe recordar que los componentes del marco de referencia que se consideraron para definir los rubros que conforman cada uno de los ejes son: *Contexto internacional de la educación matemática*, *Investigación en educación matemática* y *El papel de las matemáticas en la educación*.

A fin de facilitar la lectura del contenido de este capítulo, enseguida se reproduce la descripción de cada uno de los ejes de comparación. Después, se expone de manera detallada el análisis comparativo con las propuestas curriculares de Chile, Corea del Sur e Inglaterra, por nivel escolar y en relación con cada uno de los ejes de comparación. Después, se incluye un resumen de los hallazgos de dicho análisis, correspondientes a los niveles de la educación básica (preescolar, primaria y secundaria), para después pasar a la exposición del análisis comparativo de los programas del nivel medio superior.

2

Análisis valorativo y comparativo de la propuesta curricular de México con la de otros países

2.1. Ejes de análisis comparativo

Eje 1: el sentido de las matemáticas en el currículo

Con el análisis de los rubros que componen este eje se busca responder, para cada propuesta curricular y en términos generales, a las preguntas: ¿para qué enseñar matemáticas?, ¿qué enseñar de ellas?, y ¿cómo enseñarlas? Las respuestas a éstas permiten ubicar al currículo mexicano en el contexto internacional en cuanto a la intención educativa de su diseño.

Eje 2: contenido disciplinar: su organización y enseñanza

El análisis transversal de los rubros de este eje permite tener una apreciación, por contraste, del diseño de la propuesta curricular de México, en cuanto a su contenido matemático, estructuración y aspectos didáctico-pedagógicos.

Eje 3: ubicación en el contexto internacional: tendencias en investigación educativa

Se ubica cada propuesta curricular respecto a tendencias internacionales identificadas (por pares) como contrapuestas, así como respecto a la influencia de la investigación educativa en su diseño. A partir de lo anterior, se analiza, a su vez, la ubicación de la propuesta de México frente a las otras propuestas estudiadas.

En la tabla 2.1 se muestran los rubros que componen cada eje.

- En la tabla 1, p.25, se incluyen 11 rubros que guían la búsqueda y la identificación, en el currículo de cada país, de indicios del uso o consideración de resultados de la investigación en educación matemática. Cabe hacer la precisión de que dichos rubros se propusieron a manera de ejemplos y que se han incorporado al análisis aquellos indicios adicionales identificados en el proceso de revisión. La búsqueda se llevó a cabo a través de la ubicación de temas curriculares o intenciones educativas que son, ellos mismos, una muestra de la influencia de la investigación, o bien, a través de la referencia explícita a bibliografía especializada de investigación educativa que aparece en los documentos curriculares.
- El método de análisis consistió en identificar cada uno de los rubros contenidos en cada eje, para cada nivel escolar y para cada propuesta curricular de los países considerados. Lo anterior permitió hacer una valoración del currículo mexicano, de acuerdo con cada eje y por medio de la comparación con las otras propuestas.

Tabla 2.1. Rubros que componen cada eje de análisis

Eje 1: el sentido de las matemáticas en el currículo	<ul style="list-style-type: none"> • El propósito de enseñar matemáticas. • Contenido de la enseñanza. • Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas. • La evaluación.
Eje 2: contenido disciplinar: su organización y enseñanza	<ul style="list-style-type: none"> • Propósitos y objetivos del currículo. • Presentación del currículo (índice de la presentación del programa; sintético frente a exposición extensa; flexible frente a prescriptivo; estático frente a dinámico). • Organización de los contenidos curriculares (mapa curricular; estructura, segmentación y organización de contenidos temáticos). • Rango de edades. • Duración del ciclo escolar. • Metodología de enseñanza. • Uso de TIC. • Transversalidad (conexión con otras asignaturas o disciplinas). • Evaluación.
Eje 3: ubicación en el contexto internacional: tendencias e investigación educativa	<p>Ubicación respecto a las posiciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Enseñanza de contenidos tradicionales – Priorizar enseñanza de conceptos y resolución de problemas. • Acercamiento simbólico y abstracto – Acercamiento de matemáticas en contexto. • Acercamiento global – Acercamiento que toma en cuenta resultados de la investigación educativa. <p><i>Inclusión explícita o implícita de elementos de la investigación en educación matemática:</i></p> <p>Se abordan o reconocen dificultades en el aprendizaje de:</p> <ul style="list-style-type: none"> A. La noción de número (distintos dominios numéricos: naturales, negativos, enteros, fracciones, decimales, racionales, trascendentes, reales). B. Resolución de problemas aritméticos. C. Razonamiento proporcional. D. Pensamiento geométrico. E. Pensamiento probabilístico. F. Métodos de resolución de problemas. G. Transiciones del pensamiento numérico al simbólico algebraico y del pensamiento algebraico al pensamiento de las matemáticas de la variación. <ul style="list-style-type: none"> • Se considera la introducción temprana de conceptos matemáticos como el de variación o nociones algebraicas. • Se promueve el desarrollo de habilidades de generalización y de la argumentación en matemáticas.

2.2. Análisis comparativo del currículo de matemáticas: nivel preescolar

2.2.1. Eje 1. El sentido de las Matemáticas en el currículo

Propósito de enseñar matemáticas (descripción general)

En este apartado se presenta la información sobre el propósito de enseñar matemáticas, expresada en cada una de las propuestas curriculares analizadas. En la tabla 2.2 se sintetiza dicha información.

Tabla 2.2. Propósito de enseñar matemáticas (descripción general)

México	Llegar a tener una población que sepa utilizar los conocimientos matemáticos con altos niveles de alfabetización matemática (SEP, 2011h, p. 30).
Corea del Sur	No se explicita, queda incluida en las declaraciones generales de la presentación del programa.
Chile	No se explicita. En la función del programa sólo se menciona que es para avanzar hacia una mejor calidad de los aprendizajes y reducir la desigualdad (Ministerio de educación, 2008b, p. 5).
Inglaterra	Las matemáticas son fundamentales para entender el mundo porque están altamente interconectadas con otras áreas de conocimiento y actividades del hombre.

Solamente los programas de México e Inglaterra expresan de manera explícita el propósito de enseñar matemáticas. El currículo mexicano lo hace desde la función de los estándares curriculares, y se refiere a la valoración del uso de los conocimientos matemáticos en diversas actividades humanas, sin especificar cuáles son éstas; solamente se identificó la expresión “una población que sabe utilizar los conocimientos matemáticos”, por ello, la pretensión de egreso de la educación básica es que los alumnos alcancen “altos niveles de alfabetización matemática” (SEP, 2011h, p. 30).

Por otro lado, el programa de Inglaterra explica con mayor claridad la finalidad de la enseñanza de las matemáticas:

La matemática es una disciplina creativa y altamente interconectada que se ha desarrollado por siglos, dando solución a algunos de los problemas más intrigantes de la historia. Esencial para la vida diaria, crítica para la ciencia, la tecnología y la ingeniería, y necesaria para las competencias financieras y la mayoría de los empleos. Por lo tanto, una educación de alto nivel en matemáticas provee de fundamentos para entender el mundo, la habilidad de razonar matemáticamente posibilita una apreciación de la belleza y la fuerza de las matemáticas, a la vez de propiciar un sentimiento de gozo y curiosidad por la materia (Department for Education, 2013, p. 3).

En la propuesta inglesa, además, se señala que el estudio de la matemática sirva como insumo para mejorar la comprensión de otros aspectos del currículo (Department for Education, 1999, p. 9). En el programa coreano no se expresan razones para enseñar matemáticas, aunque éstas pueden inferirse de la justificación general del programa:

El principio básico del currículo es hacer que los coreanos se hagan cargo del siglo XXI con base en el conocimiento y la información, respetando y cuidando a las personas y al medio ambiente (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 6).

Y en la caracterización del área de *investigación*, en la que se ubica el *desarrollo de habilidades matemáticas básicas*:

El área de investigación está diseñada para ayudar a los niños pequeños a pensar y a investigar con base en el respeto por la naturaleza y a desarrollar habilidades para solucionar problemas (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 40).

Por su parte, el programa chileno (igual que el coreano) no expone algo que justifique el espacio curricular de la matemática, pero tampoco lo hace en las declaraciones generales. En éstas, su finalidad es “asegurar una educación de calidad desde los primeros años de vida”, compromiso asumido por el Ministerio de Educación, y “reducir, en consecuencia, la desigualdad”, tarea que califica como “ardua” al mismo tiempo que “demanda el compromiso, el esfuerzo y la responsabilidad de todos los educadores y las educadoras de párvulos”. Además, el programa “está diseñado para fortalecer el proceso de implementación de las Bases Curriculares, relevando desde una perspectiva actualizada, la progresión y seguimiento de los aprendizajes” (Ministerio de Educación, 2009, p. 5).

Es necesario destacar además que, tanto en el programa de México como en el de Inglaterra, las matemáticas tienen una ubicación importante; en el primero, las matemáticas son uno de seis campos formativos de preescolar, y en el segundo, una de tres materias nucleares.¹ Mientras que en el programa coreano, el Desarrollo de Habilidades Matemáticas Básicas es uno de los tres contenidos de una de las cinco áreas en la que se organiza el programa. Por su parte, en el programa chileno *Relaciones Lógico Matemáticas y Cuantificación* es uno de los tres núcleos de aprendizaje de los tres Ámbitos que estructuran el programa.

Contenido de la enseñanza

A continuación se presenta el contenido matemático en las propuestas curriculares de los cuatro países. En la tabla 2.3 se da una descripción general.

Tabla 2.3. Contenido de la enseñanza (descripción general)

México	Competencias matemáticas (SEP, 2011h, p. 57). Contenidos matemáticos clásicos de preescolar (2004) (SEP, 2011h, pp. 40, 57-59).
Corea del Sur	Desarrollo de competencias en general. Contenidos temáticos clásicos (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 41).
Chile	Descripción general a través de los logros de aprendizaje signados en los mapas de progreso de contenidos temáticos clásicos.
Inglaterra	Competencias matemáticas. Contenidos temáticos clásicos de preescolar y algunos de 1º de la escuela primaria mexicana (Department for Education, 2013, pp. 6-10).

Los cuatro programas se ocupan, con matices diferentes, de los aspectos iniciales de conocimientos temáticos clásicos de preescolar (número, patrones, forma, espacio y medida), con excepción de la propuesta chilena, la cual sólo atiende a las nociones espaciales de derecha e izquierda en relación con el cuerpo de los niños; las otras tres incluyen nociones iniciales de espacio (relaciones de ubicación de objetos y desplazamientos). Todos los programas proponen trabajo sobre los primeros números naturales, pero el de Inglaterra incluye también números fraccionarios.

¹ Los alumnos en edad de escuela obligatoria, las escuelas de educación especial, las de asistencia voluntaria y las de asistencia controlada deben seguir el currículo nacional organizado con base en cuatro etapas de edad y 12 asignaturas, clasificadas en nucleares (Inglés, Matemáticas y Ciencias) y complementarias (Department for education, 2013b, p.6).

En los currículos mexicano e inglés se menciona de manera específica la aspiración de desarrollar competencias matemáticas como la reflexión, la explicitación de procedimiento, la argumentación, entre otras, que sustentan el razonamiento tanto en contextos matemáticos como en los que no lo son. En la propuesta chilena el pronunciamiento sobre las competencias matemáticas se hace a través de dos definiciones. Y el programa coreano no hace referencia a las competencias matemáticas.

El discurso mexicano sobre competencias matemáticas es más extenso y menos “matemático” que el de Inglaterra, y aparece en las orientaciones didácticas del currículo, donde se señala que el desarrollo de las capacidades de razonamiento en los alumnos de educación preescolar se propiciará cuando:

[...] la educadora haga que las niñas y los niños aprendan más de lo que saben acerca del mundo y sean personas cada vez más seguras, autónomas, creativas y participativas; ello se logra mediante el diseño de situaciones didácticas que les impliquen desafíos: que piensen, se expresen por distintos medios, propongan, distinguan, expliquen, cuestionen, comparen, trabajen en colaboración, manifiesten actitudes favorables hacia el trabajo y la convivencia, etcétera (SEP, 2011h, p. 14).

[los niños] realizan acciones que les permiten *comprender* un problema, *reflexionar* sobre lo que se busca, *estimar* posibles resultados, *buscar* distintas vías de solución, *comparar* resultados, *expresar ideas y explicaciones* y *confrontarlas* con sus compañeros (SEP, 2011h, p. 56).

Asimismo, se promueve el desarrollo de valores actitudinales hacia el conocimiento y de desarrollo personal para aprender a convivir en el entorno social inmediato, cuando se plantea la importancia de organizar a los niños en equipos para resolver situaciones de aprendizaje, en función de la intención educativa.

[...] La actividad con las matemáticas alienta en los alumnos la comprensión de nociones elementales y la aproximación reflexiva a nuevos conocimientos, así como las posibilidades de verbalizar y comunicar los razonamientos que elaboran, de revisar su propio trabajo y darse cuenta de lo que logran o descubren durante sus experiencias de aprendizaje. Ello contribuye, además, a la formación de actitudes positivas hacia el trabajo en colaboración; el intercambio de ideas con sus compañeros, considerando la opinión del otro en relación con la propia; gusto hacia el aprendizaje; autoestima y confianza en las propias capacidades (SEP, 2011h, p. 56).

El discurso en el currículo inglés, como ya se mencionó, es más conciso y con referencias a contenidos matemáticos específicos:

El foco principal de la enseñanza matemática en la etapa clave 1 (3º preescolar y 1º primaria EB-México) es asegurar que los alumnos desarrollen confianza y soltura mental con números enteros, conteo y el valor posicional numérico. Esto deberá involucrar el trabajo con numerales, palabras y las cuatro operaciones, incluido el uso de recursos prácticos (por ejemplo, objetos concretos y herramientas de medición).

En esta etapa los alumnos desarrollarán su habilidad de reconocer, describir, dibujar, comparar y ordenar diferentes figuras y usar el vocabulario relacionado. La enseñanza también involucrará el uso de una variedad de medidas para describir y comparar diferentes cantidades como la longitud, la masa, la capacidad/el volumen, el tiempo y el dinero.

[...] Un énfasis en la práctica en esta temprana etapa ayudará a la soltura. Los alumnos deberán leer y escribir vocabulario matemático en un nivel consistente con el de su creciente nivel de lectura y conocimiento de la escritura de la etapa clave 1 (Department for Education, 2013a, p. 5).²

El currículo de Corea del Sur se adhiere, implícitamente, al desarrollo de competencias como un posicionamiento para toda la propuesta curricular, pero no lo hace de manera específica para el conocimiento matemático. En las *Metas y objetivos del jardín de niños* se señala:

La educación del jardín de niños pretende ayudar a los niños pequeños a desarrollar cuerpos y mentes armoniosos, dándoles ambientes educativos apropiados. Los objetivos específicos son:

1. Promover el desarrollo saludable del cuerpo y la mente y adquirir hábitos de vida básicos.
2. Adquirir habilidades para vivir con otros y amar la cultura tradicional.
3. Facultar a los niños para expresar sus pensamientos y sentimientos de forma creativa.
4. Desarrollar habilidades de lenguaje para comunicarse y hacer un uso apropiado de la lengua.
5. Explorar el ambiente con curiosidad y respetar a la naturaleza (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 7).³

Por su parte, la propuesta chilena usa en el texto la palabra *competencia* con la connotación de "potenciar las capacidades de los niños", pero no hay ningún pronunciamiento metodológico al respecto. Plantea los logros de aprendizaje del núcleo de *relaciones lógico-matemáticas y cuantificación* en dos ejes o dominios específicos que se derivan de los Mapas de Progreso del Aprendizaje, en los que se distingue razonamiento lógico-matemático de cuantificación.

Razonamiento lógico-matemático refiere a la capacidad de descubrir, describir y comprender gradualmente la realidad, mediante el establecimiento de relaciones lógico-matemáticas y la resolución de problemas simples.

Cuantificación se refiere a la capacidad de describir y comprender gradualmente la realidad, mediante la cuantificación y la resolución de problemas simples, avanzando en la construcción del concepto del número y su uso como cuantificador, identificador y ordenador (Ministerio de Educación, 2008, p. 127).

En síntesis, respecto a la descripción general de los contenidos de la enseñanza, todos los programas se ocupan de contenidos temáticos clásicos para niños menores a seis años (primeros números naturales, patrones, forma y medida); cabe precisar, sin embargo, que la propuesta curricular

² Traducción textual.

³ Traducción textual.

de Inglaterra incluye fracciones, y las propuestas de México, Corea del Sur e Inglaterra incorporan el conocimiento inicial del espacio.

Los programas de México e Inglaterra se pronuncian explícitamente por el desarrollo de competencias matemáticas, en cambio, en el programa coreano se adopta un posicionamiento para toda la propuesta curricular, y en el programa chileno no hay algo que permita inferir nada al respecto.

Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas

En este apartado se presenta la información sobre el acercamiento de la enseñanza de las matemáticas, expresada en cada una de las propuestas curriculares analizadas. La tabla 2.4 describe de manera general dicha información.

Tabla 2.4. Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas (descripción general)

México	A través de la resolución de problemas (SEP, 2011h, p. 55).
Corea del Sur	Se plantea que los niños hagan inferencias bajo la guía atenta de sus maestros, quienes además deberán alentarlos para que expresen sus ideas (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 44).
Chile	A través de diferentes actividades y juegos para que los niños interactúen con las nociones iniciales de los contenidos curriculares propuestos.
Inglaterra	A través de la resolución de problemas propios de la disciplina y de su aplicación en otras (Department for Education, 2013a, p. 103).

Las propuestas de México e Inglaterra plantean que los niños, desde su ingreso a la escuela, empiecen a interactuar con el conocimiento matemático a través de la resolución de problemas, con la particularidad de que en la propuesta mexicana se detalla más que en la inglesa en qué consiste este acercamiento, y, de hecho, en ella se asume como metodología de enseñanza (SEP, 2011h, pp. 55-56). Se vuelve a hacer referencia a esta característica en el apartado correspondiente del eje 2.

Este pronunciamiento se devela también en la propuesta coreana, en los lineamientos para la enseñanza del área de *investigación* en el punto número cuatro se hacen algunas advertencias sobre el Desarrollo de habilidades matemáticas básicas:

Los niños pequeños deberán ser guiados para inferir una conclusión razonable aplicando conocimiento existente cuando intentan resolver problemas matemáticos significativos para ellos. Para esto, a los niños se les dará suficiente tiempo para resolver los problemas con sus estrategias individuales. Además, los niños deberán ser alentados a expresar sus ideas matemáticas de varias maneras a través de objetos concretos, dibujos, tablas, la escritura y el discurso y la interacción con otros niños (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 44).

La propuesta chilena, por su parte, plantea como acercamiento a la matemática actividades y juegos para que los niños interactúen con las nociones iniciales de los contenidos curriculares propuestos.

De las cuatro propuestas, el programa de México es el único que hace explícito en qué consiste organizar la enseñanza desde la resolución de problemas. Es posible que esta manera de concebir la enseñanza sea, de antemano, del conocimiento de los profesores ingleses y coreanos, por lo que quizá los diseñadores de los currículos no tuvieron necesidad de hacer mayores precisiones al respecto. También cabe la posibilidad de que esta información circule en otros documentos. Una de las características de los dos programas latinoamericanos es que incorporan información que los otros no ofrecen.

2.2.2. Eje 2. Contenido disciplinar: su organización y enseñanza

Propósitos y objetivos del currículo

En este apartado se presenta la información sobre los distintos rubros que componen el eje 2 de comparación, con respecto a las cuatro propuestas curriculares consideradas en el estudio. En la tabla 2.5 se muestran los propósitos u objetivos, de acuerdo con cada país, de las matemáticas en el currículo.

Tabla 2.5. Propósitos y objetivos del currículo

México	"(para que los alumnos) Usen el razonamiento matemático (...) y usen estrategias o procedimientos propios para resolverlos" (SEP, 2011i, p. 18).
Corea del Sur	En el área de <i>Investigación</i> , en la que se ubica el <i>Desarrollo de habilidades matemáticas básicas</i> se señala el objetivo: "Para desarrollar habilidades básicas para resolver problemas cotidianos de manera lógica y matemática (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 41)
Chile	"Se espera potenciar la capacidad de la niña y el niño para interpretar y explicarse la realidad estableciendo relaciones lógico-matemáticas y de causalidad; cuantificando y resolviendo diferentes problemas en que éstas se aplican" (Ministerio de Educación, 2008b, p. 127).
Inglaterra	Que los niños "desarrollen (...) su habilidad para razonar matemáticamente, (...)" (Department for Education, 2013, p. 103) Adquieran soltura en los fundamentos matemáticos. Razonen matemáticamente siguiendo una línea de investigación. Puedan resolver problemas aplicando las matemáticas a una variedad de problemas rutinarios y no rutinarios (Department for Education, 2013, p. 3)

Es importante señalar que el propósito de la enseñanza de las matemáticas en los cuatro países considerados se deslinda de la concepción de la enseñanza y el aprendizaje como adquisición de contenidos matemáticos *per se*, concepción que caracterizó a los programas del siglo pasado. Más aún, a excepción del programa inglés, el conocimiento matemático no se designa como "matemáticas", sino como Pensamiento matemático en México, Desarrollo de habilidades matemáticas básicas en Corea del Sur y Relaciones lógico matemáticas y cuantificación en Chile.

En todos los programas se pretende que, a través de los procesos de enseñanza, los niños adquieran conocimientos matemáticos, pero fundamentalmente que, usen el razonamiento matemático (México); desarrollen habilidades para solucionar problemas (Corea del Sur); establezcan relaciones lógico-matemáticas y de causalidad (Chile) y desarrollen su habilidad para razonar matemáticamente (Inglaterra).

El programa inglés ahonda más sobre esta aspiración común de los currículos pues desglosa qué significa que los alumnos desarrollen su habilidad para razonar matemáticamente, la importancia del uso del lenguaje matemático y, además, de manera sucinta, señala a través de qué prácticas de enseñanza puede lograrse:

- Adquieran soltura en los fundamentos matemáticos, incluido a través de la práctica frecuente y variada de problemas cada vez más complejos, para que los alumnos desarrollen un entendimiento conceptual y la habilidad de evocar y aplicar conocimientos rápidamente y con precisión.
- Razonen matemáticamente siguiendo una línea de investigación, conjeturando relaciones y generalizaciones, y desarrollando un argumento, justificación o prueba mediante el lenguaje matemático.
- Puedan resolver problemas aplicando las matemáticas a una variedad de problemas rutinarios y no rutinarios con una sofisticación creciente, incluido el desglose de problemas en una serie de pasos más sencillos y la perseverancia en la búsqueda de soluciones (Department for Education, 2013, p. 3).

En el currículo mexicano, si bien no se describe con tanto detalle a qué se refiere el desarrollo del pensamiento matemático, sí se describe con amplitud, incluso mayor a la del currículo del Inglaterra, cómo puede propiciarse dicho desarrollo:

El desarrollo de las capacidades de razonamiento en los alumnos de educación preescolar se propicia cuando realizan acciones que les permiten *comprender* un problema, *reflexionar* sobre lo que se busca, *estimar* posibles resultados, *buscar* distintas vías de solución, *comparar* resultados, *expresar ideas y explicaciones*, y *confrontarlas* con sus compañeros (SEP, 2011h, p. 56).

Tanto el programa de México como el de Inglaterra tiene como propósito, a largo plazo, que los jóvenes a su egreso de la educación básica adquieran conocimientos y desarrollen habilidades matemáticas que les permitan enfrentar diversas situaciones.

En el currículo mexicano se expresa de la siguiente manera:

- 3.1. Expresa curiosidad por las propiedades matemáticas de los seres vivos, así como de los entornos naturales y humanos en diversos contextos.
- 3.2. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como ser humano matemático; el deseo y la tendencia para comprender y usar la notación matemática, y desarrolla gusto e interés en entender y aplicar vocabularios y procedimientos matemáticos.
- 3.3. Aplica el razonamiento matemático para resolver problemas sociales y naturales, y acepta el principio de que los problemas particulares tienen soluciones alternativas.
- 3.4. Aplica el razonamiento matemático a su estilo de vida personal y a las decisiones de su vida, incluyendo las relacionadas con la salud.
- 3.5. Tiene una actitud favorable hacia la conservación del ambiente y su sustentabilidad, usando notaciones y métodos científicos y matemáticos.
- 3.6. Desarrolla hábitos de pensamiento racional y utiliza evidencias de naturaleza matemática.
- 3.7. Comparte e intercambia ideas sobre aplicaciones matemáticas teóricas y prácticas en el mundo (SEP, 2011h, pp. 33-34).

El currículo inglés plantea con más precisión las situaciones en las que el estudio de las matemáticas puede servir a los estudiantes como insumo para comprenderlas y resolverlas:

- Habilidad de pensamiento, resolver problemas, razonamiento deductivo. Capacidad financiera, habilidades empresariales, aplicación de las matemáticas en la ciencia, la tecnología, y en contextos económicos y de riesgo.
- Aplicación de las matemáticas en situaciones laborales y en problemas de la vida real (Department for Education, 1999, p. 9).

La diferencia está en que en el currículo mexicano para preescolar el discurso se expresa tal y como se ha citado, sin ninguna prevención a las educadoras sobre las expresiones específicas de dichos propósitos para los niños de 3 a 6 años, lo cual se presta a confusión. En cambio, en la propuesta inglesa el propósito señalado está en los planteamientos generales del currículo nacional de matemáticas (Department for Education, 1999, p. 9), en un documento diferente.

En relación con los propósitos de enseñar matemáticas, los cuatro programas se pronuncian de la misma manera, sin embargo, los programas de México e Inglaterra ofrecen mayor información sobre el significado de dichos propósitos.

Presentación del currículo

Enseguida se advierten las características de presentación del currículo que se consideran: sintético frente a exposición extensa, flexible frente a prescriptivo, estático frente a dinámico. En la tabla 2.6 se presenta la clasificación sobre este rubro.

Tabla 2.6. Características de presentación del currículo

México	Exposición extensa, flexible y dinámica
Corea del Sur	Exposición sintética, flexible y dinámica
Chile	Exposición extensa, flexible y dinámica
Inglaterra	Exposición sintética, flexible y dinámica

La presentación del currículo en los programas de México y Chile es extensa, mientras que la presentación de los de Corea del Sur e Inglaterra es sintética. Un indicador es el número de páginas que tiene cada uno de los programas: México (243), Chile (152), Corea del Sur (46) e Inglaterra (47, para las etapas 1 y 2, seis años de la escuela primaria).

Tanto la propuesta mexicana como la chilena incluyen información que posiblemente los otros programas ofrezcan en otros documentos, como la *Guía para la educadora* del programa de México, que ocupa casi 100 páginas; ésta incluye ejemplos de situaciones de aprendizaje, de los que también se ocupa la propuesta chilena.

Al margen de la extensión de los dos programas latinoamericanos, cabe señalar que el de México está más claramente organizado⁴ e incorpora conocimiento acerca de las tendencias actuales sobre enseñanza y aprendizaje infantil para niños de 3 hasta 6 años de edad.

El programa de Chile, en cambio, contiene demasiados componentes, con información que se recupera una y otra vez: ámbitos de experiencias para el aprendizaje; núcleos de aprendizaje; ejes de aprendizaje; aprendizajes esperados de las bases curriculares de la educación parvularia; logros de aprendizaje de los Mapas de Progreso; aprendizajes esperados para el primero y segundo nivel de transición; ejemplos de desempeño, y ejemplos de experiencias de aprendizaje. Además, en el programa se develan posturas metodológicas que dominaron las tendencias de las propuestas curriculares para preescolar en la década de los años ochenta.

Por su parte, las propuestas de Corea del Sur e Inglaterra son sintéticas, pero diferentes entre sí. El programa coreano se ocupa exclusivamente del jardín de niños, y la de los ingleses sólo plantea la propuesta curricular de la asignatura de Matemáticas para toda la escuela primaria. Ambos formatos, en atención a sus propios contenidos y destinatarios, se centran en la organización curricular con señalamientos concisos cuando éstos son necesarios.

Flexible frente a prescriptiva

Todos los programas, con sus propias particularidades, son flexibles. Depositán en los docentes la responsabilidad de organizar, planear y gestionar la enseñanza, con la prevención de cumplir con los contenidos temáticos estipulados en los programas, al finalizar el tramo escolar correspondiente: México, tercero de preescolar; Corea del Sur, NII del jardín de niños; Chile, segundo nivel de transición, e Inglaterra, etapa clave 1. Se pronuncian, asimismo, por la salvaguarda de los ritmos de aprendizaje de los alumnos.

El programa de México señala:

el programa tiene un carácter abierto, lo que significa que la educadora es responsable de establecer el orden en que se abordarán las competencias propuestas para este nivel educativo, y seleccionar o diseñar las situaciones didácticas que considere convenientes para promover las competencias y el logro de los aprendizajes esperados. Asimismo, tiene libertad para seleccionar los temas o problemas que interesen a los alumnos y propiciar su aprendizaje. De esta manera, serán relevantes en relación con las competencias a favorecer y pertinentes en los diversos contextos socioculturales y lingüísticos (SEP, 2011h, p. 8).

⁴ Esta consideración se hace sólo si se excluye la propuesta curricular de *estándares curriculares*, que es una desafortunada manera de mostrar la articulación entre los niveles de preescolar y primaria. Cabe señalar que, no obstante esto, si se atiende a la segunda propuesta curricular *desarrollo de competencias*, que también presenta el programa, se tiene que ésta, con la de la primaria, comparte el mismo enfoque metodológico para la enseñanza y el aprendizaje. Asimismo en general se preserva la continuidad de los contenidos, excepto el trabajo sobre espacio y las magnitudes de capacidad y peso que se inician en preescolar y no se continúan en primero de primaria.

El programa coreano manifiesta:

En las actividades educativas de Investigación, los maestros deberán guiar a los niños pequeños para participar activamente en el proceso de identificar y explorar problemas de manera autónoma, proveyéndolos de varios materiales realistas y experiencias naturales. Los niños pequeños deberán ser guiados para intentar varias tareas basadas en el conocimiento adquirido en sus vidas cotidianas y expandir significativamente sus habilidades científicas y matemáticas básicas a través de actividades que requieren hacer inferencias. Los resultados de la exploración y los pensamientos de los niños deberán ser expresados usando varios medios, como objetos concretos, dibujos, tablas, la escritura o el discurso, para poder compartirlos con otros (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 40).

El programa chileno destaca:

Los Programas Pedagógicos para los niveles de transición de la Educación Parvularia son un material de apoyo a la enseñanza que tiene como propósito facilitar y operacionalizar la implementación de las Bases Curriculares de la Educación Parvularia. Son un instrumento que busca orientar el trabajo pedagógico que realizan las educadoras y se caracteriza como un material flexible y adaptable a los diferentes contextos educativos (Ministerio de Educación, 2008b, p. 9).

Se consideran como oportunidades para que los niños y niñas puedan desarrollar en forma protagónica, activa y lúdica sus aprendizajes. Se caracterizan por ser ilustrativas, breves, generadoras y adaptables en diferentes contextos. Un gran porcentaje de ellas, han sido propuestas por educadoras de párvulos que se desempeñan en los niveles de transición (Ministerio de Educación, 2008b, p. 10).

El programa inglés enuncia:

La expectativa es que la mayoría de los alumnos avanzará a través de los programas de estudio más o menos al mismo ritmo. Sin embargo, la decisión sobre cuándo seguir adelante debe basarse siempre en la seguridad de que los alumnos entienden y en su disposición para continuar con la siguiente etapa. Los alumnos que capten rápidamente los conceptos deberán ser retados ofreciéndoles problemas ricos y sofisticados antes de exponerlos a nuevo contenido. Aquellos que no tienen suficiente soltura con el material inicial deberán consolidar su entendimiento, incluida la práctica adicional antes de seguir adelante (Department for Education, 2013a, p. 3).

Estática frente a dinámica

La presentación de todos los programas es dinámica. En los programas de México y Chile se promueve que, mediante el trabajo colaborativo entre los docentes conjuntamente con el director del plantel, la autoevaluación de la práctica docente y el impacto en el aprendizaje de los alumnos, la oferta curricular se complemente, enriquezca y adecúe con base en los saberes pedagógicos y didácticos y los propios contextos educativos.

El programa coreano, si bien se pronuncia como los de México y Chile adiciona que “las áreas de interés podrán ser reacomodadas de acuerdo con la estación del año, los temas, las ocasiones y las necesidades de los niños” (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 16). Además, señala una ruta jerárquica para promover cambios al programa, a través de la Oficina de Educación Metropolitana y Provincial (OEMP) y las oficinas locales de educación (OLE) de cada provincia.

[la OEMP] Deberá organizar y operar un comité que realice sondeos, haga investigación y consultas sobre la organización e implementación del currículo. Los comités deberán estar organizados por maestros, administradores educativos, expertos en el currículo, padres de familia, miembros de la comunidad local y personal de la industria (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 9).

[las OLE] deberán establecer un comité del currículo, compuesto por maestros, administradores educativos, expertos en el currículo y padres de familia. Este comité guiará y apoyará la organización y la implementación del currículo derivado de las características especiales de la comunidad local (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 11).

La presentación dinámica del Programa de Inglaterra permite que cada escuela diseñe su propio programa con base en el nacional, pero tiene la obligación de publicarlo en línea.

Los programas de estudio de matemáticas son establecidos año con año para las etapas clave 1 y 2. Sin embargo, a las escuelas sólo se les pide enseñar el programa relevante de estudio al final de la etapa clave. Por lo tanto, dentro de cada etapa clave las escuelas tienen la flexibilidad de introducir contenidos antes o después de lo que dispone el programa de estudio. Además, las escuelas pueden introducir contenidos de etapa clave en una etapa clave previa, si es apropiado. A todas las escuelas se les pide presentar su currículo escolar de matemáticas cada año y publicar esta información en línea (Department for Education, 2013, p. 4).

Otras características de la presentación del currículo

En la tabla 2.7 se presenta la información relativa a otros aspectos de la presentación del currículo considerados en el eje 2 de comparación, para las cuatro propuestas analizadas. Enseguida se hace un breve análisis comparativo de cada uno de estos aspectos en relación con las distintas propuestas.

Tabla 2.7. Otras características de la presentación del currículo

	Rango de edades	Duración del ciclo escolar	Transversalidad (conexión con otras asignaturas)	Metodología de enseñanza
México	3 - 6	200 días hábiles 40 semanas	Sí	Se explica la resolución de problemas como metodología de enseñanza (SEP, 2011h, pp. 51-54).
Corea del Sur	4 - 6	180 días hábiles 36 semanas	Sí	La enseñanza se organiza con base en las posibilidades cognitivas de los niños, que cada vez participen de manera más autónoma. Actividades dentro y fuera de la escuela en áreas de interés, realizando juegos y explorando el entorno inmediato. A través de experiencias lógicas y la resolución de problemas matemáticos (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 41).
Chile	3-6	200 días hábiles 40 semanas	No es claro	No se explicita, pero se infiere de los <i>ejemplos de experiencias de aprendizaje</i> que es a través de actividades lúdicas y juegos.
Inglaterra	5 - 7	No se cuenta con el dato	Sí	No se menciona ninguna metodología de enseñanza, solamente se puntualiza lo que debe propiciar.

Rango de edades

Los programas de México y Chile coinciden en el rango de edad (3-6); el mexicano se organiza en primero, segundo y tercero de preescolar, y el chileno define tres años en el segundo nivel de Transición.

El programa de Chile cuenta explícitamente con un antecedente curricular, el primer nivel de transición para niños desde los 40 días de nacidos hasta los 3 años de edad suponemos sin saber, que no es obligatorio, como tampoco lo es su equivalente en México, la educación inicial

Actualmente en México existe una intersección entre la educación inicial y preescolar; la primera termina a los 4 años de edad, mientras que preescolar inicia a los 3. Además, el programa que regula a los establecimientos que se hacen cargo de los niños menores de 4 años es independiente del de preescolar.

El programa coreano tiene como destinatarios niños en un rango de edad (4-6), y el señalamiento de los niveles I y II de la estructura curricular no se relaciona con la edad de los niños, más bien está en función de sus posibilidades cognitivas (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 12).

El programa de Inglaterra se organiza en cuatro etapas, la primera la cursan los niños en un rango de edad de 5 a 7 años, y es la que se toma como referencia para la comparación con el nivel de preescolar de la educación básica de México. En relación con las edades de los niños y su ubicación en la oferta educativa, se encuentra que el programa inglés se diferencia de los otros tres programas en que la edad de ingreso a la educación formal son los 5 años, y se deja a la decisión de los educadores a cargo de los niños menores a esa edad la definición de los propósitos, contenidos, recursos metodológicos, etcétera, para atenderlos.

El rango de edad de esta etapa clave 1 del programa del Inglaterra es particularmente interesante, porque, según las aportaciones de Piaget (1974), a los 7 años se concluye la primer infancia (2-7 años de edad), y esto marca un hito decisivo en el desarrollo mental de los niños, garantiza que al ingresar a la etapa clave 2 del programa los niños tengan un pensamiento operatorio, ya que el pensamiento preoperatorio característico de los niños de 3 a 6 años transita entre los 6 y los 7 años hacia el operatorio; consecuentemente esto marca una diferencia en las posibilidades de aprendizaje de los niños y sus explicaciones de la realidad.

En función de lo anterior, sería razonable considerar la posibilidad de que el nivel de preescolar de México abarcara el rango de edad de 4 a 7 años para resolver también el traslapamiento de este nivel con el último año de la educación inicial.

Duración del ciclo escolar

La duración del ciclo escolar coincide en las propuestas de México y Chile. Sin embargo, cabe señalar que en México esta duración es relativa, ya que se demanda a las educadoras la entrega adelantada, lo que ocasiona que las actividades de enseñanza decaigan considerablemente hacia el final del ciclo. Llama la atención que en la propuesta curricular de Corea del Sur el ciclo escolar pueda ser ajustado:

Sin embargo, el número anual de días de enseñanza (180) y las horas de enseñanza diarias (3 horas) para el jardín de niños podrá ser ajustado dependiendo de las circunstancias y de acuerdo con los lineamientos de las Oficinas de Educación Metropolitanas y Provinciales (OEMP) (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 7).

Asimismo, es el único programa que hace algún señalamiento a jornadas extendidas:

Para los programas de horario extendido hay sesiones vespertinas que se realizan con actividades lúdicas, de relajación, al aire libre basadas en las características individuales de cada niño. Se desaconseja la repetición de las actividades de las clases matutinas (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 16).

Transversalidad

Los programas de México, Corea del Sur e Inglaterra asumen la necesidad de conexión entre las diferentes áreas de conocimiento. Las declaraciones de intencionalidad —de la transversalidad— se expresan de diferentes maneras. Nuevamente, los programas de México e Inglaterra son los que se expresan de manera clara.

El programa de México hace explícita dicha conexión, a la vez que ofrece una justificación de la misma:

Los procesos de desarrollo y aprendizaje infantil tienen un carácter integral y dinámico basado en la interacción de factores internos (biológicos y psicológicos) y externos (sociales y culturales); sólo por razones de orden analítico o metodológico se distinguen campos del desarrollo, porque en la realidad éstos se influyen mutuamente

[...] Asimismo, al participar en experiencias educativas, las niñas y los niños ponen en práctica un conjunto de capacidades de distinto orden (afectivo y social, cognitivo y de lenguaje, físico y motriz) que se refuerzan entre sí. En general, y simultáneamente, los aprendizajes abarcan distintos campos del desarrollo humano; sin embargo, según el tipo de actividades en que participen, el aprendizaje puede concentrarse de manera particular en algún campo específico (SEP, 2011h, p. 39).

Sucede lo mismo con el programa inglés, como puede apreciarse en el siguiente párrafo:

Las matemáticas son una materia interconectada en la que los alumnos necesitan ser capaces de moverse con soltura entre representaciones de ideas matemáticas. Por necesidad, los programas de estudio están organizados en campos aparentemente distintos, pero los alumnos deberán hacer conexiones ricas entre ideas matemáticas para desarrollar agilidad, razonamiento matemático y la capacidad de resolver problemas cada vez más sofisticados. También aplicarán su conocimiento matemático a la ciencia y a otras materias (Department for Education, 2013, p. 3).

En el programa de Corea del Sur, el reconocimiento de la transversalidad se menciona someramente en el siguiente párrafo:

El currículo es operado integralmente con base en las vidas cotidianas de los niños pequeños y en actividades lúdicas.

Las actividades educativas dentro y fuera del salón de clase deberán ser organizadas e implementadas dentro de varias áreas de interés para los niños pequeños (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 12).

En cambio, en el programa de Chile la “transversalidad” se menciona únicamente en relación con el diseño del Programa:

los Programas están elaborados considerando la totalidad de los ámbitos formativos, propendiendo a la formación integral de niños y niñas (Ministerio de Educación, 2008b, p. 5).

Cabe mencionar que el programa de México en las *situaciones de aprendizaje* de la *Guía para Educadoras*, así como el programa de Chile en sus *ejemplos de experiencias de aprendizaje* ilustran cómo puede llevarse a cabo la transversalidad entre las diferentes áreas de conocimiento. La transversalidad no se aborda en los programas, en vista de que se considera que ésta queda a cargo de los maestros.

Metodología de enseñanza

Solamente los programas de México y Corea del Sur hacen una descripción de la metodología de enseñanza. La información que se ofrece es considerablemente más amplia en la propuesta mexicana que en la coreana.

Acerca de lo que se señala sobre la metodología en el programa de México, destaca lo siguiente:

Relación entre los conocimientos matemáticos informales de los niños y el desarrollo del pensamiento matemático:

La conexión entre las actividades matemáticas espontáneas e informales de las niñas y los niños, y su uso para propiciar el desarrollo del razonamiento matemático, es el punto de partida de la intervención educativa en este campo formativo (SEP, 2011h, p. 51).

El juego y la resolución de problemas como recursos para propiciar aprendizaje sobre los números:

Durante la educación preescolar, las actividades mediante el juego y la resolución de problemas contribuyen al uso de los principios del conteo (abstracción numérica) y de las técnicas para contar (inicio del razonamiento numérico), de modo que las niñas y los niños logren construir, de manera gradual, el concepto y el significado de número (SEP, 2011h, p. 52).

La manipulación y la comparación de diferentes materiales para la construcción de nociones de forma espacio y medida:

La construcción de nociones de forma, espacio y medida en la educación preescolar está íntimamente ligada a las experiencias que propicien la manipulación y comparación de materiales de diversos tipos, formas y dimensiones, la representación y reproducción de cuerpos, objetos y figuras, y el reconocimiento de sus propiedades (SEP, 2011h, p. 54).

La resolución de problemas para el programa mexicano no representa sólo una manera de acercar a los niños al conocimiento matemático, sino que se asume como una metodología de enseñanza para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático:

Un problema es una situación para la que el destinatario no tiene una solución construida de antemano. La resolución de problemas es una fuente de elaboración de conocimientos matemáticos y tiene sentido para las niñas y los niños cuando se trata de situaciones comprensibles para ellos, pero de las cuales en ese momento desconocen la solución; esto les impone un reto intelectual que moviliza sus capacidades de razonamiento y expresión. Cuando comprenden el problema se esfuerzan por resolverlo, y por sí mismos logran encontrar una o varias soluciones, se generan en ellos sentimientos de confianza y seguridad, porque se dan cuenta de sus capacidades para enfrentar y superar retos.

Los problemas que se utilizan en educación preescolar deben dar oportunidad a la manipulación de objetos como apoyo para el razonamiento; es decir, el material debe estar disponible, pero serán las niñas y los niños quienes decidan cómo van a usarlo para resolver los problemas; asimismo, éstos deben dar oportunidad a la aparición de distintas formas espontáneas y personales de representaciones y soluciones que muestren el razonamiento que elaboran. Ellos siempre estarán dispuestos a buscar y encontrar respuestas a preguntas del tipo: ¿cómo podemos saber?, ¿cómo hacemos para armar?, ¿cuántos hay en? etcétera.

Los datos numéricos de los problemas que se planteen en este nivel educativo deben referir a cantidades pequeñas (de preferencia menores a 10 y que impliquen resultados cercanos a 20) para que se pongan en práctica los principios de conteo y que esta estrategia (el conteo) tenga sentido y sea útil. Proponerles que resuelvan problemas con cantidades pequeñas los lleva a realizar diversas acciones (separarlas, unir las, agregar una a otra, compararlas, distribuirlas, igualarlas) y a utilizar los números con sentido; es decir, irán reconociendo para qué sirve contar y en qué tipo de problemas es conveniente hacerlo.

Frente al problema que se presentó antes: "tengo 5 canicas y me regalan 4 canicas, ¿cuántas tengo?", una manera de solucionarlo puede ser que las niñas y los niños cuenten una colección de 5 canicas y a ésta le agreguen 4, y luego cuenten desde el 1 la nueva colección para averiguar que son 9 canicas. Si el problema involucrara cantidades mayores ("tengo 30 canicas y me regalan 25 canicas, ¿cuántas tengo?"), la estrategia más funcional para solucionar el cálculo sería, por ejemplo, la suma, pero esta operación matemática no es objeto de estudio en la educación preescolar, ya que para comprender dicha operación se requiere del conocimiento del sistema de numeración decimal.

Para empezar a resolver problemas, las niñas y los niños necesitan una herramienta de solución; es decir, dominar el conteo de los primeros números; sin embargo, esto no significa que deba esperarse hasta que lo dominen para empezar el planteamiento de problemas. Es importante proponer situaciones en las que haya alternancia entre actividades de conteo y resolución de problemas con el fin de que descubran las distintas funciones, usos y significados de los números.

El trabajo con la resolución de problemas matemáticos exige una intervención educativa que considere los tiempos requeridos por los alumnos para reflexionar y decidir sus acciones, comentarlas y buscar estrategias propias de solución. Ello implica que la educadora tenga una actitud de apoyo, observe las actividades e intervenga cuando ellos lo requieran, pero el proceso se limita y pierde su riqueza como generador de experiencia y conocimiento si la maestra interviene diciendo cómo resolver el problema. Cuando los alumnos descubren que la estrategia utilizada y decidida por ellos para resolver un problema funcionó (les sirvió para resolver ese problema), la utilizarán en otras situaciones en las que ellos mismos identificarán su utilidad.

El desarrollo de las capacidades de razonamiento en los alumnos de educación preescolar se propicia cuando realizan acciones que les permiten comprender un problema, reflexionar sobre lo que se busca, estimar posibles resultados, buscar distintas vías de solución, comparar resultados, expresar ideas y explicaciones y confrontarlas con sus compañeros (SEP, 2011h, pp. 55-56).

En el programa de Corea del Sur, aun cuando declara que la resolución de problemas matemáticos es un recurso para la enseñanza, a diferencia de la propuesta mexicana, parece tener más primacía la realización de juegos, la exploración del entorno inmediato de los niños y la cultura local y nacional, que recurrentemente aparece en el discurso del programa. En este sentido se hace referencia a la resolución de problemas solamente en un párrafo:

El maestro debe guiar a los niños a través de preguntas con base en sus conocimientos y experiencias cotidianas en actividades que les permitan participar de manera autónoma identificando problemas a fin de que puedan ampliar significados y desarrollar habilidades matemáticas.

Las actividades deben propiciar que los niños hagan inferencias, que expresarán de diversas maneras, como: el dibujo, manipulando objetos concretos, con tablas, escribiendo o expresándose verbalmente (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 40).

En el programa inglés no hace mención de la metodología, pero se señala que debe favorecerse con la enseñanza, “el desarrollo del razonamiento matemático y confianza (dominio) de conceptos fundamentales para después acceder a conceptos más complejos” (Department for Education, 2013a, p. 103). Además, se le confiere importancia a la resolución de problemas como una manera eficaz de acercar a los alumnos al conocimiento matemático.

Las implicaciones de la manera de concebir la enseñanza de las matemáticas en el programa de México son coincidentes con los señalamientos que aparecen en el programa inglés, en cuanto a propiciar en la enseñanza la observación, la manipulación, la descripción, la explicación, la elaboración de conjeturas, la relación de conceptos, la selección y la elección de estrategias, entre otros insumos del razonamiento matemático.

El programa de Chile no especifica la metodología de enseñanza, pero puede inferirse de los *ejemplos de experiencias de aprendizaje* que ésta se basa en experiencias lúdicas y juegos. El programa hace ver que los ejemplos “se caracterizan por ser actividades ilustrativas, breves, generadoras y adaptables en diferentes contextos. Un gran porcentaje de ellas, han sido propuestas por educadoras de párvulos que se desempeñan en los niveles de transición” (Ministerio de Educación, 2008b, p. 12). En este programa se hacen explícitas concepciones de enseñanza desestimadas actualmente por la investigación en didáctica de las matemáticas desarrolladas desde una perspectiva socio constructivista del aprendizaje (misma que, con diferentes énfasis, subyace en las posturas metodológicas de los otros tres programas). Por lo anterior, la aspiración del programa chileno de que los niños establezcan relaciones lógico-matemáticas y de causalidad difícilmente puede lograrse con lo que se propone como acercamiento de los niños a los aspectos iniciales de las nociones sobre número, forma, espacio y medida, el cual se basa en actividades de comparación, seriación, ordenamiento e identificación, entre otras; actividades éstas que se derivan de las primeras interpretaciones que se hicieron a la teoría psicogenética de Piaget e influyeron en el diseño de los programas de preescolar de la década de los años ochenta.

Organización de contenidos

Otro de los aspectos considerados para el análisis comparativo es el de la organización de contenidos del currículo. A continuación se describe cómo se organizan y estructuran los contenidos de enseñanza en cada una de las propuestas analizadas.

México

El programa de preescolar se organiza en seis *campos formativos*, el de “pensamiento matemático” es uno de ellos. Es preciso volver a señalar que el programa muestra dos estructuras curriculares. Las tablas 2.8 y 2.9 presentan de manera global la organización de contenidos respecto a ambas propuestas.

Tabla 2.8. Organización de contenidos de acuerdo con la primera estructura curricular

Campos formativos (SEP, 2011h, p. 40)	Estándares curriculares (SEP, 2011h, pp. 30-34)	Aspectos (SEP, 2011h, pp. 30-34)	Rubros (SEP, 2011h, pp. 30-34)	Estándares curriculares por rubro (SEP, 2011h, pp. 30-34)
--	--	-------------------------------------	-----------------------------------	--

Tabla 2.9. Organización de contenidos de acuerdo con la segunda estructura curricular

Campos formativos (SEP, 2011h, p. 40)	Aspectos (SEP, 2011h, p. 40)	Competencias (SEP, 2011h, p. 57)	Aprendizajes esperados (SEP, 2011h, pp. 57-59)
--	---------------------------------	-------------------------------------	---

La primera estructura curricular permite mostrar la “articulación” con la primaria y la secundaria anunciada por la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB). Mientras que la segunda organización es una expresión más fundamentada y estructurada del Programa de Educación Preescolar 2004 (SEP, 2004), antecedente del programa que se analiza en este estudio.

A continuación se presenta el mapa de contenidos temáticos de la propuesta de México, respecto a la primera estructura curricular (véase tabla 2.10).

Tabla 2.10. Mapa de contenidos de acuerdo con la primera estructura curricular

México (preescolar) Contenidos temáticos Primera estructura curricular
<p>Aspecto 1: Número. Estándar curricular 1.1: Conteo y uso de números.</p> <ul style="list-style-type: none">1.1.1. Comprende relaciones de igualdad y desigualdad; esto es: más que, menos que, y la misma cantidad que.1.1.2. Comprende los principios del conteo.1.1.3. Observa que los números se utilizan para diversos propósitos.1.1.4. Reconoce los números que ve a su alrededor y forma numerales.1.1.5. Usa estrategias para contar; por ejemplo, organiza una fila de personas o añade objetos.
<p>Aspecto 1: Número. Estándar curricular 1.2: Solución de problemas numéricos.</p> <ul style="list-style-type: none">1.2.1. Forma conjuntos de objetos.1.2.2. Resuelve problemas numéricos elementales en situaciones cotidianas.1.2.3. Comprende problemas numéricos elementales y estima resultados.1.2.4. Explica su proceder para resolver un problema numérico.



Aspecto 1: Número.

Estándar curricular 1.3: Representación de información numérica.

- 1.3.1. Agrupa conjuntos de objetos de acuerdo con diferentes criterios y compara el tamaño de los conjuntos.
- 1.3.2. Reúne información de situaciones familiares y las representa por medio de objetos, dibujos, números o cuadros sencillos y tablas.
- 1.3.3. Agrupa objetos según sus atributos cualitativos y cuantitativos; por ejemplo, forma, color, textura, utilidad, cantidad y tamaño.
- 1.3.4. Recopila datos del ambiente y los expresa en una tabla de frecuencias.

Aspecto 1: Número.

Estándar curricular: 1.4 Patrones y relaciones numéricas.

- 1.4.1. Enuncia una serie elemental de números en orden ascendente y descendente.
- 1.4.2. Identifica el lugar que ocupa un objeto dentro de una serie ordenada (primero, tercero, etcétera).
- 1.4.3. Identifica algunos usos de los números en la vida cotidiana; por ejemplo, la identificación de casas, números telefónicos o las tallas de la ropa.
- 1.4.4. Identifica cómo se utilizan los números en una variedad de textos, como revistas, cuentos, recetas de cocina, publicidad y otros.
- 1.4.5. Anticipa lo que sigue en un patrón e identifica elementos faltantes.
- 1.4.6. Identifica patrones en una serie usando criterios de repetición e incremento.

Aspecto 2: Forma, espacio y medida.

Estándar curricular 2.1: Nombres y propiedades de las figuras.

- 2.1.1. Identifica los nombres y las propiedades de algunos objetos bidimensionales comunes; por ejemplo, un cuadrado.
- 2.1.2. Usa algunos términos elementales para describir y comparar características medibles de algunos objetos comunes; por ejemplo, grande, largo, pequeño, frío, caliente, alto, lleno y vacío.

Aspecto 2: Forma, espacio y medida.

Estándar curricular 2.2: Ubicación.

- 2.2.1. Identifica y usa expresiones elementales que denotan desplazamientos y posiciones.
- 2.2.2. Identifica algunas figuras comunes en el medio ambiente y describe sus propiedades. Identifica y utiliza expresiones elementales que se relacionan con propiedades de dos y tres dimensiones.
- 2.2.3. Reconoce y describe figuras geométricas elementales y cuerpos desde distintas perspectivas.

Aspecto 2: Forma, espacio y medida.

Estándar curricular 2.3: Comparación y unidades no convencionales.

- 2.3.1. Identifica y usa expresiones elementales para referirse a medidas.
- 2.3.2. Identifica y usa expresiones elementales para denotar comparación.
- 2.3.3. Identifica y usa expresiones elementales para indicar secuencia temporal.
- 2.3.4. Categoriza objetos según su tamaño, masa y capacidad.
- 2.3.5. Identifica y usa expresiones elementales para denotar objetos no convencionales y sus características.

Aspecto 2: Forma, espacio y medida.

Estándar curricular 2.4: Uso de instrumentos de medición.

- 2.4.1. Identifica los nombres y uso particular de algunos instrumentos de medición comunes.
- 2.4.2. Verifica sus estimaciones de longitud, capacidad y peso, mediante un intermediario.

Aspecto 3: Actitudes hacia el estudio de las matemáticas.

Estándares curriculares 3: (sin denominación).

- 3.1. Expresa curiosidad por las propiedades matemáticas de los seres vivos, así como de los entornos naturales y humanos en diversos contextos.
- 3.2. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como ser humano matemático; el deseo y la tendencia para comprender y usar la notación matemática, y desarrolla gusto e interés en entender y aplicar vocabularios y procedimientos matemáticos.
- 3.3. Aplica el razonamiento matemático para resolver problemas sociales y naturales, y acepta el principio de que los problemas particulares tienen soluciones alternativas.
- 3.4. Aplica el razonamiento matemático a su estilo de vida personal y a las decisiones de su vida, incluyendo las relacionadas con la salud.
- 3.5. Tiene una actitud favorable hacia la conservación del ambiente y su sustentabilidad, usando notaciones y métodos científicos y matemáticos.
- 3.6. Desarrolla hábitos de pensamiento racional y utiliza evidencias de naturaleza matemática.
- 3.7. Comparte e intercambia ideas sobre aplicaciones matemáticas teóricas y prácticas en el mundo.

Enseguida se presentan los contenidos temáticos en la segunda estructura curricular, los cuales aparecen con una redacción diferente a los que se señalan en la primera estructura (véase tabla 2.11).

Tabla 2.11. Mapa de contenidos de acuerdo con la segunda estructura curricular

México (preescolar) Contenidos temáticos Segunda estructura curricular
<p>Aspecto: Número. Competencia que se favorece: Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios del conteo.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica por percepción la cantidad de elementos en colecciones pequeñas y en colecciones mayores mediante el conteo. ▪ Compara colecciones, ya sea por correspondencia o por conteo, e identifica donde hay “más que”, “menos que”, “la misma cantidad que”. ▪ Utiliza estrategias de conteo, como la organización en fila, el señalamiento de cada elemento, desplazamiento de los ya contados, añadir objetos o repartir uno a uno los elementos por contar, y sobre conteo (a partir de un número dado en una colección, continúa contando: 4, 5, 6). ▪ Usa y nombra los números que sabe, en orden ascendente, empezando por el 1 y a partir de números diferentes al uno, ampliando el rango de conteo. ▪ Identifica el lugar que ocupa un objeto dentro de una serie ordenada. ▪ Usa y menciona los números en orden descendente, ampliando gradualmente el rango de conteo según sus posibilidades. ▪ Conoce algunos usos de los números en la vida cotidiana. ▪ Identifica los números en revistas, cuentos, recetas, anuncios publicitarios y entiende qué significan. ▪ Utiliza objetos, símbolos propios y números para representar cantidades, con distintos propósitos y en diversas situaciones. ▪ Ordena colecciones teniendo en cuenta su numerosidad: en orden ascendente o descendente. ▪ Identifica el orden de los números en forma escrita, en situaciones escolares y familiares.
<p>Aspecto: Número. Competencia que se favorece: Resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Usa procedimientos propios para resolver problemas. ▪ Comprende problemas numéricos que se le plantean, estima sus resultados y los representa usando dibujos, símbolos o números. ▪ Reconoce el valor real de las monedas; las utiliza en situaciones de juego. ▪ Identifica, entre distintas estrategias de solución, las que permiten encontrar el resultado a un problema. ▪ Explica qué hizo para resolver un problema y compara sus procedimientos o estrategias con los que usaron sus compañeros.
<p>Aspecto: Número. Competencia que se favorece: Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Agrupa objetos según sus atributos cualitativos y cuantitativos. ▪ Recopila datos e información cualitativa y cuantitativa por medio de la observación, la entrevista o la encuesta y la consulta de información. ▪ Propone códigos personales o convencionales para representar información o datos, y explica lo que significan. ▪ Organiza y registra información en cuadros y gráficas de barra usando material concreto o ilustraciones. ▪ Responde preguntas que impliquen comparar la frecuencia de los datos registrados. ▪ Interpreta la información registrada en cuadros y gráficas de barra. ▪ Compara diversas formas de presentar información, selecciona la que le parece más adecuada y explica por qué.



México (preescolar)
Contenidos temáticos
Segunda estructura curricular

Aspecto: Forma, espacio y medida.

Competencia que se favorece: Construye sistemas de referencia en relación con la ubicación espacial.

- Utiliza referencias personales para ubicar lugares.
- Establece relaciones de ubicación entre su cuerpo y los objetos, así como entre objetos, tomando en cuenta sus características de direccionalidad, orientación, proximidad e interioridad.
- Comunica posiciones y desplazamientos de objetos y personas utilizando términos como dentro, fuera, arriba, abajo, encima, cerca, lejos, adelante, etcétera.
- Explica cómo ve objetos y personas desde diversos puntos espaciales: arriba, abajo, lejos, cerca, de frente, de perfil.
- Ejecuta desplazamientos y trayectorias siguiendo instrucciones.
- Describe desplazamientos y trayectorias de objetos y personas, utilizando referencias propias.
- Diseña y representa, tanto de manera gráfica como concreta, recorridos, laberintos y trayectorias, utilizando diferentes tipos de líneas y códigos.
- Identifica la direccionalidad de un recorrido o trayectoria y establece puntos de referencia.
- Elabora croquis sencillos y los interpreta.

Aspecto: Forma, espacio y medida.

Competencia que se favorece: Identifica regularidades en una secuencia, a partir de criterios de repetición, crecimiento y ordenamiento.

- Distingue la regularidad en patrones.
- Anticipa lo que sigue en patrones e identifica elementos faltantes en ellos, ya sean de tipo cualitativo o cuantitativo.
- Distingue, reproduce y continúa patrones en forma concreta y gráfica.

Aspecto: Forma, espacio y medida.

- Competencia que se favorece:** Construye objetos y figuras geométricas tomando en cuenta sus características.
- Hace referencia a diversas formas que observa en su entorno y dice en qué otros objetos se ven esas mismas formas.
 - Observa, nombra, compara objetos y figuras geométricas; describe sus atributos con su propio lenguaje, y adopta paulatinamente un lenguaje convencional (caras planas y curvas, lados rectos y curvos, lados cortos y largos); nombra las figuras.
 - Describe semejanzas y diferencias que observa al comparar objetos de su entorno, así como figuras geométricas entre sí.
 - Reconoce, dibuja —con uso de retículas— y modela formas geométricas (planas y con volumen) en diversas posiciones.
 - Construye figuras geométricas doblando o cortando, uniendo y separando sus partes, juntando varias veces una misma figura.
 - Usa y combina formas geométricas para formar otras.
 - Crea figuras simétricas mediante doblado, recortado y uso de retículas.

Aspecto: Forma, espacio y medida.

Competencia que se favorece: Utiliza unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo, e identifica para qué sirven algunos instrumentos de medición.

- Ordena, de manera creciente y decreciente, objetos por tamaño, capacidad, peso.
- Realiza estimaciones y comparaciones perceptuales sobre las características medibles de sujetos, objetos y espacios.
- Utiliza los términos adecuados para describir y comparar características medibles de sujetos y objetos.
- Verifica sus estimaciones de longitud, capacidad y peso, por medio de un intermediario.
- Elige y argumenta qué conviene usar como instrumento para comparar magnitudes y saber cuál (objeto) mide o pesa más o menos, o a cuál le cabe más o menos.
- Establece relaciones temporales al explicar secuencias de actividades de su vida cotidiana y al reconstruir procesos en los que participó, y utiliza términos como: antes, después, al final, ayer, hoy, mañana.

Corea del Sur

El programa de jardín de niños tiene dos niveles y se organiza en cinco áreas; Desarrollo de habilidades matemáticas básicas es uno de los tres *contenidos* del área de *Investigación*. En la tabla 2.12 se muestra la estructura curricular de esta propuesta.

Tabla 2.12. Organización de contenidos en la estructura curricular

Área (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 18)	Contenidos (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 41)	Subcontenidos (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 41)	Nivel de los contenidos (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 42)
			I II

La tabla 2.13 presenta el mapa de contenidos temáticos que corresponden a la estructura curricular.

Tabla 2.13. Mapa de contenidos

Corea del Sur. Preescolar Contenidos temáticos	
Nivel I (Ministerio de Educación, 2008a, pp. 130, 138)	Nivel II (Ministerio de Educación, 2008b, pp. 130, 138)
Subcontenido: Desarrollo del sentido numérico	
Uso de los números en la vida diaria (diferentes significados)	Uso de los números en la vida diaria (diferentes significados)
Comparación de cantidades	Comparación de cantidades
Conteo de colecciones hasta el 10	Experiencias de conteo en la vida diaria (familiar)
	Experiencias de sumas y restas con material
Subcontenido: Descubrimiento del espacio y la forma	
Descripción de las posiciones de objetos en relación con su cuerpo (arriba, abajo, enfrente, atrás, al lado).	Descripción del lugar en que se encuentran objetos de su entorno y de diferentes caminos para llegar a un sitio
Identificación de figuras por su nombre, y distinguen la forma de figuras básicas (triángulos, cuadrados, círculos)	Descubrimiento de algunas características de la figuras básicas
	Descubrimiento del efecto de juntar y dividir figuras básicas para encontrar otras
	Hacen construcciones con base en una imagen o dibujan una construcción
Subcontenido: Medidas básicas	
Exploración de algunas magnitudes en objetos del entorno (longitud, capacidad, peso, volumen, tiempo)	Exploración de algunas magnitudes en objetos del entorno (longitud, capacidad, peso, volumen, tiempo)
Comparación de la longitud y la capacidad entre dos objetos	Comparación y secuenciación de varios objetos tomando en cuenta la longitud, el peso o la capacidad
Se interesan en el uso de unidades no convencionales para medir (uso de las manos, o bloques)	Medición con unidades no convencionales



Corea del Sur. Preescolar
Contenidos temáticos

Subcontenido: Comprensión de patrones

Búsqueda de regularidades simples en varios objetos y en patrones	Comprensión de la repetición de regularidades en el entorno inmediato para hacer predicciones
---	---

Subcontenido: Organización de materiales y reporte de resultados

Clasificación de objetos siguiendo un criterio acordado	Diferentes clasificaciones de objetos con criterios previamente usados
Reunión y comparación de diferentes tipos de materiales	Mostrar de diferentes maneras colecciones agrupadas

Chile

El programa de educación parvularia está formado por dos documentos (Ministerio de Educación, 2008a, 2008b); ambos tienen los mismos apartados y redacción que se diferencian solamente en las especificidades de cada nivel de transición; se organizan en tres ámbitos. Relaciones Lógico Matemáticas y Cuantificación es uno de los tres núcleos de aprendizaje del Ámbito *relación con el medio natural y cultural*. La tabla 2.14 muestra la estructura curricular de esta propuesta (Ministerio de Educación, 2008b, p. 12).

Tabla 2.14. Organización de contenidos en la estructura curricular

Ámbitos de experiencias para el aprendizaje	Núcleos de aprendizaje	Ejes de aprendizaje	Aprendizajes esperados Bases curriculares
---	------------------------	---------------------	---

El componente *Aprendizajes esperados. Bases curriculares* está integrado por tres apartados diferentes, que son:

- "Aprendizajes esperados 1º y 2º Niveles de transición"
- "Ejemplos de desempeño"
- "Ejemplos de experiencias de aprendizaje"

A continuación, la tabla 2.15 muestra el mapa de contenidos temáticos que corresponden a la estructura curricular.

Tabla 2.15. Mapa de contenidos

Chile. Preescolar Contenidos temáticos	
1^{er} nivel de transición (1^oNT) (Ministerio de Educación, 2008a, pp. 130, 138)	2^o nivel de transición (2^oNT) (Ministerio de Educación, 2008b, pp. 130, 138)
Eje de Aprendizaje: Razonamiento lógico-matemático	
Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (antes-después; día-noche; mañana-tarde-noche; hoy-mañana) y frecuencia (siempre-a veces-nunca).	Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas, mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (ayer-hoy-mañana; semana-mes-año; meses del año; estaciones del año), frecuencia (siempre-a veces-nunca), y duración (periodos largos o cortos).
Establecer algunas semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus atributos (forma, color, tamaño, longitud, uso).	Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus diferentes atributos (forma, color, tamaño, uso, longitud, grosor, peso, capacidad para contener).
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por dos atributos a la vez y la seriación de algunos objetos que varían en su longitud o tamaño.	Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por tres atributos a la vez y la seriación de diversos objetos que varían en su longitud, tamaño o capacidad.
Identificar la posición de objetos y personas, mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia.	Identificar la posición de objetos y personas mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia, y nociones de izquierda y derecha (en relación a sí mismo).
Reconocer el nombre y algún atributo de tres figuras geométricas bidimensionales y dos tridimensionales, asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.	Reconocer el nombre y algunos atributos de cuatro figuras geométricas bidimensionales y tres tridimensionales, asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.
Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de dos elementos diferentes y secuencias de un elemento que varía en una característica.	Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de tres elementos y secuencias de un elemento que varía en más de una característica.
Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del primer año del segundo nivel de transición).	Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del segundo año del segundo nivel de transición).
Eje de aprendizaje: Cuantificación	
Reconocer los números del 1 hasta al menos el 10 en situaciones cotidianas.	Reconocer los números del 1 hasta al menos el 20 en situaciones cotidianas.
Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 10.	Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 20.
Emplear los números hasta al menos el 10, para contar, cuantificar, ordenar y comparar cantidades.	Emplear los números para contar, cuantificar, ordenar, comparar cantidades hasta al menos el 20 e indicar orden o posición de algunos elementos.
Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 10, en distintas situaciones.	Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 20, en distintas situaciones.
Resolver problemas simples de adición en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta el 5.	Resolver problemas simples de adición y sustracción, en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta el 10.

Inglaterra

En Inglaterra los programas de estudios de las 12 asignaturas obligatorias para la educación nacional se presentan en documentos separados. El de matemáticas, que sirve de referente para esta investigación, se ocupa de las etapas 1 y 2, que cubren los seis años de la escuela primaria. Los niños inician su educación formal a los 5 años de edad al ingresar a la escuela primaria. Las escuelas que atienden niños menores a 5 años no están reguladas oficialmente. Con base en estas consideraciones, se analiza el año 1 de las etapas clave 1 y 2 del currículo nacional inglés. En la tabla 2.16 se presenta la estructura curricular, y en la tabla 2.17 el mapa de contenidos correspondiente a esta propuesta.

Tabla 2.16. Organización de contenidos en la estructura curricular

Tema (Department for Education, 2013a, pp. 6-10)	Aspecto	Año 1 Primera etapa	
		Contenidos	Notas y guías (no reglamentarias)

Tabla 2.17. Mapa de contenidos

Inglaterra. Preescolar Contenidos temáticos Año 1. Primera etapa
<p>Tema: Número. Aspecto: Número y valor posicional.</p> <ul style="list-style-type: none">• Contar hasta y abarcando el 100, hacia adelante y hacia atrás, comenzando con 0 o 1, o desde cualquier número dado.• Contar, leer y escribir números hasta el 100 en numerales; contar en múltiplos de 2, 5 y 10.• Si se les señala un número, identificar uno más y uno menos.• Identificar y representar números usando objetos y representaciones pictóricas, incluida la recta numérica y el uso del lenguaje de: igual a, más que, menos que, máximo, mínimo.• Leer y escribir números del 1 al 20 con numerales y con palabras. <p>Notas y guía (no reglamentarios)</p> <ul style="list-style-type: none">• Los alumnos practican contar (1, 2, 3...), ordenar (por ejemplo, primero, segundo, tercero...), e indicar cantidades (por ejemplo, 3 manzanas, 2 centímetros), incluida la resolución de problemas concretos simples hasta adquirir soltura.• Los alumnos comienzan a reconocer el valor posicional en números mayores a 20 leyendo, escribiendo, contando y comparando números hasta el 100, ayudados por objetos y representaciones pictóricas.• Los alumnos practican el conteo recitando los números y contando mientras enumeran objetos, y contando de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10 desde diferentes múltiplos, para desarrollar el reconocimiento de patrones en el sistema numérico (por ejemplo, números pares e impares), incluida la práctica frecuente y variada de preguntas cada vez más complejas.• Reconocen y crean patrones repetidos con objetos y figuras. <p>Tema: Número. Aspecto: Suma y resta.</p> <ul style="list-style-type: none">• Leer, escribir e interpretar expresiones matemáticas que involucren los símbolos de suma (+), resta (-) y el de igualdad (=).• Representación y uso de las relaciones aditivas y sus restas asociadas hasta 20.• Sumar y restar números con uno y dos dígitos hasta 20, incluyendo el cero.• Resolver problemas de un paso que involucren agregar y quitar; uso de objetos concretos, representaciones gráficas y problemas con números ausentes como $7 = \square - 9$.

Notas y guía (no reglamentarios).

- Los alumnos memorizan y razonan las relaciones numéricas hasta el 10 y el 20 de diversas maneras (por ejemplo, $9+7=16$; $16-7=9$; $7=16-9$). Deben darse cuenta del efecto de sumar o restar 0. Esto establece a la suma y la resta como operaciones relacionadas.
- Los alumnos combinan y aumentan números, contando hacia adelante y hacia atrás.
- Discuten y resuelven problemas en ejercicios familiares prácticos, incluido el uso de cantidades. Los problemas incluyen términos como: enumerar, sumar, en total, total, quitar, distancia entre, diferencia entre, más que y menos que, para que los alumnos desarrollen el concepto de la suma y la resta y puedan usar estas operaciones con flexibilidad.

Tema: Número.

Aspecto: Multiplicación y división.

- Resolver problemas de un paso que involucren la multiplicación y la división, por cálculo mental y usando objetos, representaciones gráficas y con el apoyo del profesor.

Notas y guía (no reglamentarios).

- A través de agrupar y dividir pequeñas cantidades, los alumnos comienzan a entender la multiplicación y la división; a duplicar números y cantidades, y a encontrar fracciones simples de objetos, números y cantidades.
- Hacen conexiones entre conjuntos, patrones numéricos y conteos de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10.

Tema: Número.

Aspecto: Fracciones.

- Reconocer, encontrar y nombrar la mitad como una de dos partes iguales de un objeto, forma o cantidad.
- Reconocer, encontrar y nombrar un cuarto como una de cuatro partes iguales de un objeto, forma o cantidad.

Notas y guía (no reglamentarios).

- A los alumnos se les enseñan las mitades y los cuartos como “fracciones de” cantidades discretas y continuas, resolviendo problemas mediante figuras, objetos y cantidades. Por ejemplo, podrán reconocer y encontrar la mitad de una longitud, cantidad, conjunto de objetos o de una figura.
- Los alumnos asocian las mitades y los cuartos con el reparto y el agrupamiento igualitarios de conjuntos de objetos y de medidas, así como reconocen y combinan mitades y cuartos como partes de un todo.

Tema: Medida.

Aspecto: (no se explicita).

Comparar, describir y resolver problemas prácticos para:

- Longitudes y altitudes (por ejemplo, largo/corto, más largo/más corto, alto/bajo, doble/mitad).
- Masa/peso (por ejemplo, pesado/ligero, más pesado que/más ligero que).
- Capacidad y volumen (por ejemplo, lleno/vacío, más que/menos que, la mitad, medio lleno, un cuarto).
- Tiempo (por ejemplo, más rápido/más lento, más temprano/más tarde).

Medir y comenzar a registrar lo siguiente:

- Longitudes y altitudes.
- Masa/peso.
- Capacidad y volumen.
- Tiempo (horas, minutos, segundos).
- Reconocer y saber el valor de diferentes denominaciones de billetes y monedas.
- Ordenar sucesos cronológicamente usando el lenguaje (por ejemplo, primero y después, siguiente, primero, hoy, ayer, mañana; mañana, tarde, noche).
- Reconocer y usar lenguaje relacionado con fechas, incluyendo días de la semana, semanas, meses y años.
- Señalar la hora exacta, la hora y media, y dibujar las manecillas del reloj para mostrar estas horas.



Notas y guía (no reglamentarios).

- Los términos pares: masa y peso, volumen y capacidad, son usados de modo intercambiable en esta etapa.
- Los alumnos progresan de usar y comparar diferentes tipos de cantidades y medidas mediante unidades no estándar, incluidas las mediciones discretas (por ejemplo, contar) y continuas (por ejemplo, líquidos), a usar unidades estándar comunes y manejables.
- Para familiarizarse con las medidas estándar, los alumnos comienzan a usar herramientas de medición como una regla, básculas y contenedores.
- Los alumnos emplean el lenguaje del tiempo, incluido decir la hora durante el día, primero usando “la hora en punto” y luego “la hora y media”.

Tema: Geometría.

Aspecto: Propiedades de las formas.

Reconocer y nombrar figuras comunes de dos y tres dimensiones, incluidas:

- Figuras 2D (por ejemplo, rectángulos—incluidos cuadrados—, círculos y triángulos).
- Figuras 3D (por ejemplo, prismas—incluidos cubos—, pirámides y esferas).

Notas y guía (no reglamentarios).

- Los alumnos manejan figuras comunes 2D y 3D, nombrándolas con soltura, así como objetos cotidianos relacionados con ellas. Reconocen estas figuras en diferentes posiciones y tamaños, y saben que los rectángulos, los triángulos, los prismas y las pirámides no siempre se parecen entre sí.

Tema: Geometría.

Aspecto: Posición y dirección.

- Describir la posición, la dirección y el movimiento, incluidos giros completos, medios, de uno y tres cuartos.

Notas y guía (no reglamentarios).

- Los alumnos usan el lenguaje de posición, dirección y movimiento, incluidos: derecha e izquierda, arriba, en medio y abajo, arriba de, enfrente de, por encima, por en medio, alrededor de, cerca, lejos, sobre, debajo, hacia adelante, hacia atrás, dentro, fuera.
- Los alumnos hacen giros completos de un cuarto y tres cuartos en ambas direcciones, y asocian el movimiento en sentido de las manecillas del reloj con el movimiento en la carátula de un reloj.

Evaluación en el currículo

La tabla 2.18 muestra el tipo de evaluación, así como la presencia y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en las propuestas analizadas. Enseguida se analiza el rubro de la evaluación en el currículo mexicano de este nivel escolar, y se hace referencia, de manera breve, a este rubro en las otras tres propuestas.

Tabla 2.18. Características de la evaluación educativa y uso de las TIC

	Evaluación Tipo de evaluación (sumativa, formativa ...)	Uso de TIC Obligatorio/Opcional Modo de uso
México	Formativa, sumativa, e incorpora pruebas estandarizadas nacionales e internacionales	Hay una amplia referencia al uso de TIC y su obligatoriedad, en términos de intenciones, sin hacer referencia a herramientas ni usos específicos
Corea del Sur	Formativa	No hay ninguna referencia al uso de TIC
Chile	Formativa	No hay ninguna referencia al uso de TIC
Inglaterra	No hay mención explícita al tipo de evaluación	Tanto en la escuela primaria como en la secundaria los maestros deberán usar su criterio sobre si las tecnologías de la información y la comunicación deberán utilizarse (Department for Education, 2013a, p. 2)

Evaluación

Las propuestas curriculares de México y Corea del Sur son, de las cuatro que se analizan en este estudio, las únicas que se ocupan de dar señalamientos sobre evaluación.

La propuesta mexicana ofrece una explicación amplia y exhaustiva sobre la evaluación (¿qué se evalúa?, ¿cómo?, ¿para qué?, ¿a quién?, ¿en qué momento?); la coreana, por su parte, la expresa en un par de párrafos. Otra diferencia entre ambas es que el programa de Corea del Sur sólo sugiere la evaluación formativa, en tanto que el de México adiciona la evaluación sumativa e incorpora también pruebas estandarizadas nacionales e internacionales.

La evaluación en el Programa de México

Formativa: “el docente es el encargado de la evaluación de los aprendizajes de los alumnos de Educación Básica y por tanto, es quien realiza el seguimiento, crea oportunidades de aprendizaje y hace las modificaciones necesarias en su práctica de enseñanza para que los estudiantes logren los aprendizajes establecidos en el Plan y los programas de estudio 2011. Por tanto, es el responsable de llevar a la práctica el enfoque formativo e inclusivo de la evaluación de los aprendizajes” (SEP, 2011h, p. 108).

Sumativa: el seguimiento al aprendizaje de los estudiantes se lleva a cabo mediante la obtención y la interpretación de evidencias. Algunos de los instrumentos que pueden utilizarse para la obtención de evidencias son:

- Rúbrica o matriz de verificación.
- Listas de cotejo o control.
- Registro anecdótico o anecdotario.
- Observación directa.
- Producciones escritas y gráficas.
- Proyectos colectivos de búsqueda de información, identificación de problemas y formulación de alternativas de solución.

- Esquemas y mapas conceptuales.
- Registros y cuadros de actitudes de los estudiantes observados en actividades colectivas.
- Portafolios y carpetas de los trabajos.
- Pruebas escritas u orales.

El docente también debe promover la autoevaluación y la coevaluación entre sus estudiantes; en ambos casos es necesario brindar a los estudiantes los criterios de evaluación que deben aplicar durante el proceso con el fin de que se conviertan en experiencias formativas y no únicamente en la emisión de juicios sin fundamento (SEP, 2011h, pp. 105-106).

Incorporación de pruebas estandarizadas nacionales e internacionales, momentos en que se realizan y su finalidad como un ejercicio reflexivo:

En el contexto de la Articulación de la Educación Básica 2011, los referentes para la evaluación los constituyen los aprendizajes esperados [...] los estándares de cada uno de los cuatro periodos establecidos: tercero de preescolar, tercero y sexto de primaria y tercero de secundaria (SEP, 2011h, p. 107).

Los resultados de las evaluaciones de sus alumnos pueden ser enriquecidos con la información de las pruebas estandarizadas de carácter nacional o internacional, como parte de un ejercicio reflexivo para evaluar el grado de dominio en diversas competencias, que sea un referente más que permita describir la situación real y reorientar el trabajo de los docentes hacia los estándares educativos contenidos en el programa (SEP, 2011h, p. 181).

En el programa de Corea del Sur, la función de la evaluación y cómo realizarla se expresan en el siguiente párrafo:

La evaluación de las características y cambios de los niños deberán estar basadas en los objetivos y contenido del currículo nacional.

La evaluación deberá incluir una valoración exhaustiva de las actitudes, conocimientos y habilidades de los niños pequeños.

La evaluación deberá ser conducida exhaustivamente dentro de las actividades diarias del jardín de niños.

Varios métodos de evaluación como la observación, el análisis, el resultado en las actividades, las entrevistas, etcétera, deberán ser usados y registrados de manera exhaustiva.

Los resultados de la evaluación deberán ser utilizados como base para el entendimiento de los niños, tomar decisiones para apoyar al niño, mejorar los métodos de enseñanza y aprendizaje, organizar e implementar el currículo, llevar a cabo reuniones con padres de familia y para escribir los registros escolares (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, pp. 16-17).

Los programas de Chile e Inglaterra, como ya se mencionó, no incorporan la evaluación como componente de la propuesta. Sin embargo, en el caso de Chile puede inferirse que las educadoras de párvulos hacen una evaluación de carácter formativo con el procedimiento que ellas elijan, ya que se les requiere conocer los avances y logros de los niños, tanto en el transcurso del ciclo escolar como al término de éste, y de manera preponderante, al finalizar la educación parvularia. Con base en las observaciones realizadas, los *ejemplos de desempeño* y los Mapas de Progreso hacen un reporte para informar sobre el desempeño de cada niño al docente que tomará al grupo en el ciclo escolar siguiente (Ministerio de Educación, 2008b).

Uso de TIC: Obligatorio/Opcional

Sólo en el programa de México de este nivel escolar hay un amplio discurso, en la *Guía para la Educadora*, sobre el uso de TIC. En dicho discurso se revelan la aspiración y buenos deseos, ya que no se señala nada específico acerca de este tema, ni aún en el documento *Ejemplos de situaciones de aprendizaje*.

En la *Guía para la Educadora* hay diversos apartados que hacen referencia al uso de las TIC, incluida su obligatoriedad; de hecho se anuncia como uno de los "temas más innovadores" del programa del 2011 aunado a la afirmación de que habrá "orientaciones pedagógicas y didácticas y vinculación con los aprendizajes esperados", sin dejar de señalar "su importancia para la evaluación, en los cuatro periodos [...] tercero de preescolar" (SEP, 2011h, p. 92).

La información sobre las TIC proviene de los programas de estudio de primaria y secundaria, que para efectos de la articulación de la educación básica se incorporó al programa de estudios de preescolar.

En el apartado "Campos de formación para la Educación Básica y sus finalidades", queda claro que la incorporación de las TIC es una aspiración, pues ahí se señala "que se irá consolidando en los próximos años"; más aún, también se anuncia "el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) para el desarrollo de portales educativos y la generación de procesos de alta especialización docente [...]" (SEP, 2011h, pp. 93-94).

A fin de mostrar la profusión de la información sobre las TIC que aparece en el programa, se destacan los siguientes párrafos:

En el apartado "Ambientes de aprendizaje":

Un ambiente de aprendizaje debe tomar en cuenta que las tecnologías de la información y la comunicación están cambiando radicalmente el entorno en el que los alumnos aprendían. En consecuencia, si antes podía usarse un espacio de la escuela, la comunidad y el aula como entorno de aprendizaje, ahora espacios distantes pueden ser empleados como parte del contexto de enseñanza.

Para aprovechar este nuevo potencial una de las iniciativas que corren en paralelo con la Reforma Integral de la Educación Básica, es la integración de aulas telemáticas, que son espacios escolares donde se emplean tecnologías de la información y la comunicación como mediadoras en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Los materiales educativos, impresos, audiovisuales y digitales son recursos que al complementarse con las posibilidades que los espacios ofrecen propician la diversificación de los entornos de aprendizaje.

Así mismo, el hogar ofrece a los alumnos y a las familias un amplio margen de acción a través de la organización del tiempo y del espacio para apoyar las actividades formativas de los alumnos con o sin el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (SEP, 2011h, pp. 98-100).

En el apartado "Uso de materiales y recursos educativo":

Los materiales audiovisuales multimedia e Internet articulan de manera sincronizada códigos visuales, verbales y sonoros, que generan un entorno variado y rico de experiencias, a partir del cual los alumnos crean su propio aprendizaje [...] Los materiales y recursos educativos informáticos cumplen funciones y propósitos diversos; pueden utilizarse dentro y fuera del aula a través de los portales educativos (SEP, 2011h, pp. 101-102).

En el apartado "La tecnología como recurso de aprendizaje":

En la última década las Tecnologías de la Información y la Comunicación han tenido impacto importante en distintos ámbitos de la vida económica, social y cultural de las naciones y, en conjunto, han delineado la idea de una Sociedad de la Información. El enfoque eminentemente tecnológico centra su atención en el manejo, procesamiento y la posibilidad de compartir información. Sin embargo, los organismos internacionales como la CEPAL y la UNESCO, han puesto el énfasis en los últimos cinco años en la responsabilidad que tienen los estados nacionales en propiciar la transformación de la sociedad de la información hacia una sociedad del conocimiento [...] La sociedad del conocimiento pone énfasis en la diversidad cultural y lingüística; en las diferentes formas de conocimiento y cultura que intervienen en la construcción de las sociedades, la cual se ve influida, por supuesto, por el progreso científico y técnico moderno (SEP, 2011h, p. 102).

Sobre la obligatoriedad de la TIC, también en la *Guía para la educadora* aparecen algunas declaraciones:

Bajo este paradigma, el sistema educativo debe considerar el desarrollo de habilidades digitales, tanto en alumnos como en docentes, que son susceptibles de adquirirse durante su formación académica. En la Educación Básica el esfuerzo se orienta a propiciar el desarrollo de habilidades digitales en los alumnos, sin importar su edad, situación social y geográfica, la oportunidad de acceder, a través de dispositivos tecnológicos de vanguardia, de nuevos tipos de materiales educativos, nuevas formas y espacios para la comunicación, creación y colaboración, que propician las herramientas de lo que se denomina la Web 2.0.

De esta manera, las TIC apoyarán al profesor en el desarrollo de nuevas prácticas de enseñanza y la creación de ambientes de aprendizajes dinámicos y conectados, que permiten a estudiantes y maestros:

- Manifestar sus ideas y conceptos; discutirlos y enriquecerlos a través de las redes sociales;
- Acceder a programas que simulen fenómenos, permiten la modificación de variables y el establecimiento de relaciones entre ellas;
- Registrar y manejar grandes cantidades de datos;
- Diversificar las fuentes de información;
- Crear sus propios contenidos digitales utilizando múltiples formatos (texto, audio y video);
- Atender la diversidad de ritmos y estilos de aprendizaje de los alumnos.

Sobre la *Progresión de conocimientos*

La organización vertical en periodos escolares indica la progresión de los estándares curriculares de Español, Matemáticas, Ciencias, Segunda Lengua (Inglés) y Habilidades Digitales.

La ubicación de los campos formativos de preescolar y las asignaturas de primaria y secundaria alineados con los campos de formación de la Educación Básica, destacan la importancia que revisten como antecedentes o subsecuentes de la disciplina.

Los campos formativos de preescolar no se corresponden de manera exclusiva con una o algunas asignaturas de la educación primaria o secundaria, los tres niveles de la educación básica se vinculan entre sí a través de la relación que establecen los campos y las asignaturas por los enfoques, propósitos y contenidos que se promuevan a lo largo de la educación básica (SEP, 2011h, p. 113).

Se hace referencia al uso de herramientas, *software* y material interactivo específicos:

Para acercar estas posibilidades a las escuelas de educación básica, se creó la estrategia Habilidades Digitales para Todos (HDT), que tiene su origen en el Programa Sectorial de Educación 2007-2012 (PROSEDU), el cual establece como uno de sus objetivos estratégicos “impulsar el desarrollo y la utilización de tecnologías de la información y la comunicación en el sistema educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, ampliar sus competencias para la vida y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento”. Los recursos educativos que se están generando desde este programa son los siguientes:

Portal de aula Explora

Es la plataforma tecnológica que utilizan alumnos y maestros en el aula. Ofrece herramientas que permiten generar contenidos digitales; interactuar con los materiales educativos digitales (Objetos de Aprendizaje [ODA], Planes de clase y Reactivos); y realizar trabajo colaborativo a través de redes sociales como blogs, wikis, foros y la herramienta de proyecto de aprendizaje colaborativo; mientras que a los docentes, da la posibilidades de innovar su práctica educativa e interactuar y compartir con sus alumnos, dentro y fuera del aula.

Objetos de aprendizaje (ODA)

Son materiales digitales concebidos para que los alumnos y maestros se acerquen a los contenidos de los programas de estudio de Educación Básica, para promover la interacción y el desarrollo de las habilidades digitales, el aprendizaje continuo y logre autonomía como estudiante. Existe un banco de objetos de aprendizaje al que puede accederse a través del portal federal de HDT (<http://www.hdt.gob.mx>), o bien, en el portal de aula Explora. Los recursos multimedia incluyen: videos, diagramas de flujo, mapas conceptuales, interactivos y audios que resultan atractivos para los alumnos.

Aula telemática

Es el lugar donde se instala el equipamiento base de HDT, el *hardware*, el *software* y la conectividad del programa. Como concepto educativo, el Aula telemática es el espacio escolar donde se emplean las TIC como mediadoras en los procesos de aprendizaje y enseñanza.

Es en este espacio, concebido como un ambiente de aprendizaje donde se encuentran docentes y alumnos con las tecnologías y donde comienzan a darse las interacciones entre docentes y alumnos, con el equipamiento y los materiales educativos digitales. No obstante, gracias a las posibilidades que ofrece la conectividad, estas interacciones se potencializan al rebasar los límites de la escuela y la comunidad; las redes sociales, utilizadas como un medio para el aprendizaje hacen posibles nuevas formas de trabajo colaborativo.

El aula telemática se instala utilizando los modelos tecnológicos 1 a 30 en primaria y 1 a 1 en secundaria. [En preescolar no aplica.]

Plan de Clase de HDT

Los Planes de Clase sugieren a las docentes estrategias didácticas que incorporan los ODA, los libros de texto y otros recursos existentes dentro y fuera del aula. Son propuestas que promueven el logro de los aprendizajes esperados y que pueden ser modificadas para adaptarlas a las características de los alumnos, a las condiciones tecnológicas del aula y al contexto de la escuela (SEP, 2011h, pp. 102-105).

En síntesis, en el programa para preescolar no hay una propuesta concreta para el uso de las TIC, pero sí un discurso muy amplio. Preescolar, oficialmente, está excluido del *aula telemática*, pero no de todos los demás programas. Por otro lado, según el mapa curricular de la educación básica 2011, las habilidades digitales son un componente transversal, y por tanto deberían atenderse desde el nivel preescolar.

2.2.3 Eje 3. Tendencias internacionales e investigación en educación matemática

Ubicación respecto a distintas posiciones que involucran tendencias internacionales en cuanto a la enseñanza de las matemáticas

Se presenta en forma de tabla la ubicación de cada una de las propuestas curriculares en relación con posiciones y tendencias internacionales dominantes en el campo de la educación matemática. Enseguida se expone la justificación de dicha ubicación (véase la tabla 2.19).

Tabla 2.19. Ubicación respecto a las diferentes tendencias y características de las propuestas

	Contenidos tradicionales frente a Conceptos y resolución de problemas	Acercamiento simbólico y abstracto frente a Matemáticas en contexto.	Acercamiento global (tipo PISA o TIMS) frente a Consideración del contexto local
México	Conceptos y resolución de problemas. La corriente se infiere de la metodología de enseñanza asumida en la propuesta curricular.	Matemáticas en contexto.	Intermedio pero claramente diferenciado. Acercamiento global: primera propuesta curricular adicionada a la propuesta de evaluación. Contexto local: segunda propuesta curricular .
Corea del Sur	Intermedio entre Contenidos tradicionales y Conceptos y resolución de problemas. El currículo se ubica más hacia Conceptos y resolución de problemas.	No se puede determinar. No es un acercamiento <i>simbólico abstracto</i> , pero lo único que “tiene” de la corriente <i>matemática en contexto</i> es el planteamiento de problemas del entorno de los niños y el carácter interactivo de los procesos de enseñanza.	Considera contexto local.
Chile	Intermedio entre Contenidos tradicionales y Conceptos y resolución de problemas. Se acerca más al manejo de Contenidos tradicionales en preescolar.	No se puede determinar. No es un acercamiento <i>simbólico abstracto</i> , pero lo único que “tiene” de la corriente <i>matemática en contexto</i> es el planteamiento de problemas del entorno de los niños.	Considera contexto local desactualizado de resultados de investigación.
Inglaterra	Conceptos y resolución de problemas. La ubicación del currículo se expresa desde los propósitos del programa.	Matemáticas en contexto.	Intermedia. En las aspiraciones del programa subyacen indicadores que se consideran en las pruebas internacionales como PISA, mientras se considera el contexto local

Contenidos tradicionales frente a Conceptos y resolución de problemas

De las cuatro propuestas, los currículos de México e Inglaterra se ubican claramente en la corriente de conceptos y resolución de problemas discutida por Van de Walle (2007), pero en función de diferentes razones.

En el programa mexicano, la corriente se infiere de la metodología de enseñanza asumida en la propuesta curricular. Ésta se deriva de resultados de investigación en didáctica de la matemática, desarrollada desde una perspectiva socioconstructivista del aprendizaje. Entre otras cosas se señala, por ejemplo:

El desarrollo de las capacidades de razonamiento en los alumnos de educación preescolar se propicia cuando realizan acciones que les permiten comprender un problema, reflexionar sobre lo que se busca, estimar posibles resultados, buscar distintas vías de solución, comparar resultados, expresar ideas y explicaciones y confrontarlas con sus compañeros (SEP, 2013h, p. 56).

El currículo inglés, por su parte, se sitúa también en la *corriente de conceptos y resolución de problemas*, pero esto se manifiesta en los propósitos del programa. A diferencia del currículo de México, no se expresa ninguna metodología para la consecución de dichos propósitos. Así, se señala:

Adquieran soltura en los fundamentos matemáticos, incluido a través de la práctica frecuente y variada de problemas cada vez más complejos, para que los alumnos desarrollen un entendimiento conceptual y la habilidad de evocar y aplicar conocimientos rápidamente y con precisión.

Razonen matemáticamente siguiendo una línea de investigación, conjeturando relaciones y generalizaciones, y desarrollando un argumento, justificación o prueba mediante lenguaje matemático.

Puedan resolver problemas aplicando las matemáticas a una variedad de problemas rutinarios y no rutinarios con una sofisticación creciente, incluido el desglose de problemas en una serie de pasos más sencillos y la perseverancia en la búsqueda de soluciones (Department for Education, 2013a, p. 3).

En cambio, las propuestas curriculares de Corea del Sur y Chile se ubican en un punto intermedio, entre la corriente de Contenidos tradicionales y la postura de Conceptos y resolución de problemas, señaladas por Van de Walle (2007).

Sin embargo, el programa coreano se ubica más hacia la corriente de Conceptos y resolución de problemas que a la de Contenidos tradicionales, y con el currículo chileno sucede a la inversa.

Los problemas en la propuesta de Corea del Sur significan “hacer varias preguntas de acuerdo con las características de las actividades educativas con el objetivo de promover el pensamiento creativo” y “promover el uso activo de varios recursos y objetos naturales que rodean al niño para promover que tengan experiencias realistas y concretas” (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 16). A esto se agrega que los contenidos temáticos que se proponen deben ser adquiridos por los niños “a través de la experiencia de la resolución de problemas lógicos y matemáticos por medio del juego y la exploración del medio que los rodea” (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 40), pero “los maestros deberán guiar a los niños pequeños para participar activamente en el proceso de identificar y explorar problemas de manera autónoma” (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 40).

En cambio, el currículo chileno, como se mencionó, se acerca más al manejo tradicional de contenidos en preescolar, porque la enseñanza se promueve a través de juegos, ilustraciones, manualidades, etcétera. Ciertamente, se menciona en los planteamientos generales la importancia de la resolución de problemas, pero esto no se manifiesta en las situaciones de enseñanza que se ejemplifican, aun cuando en éstas se llegue a cuestionar a los niños con una o dos preguntas.

Acercamiento simbólico y abstracto frente a Matemáticas en contexto

Ninguna de las propuestas curriculares que se analizan en este estudio se ubica en el acercamiento *simbólico y abstracto* para la enseñanza.

Ahora bien, con base en la caracterización que hace Treffers (1987) de las Matemáticas en contexto: el uso de contextos; el uso de modelos; el uso de las producciones y construcciones de los propios estudiantes; el carácter interactivo de los procesos de enseñanza, y el entretrejo de varios hilos del aprendizaje, las propuestas curriculares de México y Inglaterra son las que se pueden ubicar en esta corriente. Nuevamente, la de México, por la expresión de la metodología de enseñanza, y la inglesa, por el enunciado de sus propósitos.

De la caracterización de Treffers sobre las Matemáticas en contexto, la propuesta coreana sólo toma en cuenta dos de los componentes, a saber, el uso de contextos y el carácter interactivo de los procesos de enseñanza, en la medida en que se ocupa “de problemas lógicos y matemáticos” mediante la exploración del medio familiar (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 3) y de que los niños sean apremiados por su maestro “para experimentar varios tipos de interacciones entre niños pequeños de edades similares, maestros y el ambiente que los rodea” (Ministry of Education, Science and Technology, 2007b, p. 3). La propuesta chilena solamente incorpora el uso de contextos. Ambas adolecen de componentes esenciales, como: el uso de modelos; el uso de las producciones y construcciones de los propios estudiantes, y el entretrejo de varios hilos del aprendizaje.

Acercamiento global (tipo PISA o TIMSS) frente a Considera contexto local

Una vez más, las dos propuestas curriculares que contiene el programa de México llevan a una valoración diferente en función de la propuesta que se considere.

La primera propuesta curricular diseñada de los *estándares curriculares* ubica al programa en la corriente de globalización signada por los exámenes internacionales; al respecto se tiene el párrafo siguiente:

Los estándares curriculares son equiparables con estándares internacionales y, en conjunto con los aprendizajes esperados, constituyen referentes para evaluaciones nacionales e internacionales que sirven para conocer el avance de los estudiantes durante su tránsito por la Educación Básica, asumiendo la complejidad y gradualidad de los aprendizajes (SEP, 2011h, p. 110).

En cambio, la segunda propuesta curricular —*desarrollo de competencias*— del Programa de México se acerca a la corriente de Internacionalización, porque toma en cuenta la influencia del medio en el que tiene lugar el aprendizaje.

Inclusión explícita o implícita de elementos de la investigación en educación matemática

En la tabla 2.20 se señala si se abordan o consideran (o no) dificultades en el aprendizaje de diferentes conceptos o temas matemáticos en cada una de las propuestas curriculares.

Tabla 2.20. Elementos de la investigación en educación matemática en las propuestas curriculares

	México	Corea del Sur	Chile	Inglaterra
Distintos dominios numéricos: naturales, negativos, enteros, fracciones, decimales, racionales, trascendentes, reales.	En la segunda propuesta curricular del programa se usan resultados de investigación (rango numérico). No es así en la primera propuesta curricular.	Hay elementos para inferir el uso de resultados de investigación.	Hay elementos para inferir que no se usan resultados de investigación.	Hay elementos para inferir el uso de resultados de investigación.
Pensamiento geométrico.	En la segunda propuesta curricular del programa se usan resultados de investigación para delimitar el trabajo al desarrollo de la habilidad de percepción geométrica.	Hay elementos en el discurso para inferir el uso de resultados de investigación.	No hay elementos para inferir el uso de resultados de investigación en educación matemática. Pero sí los hay para decir que no los utilizaron.	Hay elementos en el discurso para inferir el uso de resultados de investigación.

La segunda propuesta curricular de México —*desarrollo de competencias*— toma en cuenta, entre otros insumos, los resultados de la investigación educativa ésta se manifiesta, para ofrecer información sobre procesos de desarrollo y aprendizaje infantil y explicar el enfoque de trabajo en los campos formativos:

Información básica sobre características generales de los procesos de desarrollo y aprendizaje que experimentan niñas y niños en relación con cada campo, así como los logros que, en términos generales, han alcanzado al ingresar a la educación preescolar. En función de estos rasgos se explica el enfoque para el trabajo docente con cada campo formativo, destacando criterios didácticos a considerar, según el caso (SEP, 2011h, p. 40).

En las propuestas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra no hay pronunciamientos respecto a que hayan considerado los resultados de la investigación en educación matemática en sus ofertas curriculares. Tampoco abordan o consideran dificultades en el aprendizaje de los números, pensamiento geométrico o resolución de problemas. No obstante, en el discurso de la propuesta de Corea del Sur (específicamente en las recomendaciones generales para la enseñanza) y en el de la propuesta inglesa se pueden reconocer planteamientos actuales de la investigación educativa, pero no así en la propuesta chilena, que incluso señala que: “Un gran porcentaje (de los ejemplos de experiencias de aprendizaje) han sido propuestas por educadoras de párvulos que se desempeñan en los niveles de transición” (Ministerio de Educación, 2008b, p. 10).

Dominio numérico

En la segunda propuesta curricular del programa de México, los resultados de la investigación se reflejan particularmente en el énfasis sobre el rango numérico que se propone para el trabajo en preescolar (conteo hasta el 20, representación simbólica convencional hasta el 10) y de qué manera debe hacerse. Además, con base en las posibilidades cognitivas de los niños, se advierte sobre qué son capaces de razonar y cómo lo hacen, cuando trabajan con los primeros números, sus relaciones y la resolución de problemas.

La diversidad de situaciones que se proponga a los alumnos en la escuela propiciará que sean cada vez más capaces, por ejemplo, de contar los elementos en un arreglo o colección, y representar de alguna manera que tienen cinco objetos (abstracción numérica) [...] Así, la habilidad de abstracción les ayuda a establecer valores y el razonamiento numérico les permite hacer inferencias acerca de los valores numéricos establecidos y a operar con ellos.

En una situación problemática como “tengo 5 canicas y me regalan 4 canicas, ¿cuántas tengo?”, el razonamiento numérico se hace en función de agregar a las 5 canicas las 4 que me regalan o, dicho de otro modo, de agregar las 4 que me regalan a las 5 canicas que tenía (SEP, 2011h, p. 52).

Problemas y rango numérico:

La resolución de problemas es una fuente de elaboración de conocimientos matemáticos y tiene sentido para las niñas y los niños cuando se trata de situaciones comprensibles para ellos, pero de las cuales en ese momento desconocen la solución; esto les impone un reto intelectual que moviliza sus capacidades de razonamiento y expresión [...] Los datos numéricos de los problemas que se planteen en este nivel educativo deben referir a cantidades pequeñas (de preferencia menores a 10 y que impliquen resultados cercanos a 20) para que se pongan en práctica los principios de conteo y que esta estrategia (el conteo) tenga sentido y sea útil. Proponerles que resuelvan problemas con cantidades pequeñas los lleva a realizar diversas acciones (separarlas, unir las, agregar una a otra, compararlas, distribuir las, igualar las) y a utilizar los números con sentido; es decir, irán reconociendo para qué sirve contar y en qué tipo de problemas es conveniente hacerlo (SEP, 2011h, p. 55).

También puede rastrearse el uso de los resultados de la investigación en educación matemática en los alcances y límites de las competencias sobre número y su uso, que los niños deben manifestar al término de preescolar:

Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios del conteo.

Resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.

Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta (SEP, 2011h, p. 57).

Mientras que en la primera propuesta curricular de México —*estándares curriculares*— no se advierte un reconocimiento de los resultados de investigación en educación matemática. Esto se evidencia al proponer que los niños de 6 años utilicen los primeros 100 números y resuelvan con ellos problemas aditivos simples mediante el cálculo mental. En la bibliografía especializada se ha reportado ampliamente ya que la mayoría de los niños pequeños son capaces de resolver problemas con cantidades no mayores a 10 (en algunos casos hasta el 15), porque apoyan su razonamiento actuando sobre colecciones (véase, por ejemplo, Fuenlabrada, 2009).

En relación con los conocimientos y las habilidades matemáticas, al término de este periodo (tercero de preescolar), los estudiantes saben utilizar números naturales hasta de dos cifras para interpretar o comunicar cantidades; resuelven problemas aditivos simples, mediante representaciones gráficas o el cálculo mental (SEP, 2011h, p. 31).

El trabajo sobre el rango numérico (1-100) también aparece en el programa inglés; incluso, la propuesta para el año 1 de la etapa clave 1 a la que ingresan niños de cinco años de edad avanza más (conteos diversos, suma, resta y números fraccionarios, entre otros), como puede apreciarse en la tabla 2.17. Sin embargo, es necesario aclarar que para los ingleses se trata de un trabajo inicial que debe consolidarse al término del año 2 de la etapa clave 1, es decir, cuando los niños tienen 7 años de edad, que coincide con la edad de los niños mexicanos cuando concluyen el primero de primaria. A este respecto, cabe señalar que trabajar con cierta soltura los primeros 100 números, sus relaciones y la resolución de problemas aditivos está fuera del alcance de los niños que terminan la educación preescolar, como lo plantea la primera propuesta curricular del programa de México.

Pensamiento geométrico

Para trabajar sobre el pensamiento geométrico, la segunda propuesta curricular del programa de México utiliza resultados de la investigación (Fuenlabrada, 2005) al distinguir como propósito desarrollar la habilidad de percepción geométrica a través del trabajo con rompecabezas, la construcción, la reproducción o el armado de objetos, como antecedente importante del razonamiento geométrico, del que, con mejores recursos cognitivos, podrán ocuparse en la escuela primaria.

[...] la habilidad de ver un objeto como un compuesto de partes o piezas individuales. Las actividades como armar y desarmar rompecabezas u objetos siguiendo instrucciones de un folleto, reproducir un modelo que alguien elaboró, construir con bloques (poner llantas, volante y otras piezas a un carrito, construir objetos diversos con piezas) y formar figuras con el tangram, contribuyen a que las niñas y los niños desarrollen la percepción geométrica e identifiquen la relación entre las partes y el objeto (SEP, 2011h, pp. 53-54).

Por su parte, la primera propuesta curricular del programa de México y las de Corea del Sur, Chile e Inglaterra solamente proponen para el trabajo geométrico (forma) la identificación de figuras o cuerpos geométricos por su nombre y el reconocimiento de algunos atributos geométricos, como puede constatarse en las tablas 2.10, 2.11, 2.13, 2.15 y 2.17.

Desarrollo de habilidades de generalización y argumentación matemática

A continuación se presentan algunos puntos sobre el desarrollo de habilidades de generalización y argumentación presentes en las propuestas de cada país (véase tabla 2.21).

Tabla 2.21. Consideración sobre el desarrollo de habilidades de generalización y argumentación matemática

Se considera:	México	Corea del Sur	Chile	Inglaterra
Desarrollo de habilidades de generalización	Sí	No	No	Sí
Desarrollo de la argumentación matemática	Sí	No	No	Sí

Las propuestas de México e Inglaterra son las únicas que se ocupan de iniciar en los niños pequeños el desarrollo de las habilidades de generalización y argumentación matemática. Esto se propone en la resolución de problema; desde luego, se trata de una expresión inicial de estas habilidades por tratarse de niños muy pequeños.

En la propuesta de México se da cuenta de esto en los siguientes párrafos:

El desarrollo de las capacidades de razonamiento en los alumnos de educación preescolar se propicia cuando realizan acciones que les permiten *comprender* un problema, *reflexionar* sobre lo que se busca, *estimar* posibles resultados, *buscar* distintas vías de solución, *comparar* resultados, *expresar ideas* y *explicaciones* y *confrontarlas* con sus compañeros. Ello no significa apresurar el aprendizaje formal de las matemáticas, sino potenciar las formas de pensamiento matemático que los pequeños poseen hacia el logro de las competencias que son fundamento de conocimientos más avanzados, y que irán construyendo a lo largo de su escolaridad (SEP, 2011h, p. 56).

La propuesta de Inglaterra lo expresa de la siguiente manera:

[que los niños] Razonen matemáticamente siguiendo una línea de investigación, conjeturando relaciones y generalizaciones, y desarrollando un argumento, justificación o prueba mediante el lenguaje matemático (Department for Education, 2013a, p. 3).

2.3. Análisis comparativo del currículo de matemáticas: nivel primaria

2.3.1 Eje 1. El sentido de las matemáticas en el currículo

En las tablas 2.22, 2.23 y 2.24 se resume la información respecto al propósito, el contenido y el acercamiento de la enseñanza de las matemáticas de la educación primaria en cada una de las propuestas curriculares consideradas en el estudio. Inmediatamente después, se presenta una valoración del currículo de México en relación con el Eje 1 de comparación.

Propósito de enseñar Matemáticas

Tabla 2.22. Propósito de enseñar matemáticas (descripción general)

México	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas matemáticos y de la vida cotidiana, del desarrollo de competencias para la vida y el desarrollo del razonamiento matemático. En particular se señala que: además de adquirir conocimientos y habilidades matemáticas, desarrollen actitudes y valores que son esenciales en la construcción de la competencia matemática (SEP, 2011f, p. 64)
Corea del Sur	<ul style="list-style-type: none"> Las matemáticas constituyen una disciplina que trata con conceptos matemáticos, principios y normas, que ayudan a desarrollar el pensamiento lógico, cultivan la capacidad de observar e interpretar distintos fenómenos, y promueven la comprensión de varios métodos para resolver problemas. La comprensión y la aplicación de los conceptos matemáticos, incluyendo la capacidad de resolución de problemas prácticos, son esenciales en el aprendizaje exitoso de diversos temas y también son necesarias para aumentar la capacidad profesional y la capacidad para resolver problemas como un ciudadano democrático. Por otra parte, el conocimiento matemático y los métodos de pensamiento actúan como motor intelectual en el desarrollo de la civilización humana, y son necesarios para el futuro de la sociedad (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, p.5).
Chile	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas matemáticos, cotidianos y sociales (del país). En particular se señala: <ul style="list-style-type: none"> Aprender matemática ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas necesarias para desenvolverse en la vida cotidiana. Entre éstas se encuentran la selección de estrategias para resolver problemas, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones y de evaluar la validez de resultados, y el cálculo. Todo esto contribuye al desarrollo de un pensamiento lógico, ordenado, crítico y autónomo y de actitudes como la precisión, la rigurosidad, la perseverancia y la confianza en sí mismo, las cuales se valoran no sólo en la matemática, sino también en todos los aspectos de la vida [...] El proceso de aprender matemática, por lo tanto, interviene en la capacidad de la persona para sentirse un ser autónomo y valioso en la sociedad. En consecuencia, la calidad, la pertinencia y la amplitud de ese conocimiento afecta las posibilidades y la calidad de vida de las personas y, a nivel social, afecta el potencial de desarrollo del país (Ministerio de Educación, 2013a, p. 30).
Inglaterra	<ul style="list-style-type: none"> Las matemáticas son una disciplina creativa y altamente interconectada que se ha desarrollado durante siglos, proporcionando la solución a algunos de los problemas más intrigantes de la historia. Es esencial para la vida cotidiana, crítica para la ciencia, la tecnología y la ingeniería, y necesaria para la educación financiera y la mayoría de las formas de empleo. Por lo tanto, una educación matemática de alta calidad proporciona una base para la comprensión del mundo, la capacidad de razonar matemáticamente y la apreciación de la belleza y la potencia de las matemáticas, así como una sensación de placer y curiosidad por el tema (Department for Education, 2013, p. 3).

Contenido de la enseñanza

En este apartado se muestra la manera en que se presenta, de manera general, el contenido matemático en las propuestas de los cuatro países.

Tabla 2.23. Contenido de enseñanza (descripción general)

México	<ul style="list-style-type: none">• Se estructura en términos de estándares, competencias y contenidos temáticos. Los temas están organizados por aprendizajes esperados, ejes y contenidos específicos. Los ejes son tres: Sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida, y manejo de la información. Son ocho los temas que se abordan en la educación primaria (Números y sistemas de numeración, Problemas aditivos, Problemas multiplicativos, Figuras y cuerpos, Ubicación espacial, Medida, Proporcionalidad y funciones, y Análisis y representación de datos).• Las competencias matemáticas son: resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, y manejar técnicas eficientemente).
Corea del Sur	<ul style="list-style-type: none">• Se basa en contenidos temáticos pertenecientes a: números y operaciones, figuras, medida, probabilidad y estadística, patrones y resolución de problemas.• Se busca desarrollar habilidades de pensamiento y comunicación matemáticas para poder investigar diversos fenómenos y problemas, y así darles soluciones prácticas, generando una actitud positiva hacia las matemáticas.
Chile	<ul style="list-style-type: none">• Contenidos organizados en cinco ejes temáticos: números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, y datos y probabilidades. También hay cuatro habilidades matemáticas (resolver problemas, modelar, representar, y argumentar y comunicar) y seis actitudes (manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas; abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas; demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia; manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico; manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades; expresar y escuchar ideas de forma respetuosa) (Ministerio de Educación, 2013a, p. 31-35).
Inglaterra	<ul style="list-style-type: none">• Los alumnos deben aprender a aplicar la aritmética con fluidez a los problemas, comprender y utilizar medidas, hacer estimaciones y comprobar su trabajo. Los alumnos deben aplicar su comprensión geométrica y algebraica, y relacionar su comprensión de la probabilidad a las nociones de riesgo e incertidumbre. También deben entender el ciclo de recolección, presentación y análisis de datos. Se les debe enseñar a aplicar sus matemáticas a los problemas tanto rutinarios como no rutinarios, incluyendo el fragmentar los problemas más complejos en una serie de pasos más sencillos (Department for Education, 2013a, p. 10).• En particular, el programa de matemáticas de Inglaterra se basa en contenidos temáticos pertenecientes a: número, medida, geometría, estadística, razones y proporciones y álgebra. Los contenidos están orientados hacia el desarrollo de habilidades matemáticas (adquirir fluidez en los fundamentos matemáticos, razonamiento matemático, resolución de problemas).

Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas

Tabla 2.24. Acercamiento a la enseñanza de las matemáticas (descripción general)

México	<ul style="list-style-type: none"> • El acercamiento es a través de resolución de problemas (secuencias de situaciones problemáticas), como se explicita en el siguiente párrafo. • El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las matemáticas consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar (SEP, 2011b, p. 75). • La situación o situaciones problemáticas son consideradas como medio para usar las herramientas matemáticas a estudiar. Se señala la importancia de los conocimientos previos como el primer recurso que el estudiante pone en juego al iniciar el proceso de resolución de la situación propuesta.
Corea del Sur	<ul style="list-style-type: none"> • Se deben utilizar diversos métodos de enseñanza, como el aprendizaje por descubrimiento, el exploratorio, el cooperativo, el individual, por explicaciones, etcétera. • Además, para que los alumnos puedan generar preguntas significativas en la clase de matemáticas, se debe considerar que las preguntas tienen que ser seleccionadas con base en el nivel intelectual y la experiencia de los estudiantes, y de ser posible, plantear preguntas que alienten los procesos creativos de respuesta por parte de los estudiantes. • También se recomienda utilizar diversos caminos para la enseñanza, como: el planteamiento de situaciones contextuales que involucren fenómenos sociales y naturales, y después introducir los conceptos, principios y reglas que son relevantes a dichas situaciones. • Se promueve el uso de distintas representaciones y expresiones, con el fin de aumentar la capacidad de comunicación matemática. Y con el fin de mejorar el pensamiento matemático y la capacidad de inferencia, se debe permitir a los estudiantes inferir, justificar y demostrar hechos matemáticos por sí mismos, fomentando la reflexión sobre sus propios procesos de pensamiento y promoviendo los procesos creativos de resolución. • Para lograr aumentar la capacidad de resolución de problemas, ésta debe reflejarse en todas las áreas del plan de estudios. Los estudiantes deben investigar situaciones relacionadas con problemas tanto matemáticos como no matemáticos, y utilizar con los conocimientos adquiridos y métodos, para resolver las situaciones planteadas. • Con el fin de potenciar una actitud positiva hacia las matemáticas, se debe reconocer el valor y la necesidad de las matemáticas al tratar con diversos fenómenos y resolver problemas que ocurren en la vida diaria y que son relevantes al contexto natural y social de los estudiantes (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, pp. 62-64).
Chile	<ul style="list-style-type: none"> • En el apartado de "orientaciones didácticas" (Ministerio de Educación, 2013b, p. 36) se plantea, aunque no de manera explícita, que el acercamiento de enseñanza es a partir de la resolución de problemas: se espera que el profesor desarrolle un modelo pedagógico que favorezca la comprensión de conceptos matemáticos y no la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas. Para esto, debe establecer conexiones entre los conceptos y las habilidades matemáticas, debe planificar cuidadosamente situaciones de aprendizaje donde los alumnos puedan demostrar su comprensión por sobre la mecanización, usando una variedad de materiales, luego con imágenes y representaciones "pictóricas" para así avanzar, progresivamente, hacia un pensamiento simbólico que requiere de un mayor nivel de abstracción. • Es muy importante desarrollar la capacidad de hacer matemática, promoviendo múltiples estrategias o maneras para resolver problemas. • En el documento se señala el modelo COPISI, "concreto, pictórico, simbólico", como una manera de lograr aprendizajes significativos.

Inglaterra	<ul style="list-style-type: none"> • El programa de estudio de matemáticas se detalla año tras año para las etapas clave 1 y 2, sin embargo, el único requerimiento con el que cuentan las escuelas para la enseñanza es el haber cumplido con el programa nacional al final de cada etapa clave, es decir, haber cubierto todos los contenidos marcados como obligatorios. • Dentro de cada etapa clave, por lo tanto, las escuelas tienen la flexibilidad para introducir el contenido antes o después de lo que se establece en el programa de estudio. Además, las escuelas pueden enseñar contenidos durante una etapa clave anterior de la que les corresponde en el programa, si se considera apropiado. • También se requiere que todas las escuelas expongan su plan de estudios para matemáticas sobre una base anual y hacer disponible esta información en línea (Department for Education, 2013a, p. 4). • Al enlistar los contenidos para cada eje (número, medida, etcétera) dentro de cada etapa clave, también se presentan notas de cómo aprenden los alumnos algunos contenidos y guías para la enseñanza de algunas ideas. Estas notas no son obligatorias, pero pueden servir como referencia para la organización de los planes de cada escuela.
------------	--

Valoración del currículo mexicano a partir de la comparación con las propuestas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra, respecto al eje 1

En ninguno de los programas de Inglaterra y Corea del Sur se especifica o justifica a qué se refieren con eje temático, como en el caso de México. También se identifican más ejes que en el caso de México. Al desglosar los contenidos, éstos no se separan en bloques o unidades, y en general no se distingue entre aprendizajes esperados, competencias, contenidos y habilidades. Sí se especifica que se deben desarrollar ciertas habilidades como propósitos generales, pero éstas quedan implícitas en los contenidos.

Por otra parte, México y Chile coinciden en proponer una organización más compleja de los contenidos que la de las propuestas de Corea del Sur e Inglaterra. La más compleja es la de México. La más detallada es la de Chile.

Todas las propuestas consideran competencias o habilidades matemáticas y el desarrollo de una actitud positiva hacia su aprendizaje.

2.3.2 Eje 2. Contenido disciplinar: su organización y enseñanza

Propósitos y objetivos del currículo

En esta sección se expone la información acerca de los distintos rubros que componen el eje 2 de comparación, con respecto a las cuatro propuestas curriculares consideradas en el estudio. Al final, se hace una valoración del currículo mexicano en términos de la comparación realizada conforme a este eje.

En la tabla 2.25 se muestran los propósitos (para el caso de México) y objetivos en los otros tres países de las matemáticas en el currículo. Cabe señalar que sólo en las propuestas de México y Corea del Sur se encontró explícitamente el propósito de enseñar matemáticas en el nivel de la educación primaria.

Tabla 2.25. Propósitos y objetivos del currículo

México	<p>En esta fase de su educación primaria, como resultado del estudio de las Matemáticas se espera que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conozcan y usen las propiedades del sistema decimal de numeración para interpretar o comunicar cantidades en distintas formas. Expliquen las similitudes y diferencias entre las propiedades del sistema decimal de numeración y las de otros sistemas, tanto posicionales como no posicionales. • Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y la resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos. • Conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos de rectas, así como del círculo, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera al realizar algunas construcciones y calcular medidas. • Usen e interpreten diversos códigos para orientarse en el espacio y ubicar objetos o lugares. • Expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad, para calcular perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares e irregulares. • Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en imágenes, textos, tablas, gráficas de barras y otros portadores para comunicar información o para responder preguntas planteadas por sí mismos o por otros. Representen información mediante tablas y gráficas de barras. • Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, calculen valores faltantes y porcentajes, y apliquen el factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos (SEP, 2011b, p. 70).
Corea del Sur	<ul style="list-style-type: none"> • Obtener el conocimiento matemático básico y la comprensión de las habilidades matemáticas, cultivar la capacidad de pensamiento y comunicación matemática, desarrollar la capacidad para idear soluciones prácticas a los fenómenos y problemas que se plantean en la vida cotidiana, además de cultivar una actitud positiva hacia las matemáticas. • Cultivar la habilidad para comprender los conceptos, principios y reglas matemáticas básicas, mediante la observación matemática y la manipulación de los fenómenos de la vida cotidiana. • Cultivar la capacidad de razonamiento y comunicación matemática para la resolución de problemas de la vida real de una manera práctica. • Desarrollar interés por las matemáticas y comprender su valor para construir una actitud positiva hacia ella (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, p. 8).
Chile	<ul style="list-style-type: none"> • Educación básica • Implica también, de manera prioritaria, que usen el lenguaje de las matemáticas, sus conceptos, sus procedimientos y su razonamiento, como herramientas para entender el mundo y para actuar frente a problemas cotidianos. El logro de otros aprendizajes, relativos al mundo de lo natural, lo social y lo tecnológico, depende fuertemente de las dos áreas anteriores [se refiere a la lengua hablada y escrita] (Ministerio de Educación, 2011b, p. 10).
Inglaterra	<p>El objetivo del currículo nacional de matemáticas es asegurarse de que los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Adquieran fluidez en los fundamentos de las matemáticas, a partir de la práctica variada y frecuente con problemas cada vez más complejos, para que los alumnos desarrollen una comprensión conceptual y la capacidad para recordar y aplicar el conocimiento rápidamente y con precisión. • Razonen matemáticamente, siguiendo una línea de investigación, conjeturando relaciones y generalizaciones, y el desarrollo de un argumento, la justificación o prueba mediante el lenguaje matemático. • Resuelvan problemas mediante la aplicación de las matemáticas a una variedad de problemas rutinarios y no rutinarios aumentando el nivel de sofisticación, incluyendo el segmentar los problemas en una serie de pasos más simples y perseverando en la búsqueda de soluciones. (Department for Education, 2013, p. 3).

Presentación del currículo

Para la revisión de este rubro, se definen las características de presentación del currículo de la siguiente manera:

Sintético frente a exposición extensa: se refiere a la extensión del documento, esto es, si se dan detalles de cómo abordar contenidos, y si se desagregan o no los contenidos minuciosamente.

Flexible frente a prescriptivo: la flexibilidad está vinculada con la planeación docente, el tratamiento de los contenidos en el aula y su adaptación para diversos contextos (escuelas multigrado, diferentes niveles de aprendizaje).

Estático frente a dinámico: si los contenidos pueden ser abordados cuando el profesor lo considere adecuado. Es decir, se tiene la libertad (dinámico) de organizarlos y agruparlos a lo largo del ciclo escolar.

La tabla 2.26 indica las características de presentación del currículo para cada una de las propuestas analizadas. Enseguida se incluyen notas que justifican esta clasificación para algunas de las propuestas.

Tabla 2.26. Características de presentación del currículo

País	Características de presentación del currículo		
México	Exposición extensa	Prescriptivo	Estático
Corea del Sur	Sintético	Parcialmente flexible/ Prescriptivo	Dinámico
Chile	Exposición extensa	Flexible	Estático
Inglaterra	Sintético	Flexible	Dinámico

Corea del Sur

Presentación sintética. Los contenidos correspondientes a cada tema se describen de manera precisa y se especifican los términos y símbolos que se utilizan, así como algunos aspectos a los que se les debe prestar atención en la enseñanza.

Parcialmente flexible. Se señala que, después de instruir a los estudiantes con los contenidos indicados en los documentos curriculares, se pueden diseñar clases suplementarias para aquellos estudiantes que así lo requieran, debido a un menor nivel de logro. En el caso de los estudiantes con un mayor nivel de logro, también se deben proporcionar oportunidades para tratar con contenidos más avanzados.

Dinámico. El orden en el que se presentan los contenidos en los documentos curriculares no determina cómo debe ser la instrucción de los mismos en clase. Esto es, el diseño y la planificación de la instrucción deben considerar las características y la dificultad de los contenidos matemáticos, y se dejan al criterio del maestro.

Chile

Flexible porque:

Al momento de elaborar los planes y los programas de estudio, los establecimientos pueden optar por descomponer las asignaturas en unidades de aprendizaje menores (talleres y otras) que, en conjunto, aborden la totalidad de los Objetivos de Aprendizaje de la asignatura; también pueden integrar asignaturas en actividades o en proyectos más amplios que aborden los aprendizajes de más de una asignatura, o pueden mantener la misma categorización de asignaturas definidos en el marco curricular (Ministerio de Educación, 2011b, p. 15).

También se señala en la introducción a los programas de estudio de cada grado que:

Las Bases Curriculares constituyen, asimismo, el referente base para los establecimientos que deseen elaborar programas propios. En este sentido, son lo suficientemente flexibles para adaptarse a las múltiples realidades educativas que se derivan de los distintos contextos sociales, económicos, territoriales y religiosos de nuestro país. Estas múltiples realidades dan origen a una diversidad de aproximaciones curriculares, didácticas, metodológicas y organizacionales, que se expresan en el desarrollo de distintos proyectos educativos, *todas válidas mientras permitan el logro de los Objetivos de Aprendizaje*. Por ello, dado el rol que cumplen las Bases Curriculares y su escala nacional, *no corresponde que estas prescriban didácticas específicas que limiten la diversidad de enfoques educacionales que pueden expresarse en los establecimientos de nuestro país* (Ministerio de Educación, 2013a, p. 8).

Inglaterra

Sintético. Se describen a grandes rasgos los requerimientos y contenidos obligatorios que se les deben enseñar a los estudiantes, junto con algunas notas y guías (no obligatorias) para su enseñanza.

Aunque no se explica con detalle cómo hacer flexible el programa, para trabajar con distintos grupos y lograr una diferenciación en el aprendizaje se hace mención de lo siguiente:

Cuando los alumnos captan rápidamente los conceptos, éstos deben ser retados a través de problemas ricos y sofisticados, antes de apresurarse trabajando nuevos contenidos. Para aquellos alumnos que no avanzan de manera suficientemente fluida con el material, se debe consolidar su comprensión a través de la práctica adicional, antes de seguir adelante (Department for Education, 2013a, p. 103).

Dinámico. Para cada año, se presentan los programas específicos en las etapas clave 1 y 2. Sin embargo, sólo se requiere que las escuelas hayan enseñado el programa de estudios correspondiente al final de cada etapa clave. Por lo tanto, para cada etapa clave, las escuelas tienen la libertad de introducir el contenido antes o después de lo que figura en el programa de estudio. Además, las escuelas pueden introducir contenidos clave durante una etapa clave anterior, si así lo consideran pertinente (Department for Education, 2013a, p. 4).

Otras características de la presentación del currículo

En este rubro se consideran metodologías de enseñanza consistentes en plantear a los alumnos trabajo colaborativo y resolución de problemas o en impartir instrucción (exposición) directa por parte del profesor, entre otros acercamientos. En cuanto a terminología, en la propuesta de Corea del Sur se usa “metodología de enseñanza” para referirse a alguna de las metodologías anteriores, mientras que en la de México se le denomina “enfoque didáctico” y, en la de Chile, “orientaciones didácticas”.

En la tabla 2.27 se presentan para cada país las características: rango de edades, duración del ciclo escolar, transversalidad (conexión con otras asignaturas) y metodología de enseñanza. Enseguida se incluyen notas que explican esta clasificación para algunas de las propuestas.

Tabla 2.27. Otras características de la presentación del currículo

	Rango de edades	Duración del ciclo escolar	Transversalidad: Conexión con otras asignaturas	Metodología de enseñanza
México	6 a 12 años	900 horas (escuela medio tiempo) 40 semanas	No aparece	Razonamiento más que la memorización, resolver problemas de manera autónoma, leer y analizar los enunciados de los problemas, trabajo colaborativo, aprovechar el tiempo de la clase, superar el temor a no entender cómo piensan los alumnos.
Corea del Sur	No explícito	34 semanas	No explícito en el programa, aunque se promueve la investigación y la resolución de problemas en distintos contextos	Instrucción directa, aprendizaje por descubrimiento, exploratorio, cooperativo e individual; diversidad de contextos fomentando la investigación, la comunicación matemática, diferentes tipos de representación y la capacidad de resolución de problemas.
Chile	6 a 12 años	38 semanas	Sí se considera en el discurso, pero poco explícito en los contenidos	Promover múltiples estrategias para resolver problemas, conexiones entre los conceptos y habilidades matemáticas, y elista de factores a tomar en cuenta: partir de experiencias previas, aprender haciendo y centrar el aprendizaje en el alumno, uso de material concreto, recurrir frecuentemente a metáforas, progresión de complejidad, aprendizaje y conexiones, repasar ideas básicas y ejercitar, retroalimentación, comunicación y aprendizaje cooperativo, y uso de TIC.
Inglaterra	Etapa clave 1 Edades: 5-7 Grados: 1-2 Etapa clave 2 Edades: 7-11 Grados: 3-6	No explícito	No aparece explícito en los contenidos, aunque señala la importancia de dicha transversalidad	No se especifica de forma explícita de enseñanza, aunque se dan algunas sugerencias para tratar ciertos contenidos matemáticos.

Notas sobre la propuesta de Corea del Sur

En la duración del ciclo escolar se establece un mínimo de horas para cada grado de: primer grado: 90 (combinado con ciencias); segundo grado: 102 (combinado con ciencias); tercer grado hasta sexto grado: 136 horas.

El periodo de clase para primaria se considera de 40 minutos.

Se sugiere usar diversos métodos de enseñanza, desde la instrucción directa hasta aquella que promueve el aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje exploratorio, cooperativo e individual, planteando contextos tanto sociales como naturales, etcétera; fomentando la investigación, la comunicación matemática, diferentes tipos de representación y la capacidad de resolución de problemas.

Notas sobre la propuesta de Chile

En el caso de Chile, el rango de edades se determina mediante el Decreto 1718 Exento del Ministerio de Educación (Ministerio de Educación, 2011c). En particular señala las disposiciones que se muestran en la figura 2.1.

Figura 2.1. Artículo que determina la edad de ingreso a la educación primaria y media

Artículo 29: Los y las estudiantes deberán tener como mínimo 6 años cumplidos al 31 de marzo del año escolar correspondiente para ingresar a primer año de educación básica regular.

Sin perjuicio de lo dispuesto en el inciso anterior el Director (a) del establecimiento educacional estará facultado para decidir la admisión a primer año de educación básica regular de niños y niñas que cumplan los seis años en fechas posteriores que no excedan el 30 de junio del año en que se matriculan en ese nivel de enseñanza, lo que deberá quedar establecido en informes fundados, que el establecimiento deberá mantener disponibles para las fiscalizaciones que correspondan.

Artículo 39: La edad máxima de ingreso a la educación media regular fijada por la ley en 16 años, se entenderá cumplida durante el año calendario correspondiente.

Fuente: Ministerio de Educación (2011a, p. 2).

Notas sobre la propuesta de Inglaterra

Respecto a la transversalidad de las matemáticas con otras asignaturas, solamente se hace mención en el programa: "Los profesores deben utilizar todas las materias relevantes para el desarrollo de la fluidez matemática de los alumnos. La confianza en la aritmética y otras habilidades matemáticas es una condición necesaria para el éxito a través del currículo nacional" (Department for Education, 2013a, p. 10).

Organización de contenidos

En cuanto a la organización de los contenidos, se identificaron grandes diferencias entre los cuatro países. México y Corea del Sur presentan esta organización en un mapa curricular, mientras que Chile e Inglaterra presentan listas de contenidos. La tabla 2.28 muestra de manera global la estructura de contenidos curriculares. Enseguida se amplía la información de la tabla y se analizan algunos de sus elementos, respecto a cada una de las propuestas.

Tabla 2.28. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular

País	Mapa curricular	Organización de contenidos temáticos
México	Sí	Organizados por bloques (cinco bloques). Hay tres ejes pero se sigue un orden jerárquico.
Corea del Sur	Sí	Organizados en seis ejes. Para cada grado se detallan los contenidos a aprender sin distribución en bloques o unidades.
Chile	No	Organizados por unidades (cuatro unidades). Hay cinco ejes, pero en cada unidad pueden o no estar presentes todos los ejes, en orden indistinto.
Inglaterra	No	Organizados en seis ejes. Para cada grado se detallan los contenidos a aprender sin distribución en bloques o unidades.

México

La figura 2.2 presenta el mapa curricular de la propuesta de México.

En los tres ejes temáticos de la propuesta de México se busca profundizar en lo siguiente (SEP, 2011g, pp. 73-74):

- Sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y el álgebra:
 - La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético.
 - La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán generalizarse con el álgebra.
 - La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.
- Forma, espacio y medida integra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación primaria:
 - La exploración de las características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.
 - La generación de condiciones para el tránsito a un trabajo con características deductivas.
 - El conocimiento de los principios básicos de la ubicación espacial y el cálculo geométrico.
- Manejo de la información incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informadas, de manera que se orienta hacia:
 - La búsqueda, la organización y el análisis de información para responder preguntas.

- El uso eficiente de la herramienta aritmética que se vincula de manera directa con el manejo de la información.
 - La vinculación con el estudio de otras asignaturas.
- En este eje se incluye la proporcionalidad porque provee de nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información, como el porcentaje y la razón.

Figura 2.2. Mapa curricular

MAPA CURRICULAR DE LA EDUCACIÓN BÁSICA 2011

ESTÁNDARES CURRICULARES ¹	1 ^{er} PERIODO ESCOLAR			2 ^o PERIODO ESCOLAR			3 ^{er} PERIODO ESCOLAR			4 ^o PERIODO ESCOLAR		
	Preescolar			Primaria						Secundaria		
CAMPOS DE FORMACIÓN PARA LA EDUCACIÓN BÁSICA	1 ^o	2 ^o	3 ^o	1 ^o	2 ^o	3 ^o	4 ^o	5 ^o	6 ^o	1 ^o	2 ^o	3 ^o
LENGUAJE Y COMUNICACIÓN	Lenguaje y comunicación			Español						Español I, II y III		
	Segunda Lengua: Inglés ²			Segunda Lengua: Inglés ²						Segunda Lengua: Inglés I, II y III ²		
PENSAMIENTO MATEMÁTICO	Pensamiento matemático			Matemáticas						Matemáticas I, II y III		
EXPLORACIÓN Y COMPRENSIÓN DEL MUNDO NATURAL Y SOCIAL	Exploración y conocimiento del mundo			Exploración de la Naturaleza y la Sociedad			Ciencias Naturales ³			(énfasis en Biología) (énfasis en Física) (énfasis en Química)		
	Desarrollo físico y salud			La Entidad donde Vivo			Geografía ⁴			Tecnología I, II y III		
							Historia ⁴			Geografía de México y del Mundo		
DESARROLLO PERSONAL Y PARA LA CONVIVENCIA	Desarrollo personal y social			Formación Cívica y Ética ⁴						Historia I y II		
										Asignatura Estatal		
										Formación Cívica y Ética I y II		
	Expresión y apreciación artísticas			Educación Física ⁴						Tutoría		
				Educación Artística ⁴						Educación Física I, II y III		
										Artes I, II y III (Música, Danza, Teatro o Artes Visuales)		

¹ Estándares Curriculares de: Español, Matemáticas, Ciencias, Segunda Lengua: Inglés, y Habilidades Digitales.
² Para los alumnos hablantes de Lengua Indígena, el Español y el Inglés son consideradas como segundas lenguas a la materna. Inglés está en proceso de gestión.
³ Favorecen aprendizajes de Tecnología.
⁴ Establecen vínculos formativos con Ciencias Naturales, Geografía e Historia.

Fuente: SEP (2011a, p. 41).

La presentación de los contenidos en México se hace a partir de estándares, y, adicionalmente, se organiza en términos de aprendizajes esperados, competencias, temas, ejes y contenidos (SEP, 2011g, p. 76). La figura 2.3 muestra un ejemplo.

Figura 2.3. Ejemplo de la estructura y la presentación de contenidos

COMPETENCIAS QUE SE FAVORECEN: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
APRENDIZAJES ESPERADOS	EJES		
	SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	MANEJO DE LA INFORMACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que impliquen leer, escribir y comparar números naturales, fraccionarios y decimales, explicitando los criterios de comparación. Resuelve problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios que implican dos o más transformaciones. Describe rutas y calcula la distancia real de un punto a otro en mapas. 	<p>NÚMEROS Y SISTEMAS DE NUMERACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicitación de los criterios de comparación. <p>PROBLEMAS ADITIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios, variando la estructura de los problemas. Estudio o reafirmación de los algoritmos convencionales. <p>PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales. 	<p>FIGURAS Y CUERPOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificación de los ejes de simetría de una figura (poligonal o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos. <p>UBICACIÓN ESPACIAL</p> <ul style="list-style-type: none"> Elección de un código para comunicar la ubicación de objetos en una cuadrícula. Establecimiento de códigos comunes para ubicar objetos. <p>MEDIDA</p> <ul style="list-style-type: none"> Cálculo de distancias reales a través de la medición aproximada de un punto a otro en un mapa. 	<p>PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Cálculo del tanto por ciento de cantidades mediante diversos procedimientos (aplicación de la correspondencia "por cada 100, n", aplicación de una fracción común o decimal, uso de 10% como base). <p>ANÁLISIS Y REPRESENTACIÓN DE DATOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Lectura de datos contenidos en tablas y gráficas circulares, para responder diversos cuestionamientos.

Fuente: SEP (2011f, p. 76).

Corea del Sur

El plan de estudios de matemáticas de primaria se divide en cinco ejes temáticos: números y operaciones, figuras, medidas, probabilidad y estadística, patrones y resolución de problemas. Dentro de cada eje se estudian los siguientes conceptos:

- En el eje de números y operaciones se estudian números naturales, fracciones, decimales, y las cuatro operaciones aritméticas básicas.
- En el eje de figuras se estudian los conceptos y propiedades de sólidos y figuras planas.
- En el eje de medida se estudian conceptos como distancia, tiempo, masa, capacidad, peso, ángulo, área y volumen; así como sus aplicaciones.
- En el eje de probabilidad y estadística se trabaja con la organización y la interpretación de datos, el número de casos y el significado de probabilidad.
- En el eje de patrones y resolución de problemas se estudia la investigación de patrones, razones y proporciones, uso de variables, ecuaciones simples, proporción directa e inversa, etcétera.

Chile

En este país Latinoamericano,

Los Objetivos de Aprendizaje relacionan en su formulación las habilidades, los conocimientos y las actitudes plasmados y evidencian en forma clara y precisa cuál es el aprendizaje que el estudiante debe lograr. Se conforma así un currículum centrado en el aprendizaje, que declara explícitamente cuál es el foco del quehacer educativo (Ministerio de Educación, 2011a, p. 13).

En los cinco ejes de este currículum se abordan los siguientes temas:

- 1. Números y operaciones:** desarrollo del concepto de número y destreza en el cálculo mental y escrito. Una vez que los alumnos asimilan y construyen los conceptos básicos, aprenden los algoritmos de la adición, la sustracción, la multiplicación y la división, incluyendo el sistema posicional de escritura de los números. Cálculo con números de hasta cuatro dígitos, e introducir los números racionales (como fracciones, decimales y porcentajes) y sus operaciones.
- 2. Patrones y álgebra:** relaciones entre números, formas, objetos y conceptos, lo que los facultará para investigar las formas, las cantidades y el cambio de una cantidad en relación con otra.
- 3. Geometría:** reconocer, visualizar y dibujar figuras, y describir las características y propiedades de figuras 2D y 3D en situaciones estáticas y dinámicas. El estudio del movimiento de los objetos —la reflexión, la traslación y la rotación— para desarrollar tempranamente el pensamiento espacial de los alumnos.
- 4. Medida:** cuantificar objetos según sus características, para poder compararlos y ordenarlos. Se aborda el trabajo con medidas estandarizadas primero, y, posteriormente, con unidades de medida estándar para tiempo, capacidad, distancia y peso.
- 5. Datos y probabilidades:** registren, clasifiquen y lean información dispuesta en tablas y gráficos, y que se inicien en temas relacionados con el azar.

A manera de ilustración, en términos del detalle como se desglosan los contenidos, a continuación se presentan imágenes relacionadas con la forma como se presenta el currículum de matemáticas. En la primera se puede apreciar la correspondencia entre las habilidades y los objetivos de aprendizaje. Estas habilidades, para cada grado, son diferenciadas. A continuación se muestran dos ejemplos de las mismas habilidades para segundo y quinto grado (véanse las figuras 2.4 y 2.5).

En todos los programas de los seis grados aparece al final un concentrado donde muestran todos los objetivos de aprendizaje organizados por habilidades y por ejes.

Figura 2.4. Listado de habilidades matemáticas a desarrollar en segundo grado

<h2>Habilidades</h2>	
RESOLVER PROBLEMAS	MODELAR
OA_a Emplear diversas estrategias para resolver problemas: <ul style="list-style-type: none">› a través de ensayo y error› aplicando conocimientos adquiridos	OA_f Aplicar y seleccionar modelos que involucren sumas, restas y orden de cantidades.
OA_b Comprobar enunciados, usando material concreto y gráfico.	OA_g Expresar, a partir de representaciones pictóricas y explicaciones dadas, acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático.
ARGUMENTAR Y COMUNICAR	REPRESENTAR
OA_c Describir situaciones de la realidad con lenguaje matemático.	OA_h Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para representar enunciados.
OA_d Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones, patrones y reglas, entre otros, empleando expresiones matemáticas.	OA_i Crear un relato basado en una expresión matemática simple.
OA_e Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados.	

Fuente: Ministerio de Educación (2013b, p. 41).

Figura 2.5. Listado de habilidades matemáticas a desarrollar en quinto grado

Habilidades	
RESOLVER PROBLEMAS	MODELAR
OA__a Reconocer e identificar los datos esenciales de un problema matemático.	OA__i Aplicar, seleccionar, modificar y evaluar modelos que involucren las cuatro operaciones con decimales y fracciones, la ubicación en la recta numérica y el plano, el análisis de datos y predicciones de probabilidades en base a experimentos aleatorios.
OA__b Resolver problemas aplicando una variedad de estrategias, como la estrategia de los 4 pasos: entender, planificar, hacer y comprobar.	OA__j Traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.
OA__c Comprender y evaluar estrategias de resolución de problemas de otros.	OA__k Modelar matemáticamente situaciones cotidianas: <ul style="list-style-type: none"> › organizando datos › identificando patrones o regularidades › usando simbología matemática para expresarlas
ARGUMENTAR Y COMUNICAR	REPRESENTAR
OA__d Formular preguntas y posibles respuestas frente a suposiciones y reglas matemáticas.	OA__l Extraer información del entorno y representarla matemáticamente en diagramas, tablas y gráficos, interpretando los datos extraídos.
OA__e Comprobar reglas y propiedades.	OA__m Usar representaciones y estrategias para comprender mejor problemas e información matemática.
OA__f Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos: <ul style="list-style-type: none"> › describiendo los procedimientos utilizados › usando los términos matemáticos pertinentes 	OA__n Imaginar una situación y expresarla por medio de modelos matemáticos.
OA__g Identificar un error, explicar su causa y corregirlo.	
OA__h Documentar el procedimiento para resolver problemas, registrándolo en forma estructurada y comprensible.	

Fuente: Ministerio de Educación (2013b, p. 41).

Propuesta de Inglaterra

El programa de matemáticas de este país se organiza en los siguientes ejes temáticos:

- Número (número y valor posicional, suma y resta, multiplicación y división, fracciones, incluyendo números decimales a partir de grado cuarto y porcentajes a partir del grado quinto).
- Medida.
- Geometría (propiedades de figuras, posición y dirección).
- Estadística —a partir del grado segundo—.

- Razones y proporciones —a partir del grado sexto—.
- Álgebra —a partir del grado sexto—.

En cada grado, y para cada uno de los ejes antes mencionados, se detallan los contenidos obligatorios y algunas notas y guías opcionales para la enseñanza.

Evaluación

En la tabla 2.29 se sintetizan las características de la evaluación educativa en cada una de las propuestas consideradas en el estudio, y a continuación se incluye una nota aclaratoria sobre este rubro en el currículo inglés.

Tabla 2.29. Características de la evaluación educativa

País	Qué es, cómo se sugiere y para qué	Tipos
México	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Considerada como un proceso de registro de información sobre los conocimientos y las habilidades del alumno. Es visto como algo externo al estudiante. El objetivo es orientar las decisiones respecto del proceso de enseñanza en general y del desarrollo de la situación de aprendizaje en particular. 	Diagnóstica, formativa y sumativa
Corea del Sur	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se evalúa el nivel de conocimiento de los estudiantes y el avance con respecto al programa nacional. Dentro de la evaluación cognitiva, se deben tomar en cuenta no sólo los resultados obtenidos, sino también los procesos que llevan a la resolución de problemas. ▪ La evaluación en el dominio afectivo debe considerar la perspectiva del estudiante, su interés y nivel de confianza para fortalecer una actitud positiva ante las matemáticas. ▪ La evaluación se debe llevar a cabo en forma de diagnóstico, evaluación formativa y acumulativa, de acuerdo con el progreso de la clase. ▪ Para fortalecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se debe evitar la evaluación uniforme, por el contrario, se promueve utilizar diversos métodos de evaluación como exámenes escritos, observación, entrevistas, autoevaluación. Además, dependiendo del propósito de la evaluación, se puede permitir el uso de calculadoras, computadoras y otras herramientas. 	Diagnóstico, formativa y acumulativa
Chile	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se sugieren evaluaciones formativas y calificativas y se dan ejemplos de ellas. Se sugieren instrumentos como registros anecdóticos, diario matemático, trabajo colaborativo, portafolio, lista de cotejo, entrevista individual, compartir estrategias y la autoevaluación. ▪ La evaluación se plantea como una herramienta que permite medir el progreso de los aprendizajes, la autorregulación del alumno, orienta la planeación y la enseñanza. 	Formativas y calificativas (sumativas)
Inglaterra	<ul style="list-style-type: none"> ▪ En el programa nacional no se detalla cómo debe ser la evaluación. 	

Nota aclaratoria sobre la propuesta de Inglaterra

La información con respecto a la evaluación se ubica en los marcos para la evaluación de matemáticas (Standards & Testing Agency, 2014), mismos que se encuentran en proceso de elaboración para cada una de las etapas clave de aprendizaje. Dado que el programa nacional de Inglaterra se encuentra en una etapa de transición, las primeras evaluaciones que se realizarán siguiendo dicho marco tendrán lugar en 2016. En éstas se evaluarán contenidos, de acuerdo con el programa nacional de matemáticas y con las habilidades de pensamiento y procesos intelectuales necesarios en cada etapa clave del aprendizaje.

Uso de TIC

La tabla 2.30 muestra la presencia y el tipo de uso de las TIC en las propuestas analizadas.

Tabla 2.30. La presencia y el tipo de uso de las TIC

País	Uso de TIC: Obligatorio/ Opcional Modo de uso
México	Aunque no aparece el término obligatorio o sugerido, desde nuestra lectura las TIC son sugeridas como una herramienta de apoyo a la labor del profesor.
Corea del Sur	Se pueden utilizar calculadoras, computadoras, software educativo y otras herramientas, cuando el objetivo de aprendizaje no sea el de fortalecer la habilidad de cálculo. En estos casos, las herramientas se pueden utilizar para lidiar con cálculos complicados mientras los alumnos desarrollan la comprensión de conceptos, principios y reglas, e incrementan su habilidad de resolución de problemas.
Chile	Obligatorio. Se considera el uso de las TIC como un Objetivo de Aprendizaje Transversal; su papel está vinculado con la alfabetización digital. En el documento, se explicita el uso de la calculadora, la computadora y el <i>software</i> educativo, tanto en objetivos de aprendizaje como en subobjetivos. También se ilustra en algunas de las actividades dadas como ejemplos. Cabe señalar que están presentes en los diversos ejes.
Inglaterra	El uso de las calculadoras como apoyo a la comprensión conceptual y la exploración de problemas numéricos más complejos, siempre que los estudiantes ya hayan consolidado la aritmética mental y escrita (se considera al final de la etapa clave 2, es decir, para los grados quinto y sexto).

Valoración del currículo mexicano a partir de la comparación con las propuestas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra, respecto al eje 2

Se observan similitudes entre las propuestas de Corea del Sur e Inglaterra en relación con los propósitos, como el de la resolución de problemas de la vida cotidiana o que vayan más allá del aula y los propósitos de comprensión y buen uso de estructuras matemáticas.

Se observa que en todas las propuestas se busca como objetivo del currículo desarrollar interés y una actitud positiva hacia las matemáticas.

En las propuestas de Corea del Sur e Inglaterra se detallan contenidos obligatorios por grado sin imponer una distribución específica durante al año escolar. Esto contrasta con las propuestas de Chile y México, en las cuales se dividen los contenidos en unidades o bloques, especificando de una manera restrictiva los momentos en los que se debe enseñar cada uno de ellos.

En cuanto a la evaluación, la propuesta de México coincide en los tipos de evaluación sugeridos en el programa de Corea del Sur. Sin embargo, en el programa de Chile, la evaluación es vista no sólo como una herramienta para el profesor y la enseñanza, sino también como un medio para el estudiante, para su autorregulación en el aprendizaje. En la propuesta de Chile, también se sugieren distintos instrumentos para evaluar, y se dan ejemplos ilustrativos en los que se muestra el vínculo entre objetivo de aprendizaje (habilidad o eje temático), indicador de evaluación y actividad propuesta.

En el caso de la propuesta de México se plantean cinco bloques, mientras que en la de Chile son cuatro unidades. En ambas se señala que estas agrupaciones organizan los objetivos de aprendizaje/aprendizajes esperados en torno a un tema. Sin embargo, en el programa de México dichas organizaciones no permiten identificar claramente la articulación entre los contenidos seleccionados.

En el programa de Chile, los objetivos de aprendizaje están desagregados por cada una de las habilidades. Para cada grado, las habilidades son diferenciadas. Por su parte, en el programa de México las competencias son siempre las cuatro para todos los temas, todos los ejes y todos los contenidos.

En cuanto a los contenidos específicos, se notan grandes diferencias en cuanto a la redacción de los mismos (véase la tabla 2.31).

Tabla 2.31. Diferencias en términos de redacción de contenidos

Contenido	Grados en los que se aborda
<p>México: Orden de los números de hasta dos cifras.</p> <p>Corea del Sur: Comprender el sistema de numeración hasta el 100 y comparar tamaños.</p> <p>Chile: Comparar y ordenar números del 0 al 20 de menor a mayor o viceversa, utilizando material concreto o <i>software</i> educativo.</p> <p>Inglaterra: Identificar y representar números utilizando objetos y representaciones pictóricas, incluyendo la recta numérica y el uso del lenguaje: igual a, mayor que, menor que (menos que), la mayoría, por lo menos. Leer y escribir los números del 1 al 20 en números y palabras.</p>	1 ^{er} grado.
<p>México: Desarrollo de recursos de cálculo mental para obtener resultados en una suma o sustracción: suma de dígitos, complementos a 10, restas de la forma 10 menos un dígito, etcétera.</p> <p>Corea del Sur: Dividir un número menor a 10 en dos números y unirlos. Sumar y restar números de un dígito. Uso de expresiones de adición en donde la suma es 10 y la expresión de la resta es "10- (número de un dígito)"; encontrar números que suman 10.</p> <p>Chile: Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para las adiciones y sustracciones hasta 20: conteo hacia delante y atrás; completar 10; dobles.</p> <p>Inglaterra: Representar y utilizar uniones de números y las restas relacionadas hasta el 20. Sumar y restar números de un dígito y dos dígitos hasta el 20, incluyendo el 0.</p>	1 ^{er} grado.
<p>Corea del Sur: Comprender la relación entre la suma y la resta.</p> <p>Chile: Fundamental y aplicar las propiedades del 0 y del 1 para la multiplicación y la propiedad del 1 para la división.</p>	1 ^{er} grado. En México no se incluye este tipo de contenidos. 4 ^o grado. En México no se incluye este tipo de contenidos.

A continuación y a manera de ejemplos, se contrastan algunos temas entre México y las propuestas de los otros tres países (véase la tabla 2.32).

Tabla 2.32. Comparación de temas entre los cuatro países

Contenido	País/grado en el que se aborda
Tablas de multiplicar	En el caso de Corea del Sur, se trabaja en segundo la comprensión de la tabla de multiplicar (en singular) y la multiplicación de números de un solo dígito. En Chile, en 2º sólo 2, 5 y 10, las demás en tercero. En Inglaterra los problemas de multiplicación y división se trabajan desde primero, pero apoyados con material concreto y representaciones pictóricas. Para segundo, se usan las tablas de multiplicar del 2, 5 y 10; se muestra que la multiplicación de dos números se puede llevar a cabo en cualquier orden (propiedad conmutativa), mientras que la división de dos números no. Las demás tablas de multiplicar se trabajan en tercero y cuarto, hasta llegar a tablas de 12×12 .
Fraciones comunes y como parte de un todo. Sólo son cinco fracciones de uso común	Chile empieza en tercero. En cuarto ya trabajan muy fuerte con denominadores 100, 12, 10, 8, 6, 5, 4, 3, 2. Inglaterra comienza en primero. Se espera que los estudiantes reconozcan, encuentren e identifiquen un medio como una de dos partes iguales de un objeto, forma o cantidad. También se espera que reconozcan, encuentren e identifiquen un cuarto como una de cuatro partes iguales de un objeto, forma o cantidad. En segundo se trabaja con: reconocer, encontrar, nombrar y escribir fracciones $1/3$, $1/4$, $2/4$ y $3/4$ de una longitud, forma, conjunto de objetos o cantidad. También se trabajan algunas fracciones equivalentes.
Fraciones comunes y como reparto. Medios, cuartos, octavos	México en tercero. Corea del Sur en segundo. Inglaterra en tercero.
Fraciones en la recta numérica	México en quinto grado. Chile en cuarto grado. Inglaterra recomienda su uso desde segundo (no de carácter obligatorio).
Fraciones impropias y números mixtos	En Corea del Sur comienzan en cuarto. En Chile empiezan en cuarto. En Inglaterra comienzan en quinto.
Decimales (décimos y centésimos)	En México se trabajan a partir de cuarto grado. En Corea del Sur se trabajan desde tercero (igual que fracciones decimales). En Chile empiezan en cuarto. Para Inglaterra, primero se trabaja con fracciones decimales en tercero, pero se profundiza en el tema ya en cuarto.
Patrones: identificar, describir y formular la regla (diferentes contextos y en tablas)	En Corea del Sur, durante toda la primaria y como parte del eje de patrones y resolución de problemas. En Chile, durante toda la primaria. En Inglaterra se dan sugerencias para identificar patrones en distintos contextos (tanto numéricos, como geométricos) desde primer grado.
Patrones en sucesiones: identificar y aplicar. Va cambiando de progresión aritmética a geométrica	En México, de segundo a sexto. En Inglaterra se trabaja en sexto.
Sentido espacial	México, en quinto grado. Corea del Sur, a partir de tercer grado. En Chile se trabaja durante toda la primaria. En Inglaterra se trabaja durante toda la primaria.
Plano cartesiano (primer cuadrante)	México, en sexto grado. En Corea del Sur no se menciona, pero en Estadística se elaboran gráficas de línea desde cuarto grado. Chile, en quinto grado. Inglaterra, en cuarto grado.
Vistas de figuras 3D	En México y Corea del Sur no aparece. Chile, en tercer grado. Inglaterra, durante toda la primaria.

Contenido	País/grado en el que se aborda
Cubos, paralelepípedos, esferas, conos, cilindros y pirámides (caras, aristas, vértices)	México, en tercero pero sólo cono, cilindro y esfera. Corea del Sur, en quinto grado. Chile, en tercer grado. Inglaterra, desde primero.
Área superficial de cubos y paralelepípedos	México e Inglaterra, no aparece. Corea del Sur, en sexto grado. Chile, en sexto grado.
Geometría transformacional	En México aparecen ejes de simetría intrafigurales en cuarto. En sexto, figuras simétricas. Corea del Sur, en quinto grado. Chile, a partir de tercero. Inglaterra, desde segundo grado.
Probabilidad y estadística	México, a partir de tercero de primaria, solamente estadística. En Corea del Sur se trabaja con estadística desde primero y con probabilidad en sexto grado. Chile, de segundo a sexto grados. En Inglaterra se trabaja estadística durante toda la primaria.
Resolución de ecuaciones e inequaciones	En Corea del Sur se resuelven ecuaciones simples desde segundo grado, aunque se utiliza el lenguaje algebraico a partir de sexto grado. Chile a partir de cuarto grado. Llega a resolver ecuaciones con una incógnita. Inglaterra trabaja con problemas de valor faltante desde primero. Resolución de ecuaciones con lenguaje algebraico en sexto grado.

Comentarios finales

En términos de cómo se explicitan los contenidos de los ejes temáticos, a excepción del de México, los demás currículos muestran de manera general los contenidos que se abordan y dan información que delimita los alcances de éstos. Desde este análisis, cabe señalar que tal explicitación es considerablemente más clara en las propuestas de Chile e Inglaterra que en la de México. En cuanto a la propuesta de Corea del Sur, es difícil hacer una valoración a este respecto, en vista de que en la traducción del coreano al inglés pudo haber pérdida de precisiones importantes.

2.3.3. Eje 3. Tendencias internacionales e investigación en educación matemática

Ubicación respecto a distintas posiciones que involucran tendencias internacionales en cuanto a la enseñanza de las matemáticas

Respecto a las posiciones global frente a Contexto local, la ubicación de cada propuesta se hace tomando como referencia alguna tendencia para desarrollar competencias concordantes con las que se mencionan en las evaluaciones internacionales, como PISA, y por otra parte, tomando como referencia alguna expresión de la intención de considerar características locales reportadas por la investigación internacional en educación matemática. En la siguiente tabla se expone la ubicación de cada propuesta analizada, respecto a las diferentes tendencias, y a continuación se incluyen notas sobre las características de las propuestas (véase la tabla 2.33).

Tabla 2.33. Ubicación respecto a las diferentes tendencias y características de las propuestas

	Contenidos tradicionales frente a Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Acercamiento simbólico y abstracto frente a Matemáticas en contexto	Acercamiento global (tipo PISA o TIMSS) frente a Contexto local
México	Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Matemáticas en contexto	Global Parcialmente local
Corea del Sur	Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Ambos	Global Local
Chile	Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Ambos	Global Local
Inglaterra	Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Matemáticas en contexto	Global Local

Notas sobre la propuesta de México

En el apartado de estándares curriculares y aprendizajes esperados del programa de México (SEP, 2011j) se señala que:

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA, por sus siglas en inglés) es un marco de referencia internacional que permite conocer el nivel de desempeño de los alumnos que concluyen la Educación Básica, y evalúa algunos de los conocimientos y habilidades necesarios que deben tener para desempeñarse de forma competente en la sociedad del conocimiento [...] El conjunto del currículo debe establecer en su visión hacia el 2021 generalizar, como promedio en la sociedad mexicana, las competencias que en la actualidad muestra el nivel 3 de PISA; eliminar la brecha de los niños mexicanos ubicados hoy debajo del nivel 2, y apoyar de manera decidida a quienes están en el nivel 2 y por arriba de éste. La razón de esta política debe comprenderse a partir de la necesidad de impulsar con determinación, desde el sector educativo, al país hacia la sociedad del conocimiento (SEP, 2011j, p. 85).

En el caso particular de matemáticas señala lo siguiente, en términos del nivel 3 de los resultados de PISA (SEP, 2011j, p. 86):

- Llevar a cabo procedimientos descritos de forma clara, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciadas.
- Seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas simples.
- Interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información.
- Elaborar escritos breves exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos.

Notas sobre la propuesta de Chile

En el documento *Bases Curriculares de la Educación Básica* conocido como el decreto número. 439/2012 (Ministerio de Educación, 2011d, pp. 11-12) del programa de Chile, se señala que para la elaboración de dichas bases curriculares se consideraron distintos referentes, entre ellos, el marco curricular de 2009, evaluaciones nacionales (pruebas SIMCE) e internacionales, revisión de currículos de otros países, así como un proceso de consulta pública en la que participaron profesores, paneles de expertos, informes de instituciones educativas y mesas de trabajo. A continuación se cita parte de las fuentes mencionadas (el subrayado es propio de este informe y no del texto original):

Los estudios de implementación y cobertura curricular en la Educación Básica y los estudios de evaluación de aula realizados por el Ministerio de Educación, y otros estudios recientes sobre la realidad de la Educación Básica en Chile [...] *Especialmente se revisó los currículos de Argentina, Australia, Canadá (British Columbia, Ontario, Alberta), Cuba, España, Estados Unidos (Common State Standards) y de algunos de sus estados, como Nueva York, California, Massachusetts y Texas; Finlandia, Inglaterra, México, Nueva Zelanda y Singapur [...] Evaluaciones internacionales del aprendizaje aplicadas en Chile (TIMSS, PISA, PIRLS, ICCS) y sus marcos de evaluación.* Esta revisión ha permitido contar con información comparada para tomar decisiones acerca de los temas a tratar en cada curso, y de las secuencias de contenidos y habilidades; de esta manera se ha podido equiparar las exigencias de nuestro currículum con los requerimientos internacionales en las distintas áreas. Para algunas asignaturas también se dispuso de benchmarks contruidos por diversas asociaciones académicas internacionales de relevancia

En esta propuesta se encontraron estándares de aprendizaje en los que se muestran ejemplos de niveles de aprendizaje vinculados estrechamente con la valoración y el tipo de problemas de la evaluación de PISA.

Notas sobre las propuestas de Inglaterra y Corea del Sur

En ninguno de los dos casos se encontró referencia alguna a evaluaciones internacionales que influyeran de manera explícita en la elaboración, la filosofía o la implementación de los programas nacionales. Sin embargo, por los contenidos que estos programas incluyen y las habilidades que a partir de ellos se propone desarrollar, puede inferirse que no se encuentran ajenos al contexto internacional, en el sentido de la influencia a partir de evaluaciones como las de PISA.

Inclusión explícita o implícita de elementos de la investigación en educación matemática

Para cada una de las propuestas que se analizan, en la tabla 2.34 se señala si se abordan o consideran (o no) dificultades en el aprendizaje de diferentes conceptos o temas matemáticos, y a continuación se describen los indicios de la influencia de la investigación sobre dichos temas en cada una de las propuestas curriculares.

Tabla 2.34. Elementos de la investigación en educación matemática en las propuestas curriculares

	México	Corea del Sur	Chile	Inglaterra
Distintos dominios numéricos: naturales, negativos, enteros, fracciones, decimales, racionales, trascendentes, reales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Naturales ▪ Fracciones ▪ Decimales 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Naturales ▪ Fracciones ▪ Decimales 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Naturales ▪ Fracciones ▪ Decimales 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Naturales ▪ Negativos ▪ Fracciones ▪ Decimales
Razonamiento proporcional	Sí	Sí	Sí	Sí
Pensamiento geométrico	Parcial	Sí	Sí	Sí
Pensamiento probabilístico	No	Sí	Sí	No
Métodos de resolución de problemas	No	Sí	Sí	No
Transición del pensamiento aritmético al algebraico	No	Sí	Sí	Sí
Transición del álgebra a la matemática de la variación	No	Sí	Sí	No
Introducción temprana al álgebra	Parcialmente	Sí	Sí	Sí
Introducción temprana a la matemática de la variación	Parcialmente (sexto)	Sí	Sí	Parcialmente
Desarrollo de habilidades de generalización	Parcialmente	Sí	Sí	Sí
Desarrollo de la argumentación matemática	Parcialmente	Sí	Sí	Sí

Distintos dominios numéricos: naturales, negativos, enteros, fracciones, decimales, racionales, trascendentes, reales

Corea del Sur

Desde el primer grado se incluye la enseñanza de los números naturales y se busca que los alumnos comprendan el valor posicional de las cifras en los numerales, así como la comprensión del cero. Al abordar las operaciones aritméticas, se pretende no sólo la comprensión de las operaciones en sí, sino también la comprensión de la relación entre operaciones aritméticas inversas. Por ejemplo, en primero y segundo grados, uno de los contenidos se refiere a comprender la relación entre la suma y la resta. Lo mismo ocurre en tercer grado, con respecto a la comprensión de la relación entre la multiplicación y la división, aunque la multiplicación se enseña desde el segundo grado. En cuarto grado, se busca que los estudiantes sean capaces de resolver problemas que contengan una mezcla de las cuatro operaciones básicas con números naturales.

Por su parte, la noción de fracción se introduce en segundo grado, a partir de dividir en igual número de partes una cantidad continua. Y en tercer grado se extiende la enseñanza de este concepto buscando generar su comprensión mediante cantidades discretas e introduciendo fracciones decimales, unitarias y fracciones propias. En cuarto grado, se espera que los estudiantes trabajen con fracciones impropias, fracciones mixtas y la relación entre ambas. Además, se enseña la suma y la resta de fracciones con un mismo denominador. En quinto grado se utiliza la noción de fracciones equivalentes para reducir fracciones a un denominador común

con la finalidad de comparar tamaños y realizar operaciones de suma y resta. También se enseñan la multiplicación de fracciones, la comprensión de una fracción como la división de dos números naturales, y la división de una fracción entre un número natural. En sexto grado se introduce la división de fracciones.

La noción de número decimal se aborda en tercer grado, a partir de la de fracción, la cual también se desarrolla en este grado. Los números decimales se presentan como fracciones propias con denominador 10 (en tercer grado solamente se trabaja con números decimales hasta décimos, enfatizando su lectura y escritura, así como la comparación de cantidades). En cuarto grado se espera que los estudiantes comprendan números decimales con hasta tres cifras después del punto decimal, apoyados en la comprensión del valor posicional. También se trabaja con suma y resta de números decimales. En quinto grado se introduce la multiplicación y la división de números naturales. Cabe señalar que en este mismo grado se trabaja en la comprensión de la relación entre decimales y fracciones, expresando números decimales como fracciones y viceversa. Y en sexto grado se enseñan las divisiones con divisores decimales y operaciones en las que se combinan fracciones y decimales.

Una de las características que sobresalen en el programa nacional de Corea del Sur es que en las sugerencias para la enseñanza y el aprendizaje se pide que los estudiantes hagan estimaciones antes de llevar a cabo cualquier operación compleja relacionada con las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación).

Inglaterra

Desde el primer grado se enseñan los números naturales y la comprensión del valor posicional de las cifras. Con respecto a la suma y la resta, se pide que los estudiantes sean capaces de leer, escribir e interpretar enunciados matemáticos que incluyan los signos de suma (+), resta (-) y de igualdad (=), además de resolver problemas que involucren al "número perdido". A diferencia de la propuesta de otros países, en la de Inglaterra se abordan, además, desde el primer grado, la multiplicación y la división, y esto se hace a partir de calcular la respuesta a problemas sencillos utilizando material concreto, representaciones pictóricas y arreglos, todo con ayuda del maestro. Cabe señalar que en este programa se fomenta que los estudiantes trabajen con material concreto, arreglos, representaciones pictóricas y métodos mentales antes de introducir algún algoritmo en particular (es hasta tercer grado que los estudiantes ya trabajan de manera formal con los algoritmos de suma y resta). También se pide que los estudiantes exploren propiedades de las operaciones, cuestión que no ocurre en otros programas; por ejemplo, en segundo grado los alumnos deben mostrar que la suma y la multiplicación de dos números se puede llevar a cabo en cualquier orden (propiedad conmutativa), y que la resta y la división de dos números no tienen esta propiedad. Al igual que en el programa de Corea del Sur, los alumnos de segundo grado también deben reconocer la relación inversa entre la suma y la resta, y utilizarla para revisar los cálculos y resolver problemas de "número faltante".

A partir de cuarto grado, se trabaja también con números negativos, primero como extensión del conteo hacia atrás pasando por el cero. En quinto grado se fortalece la interpretación de números negativos en contexto.

Las fracciones se enseñan desde el primer grado. Se espera que los estudiantes reconozcan, encuentren e identifiquen un medio como una de dos partes iguales de un objeto, forma (figura) o cantidad. También se espera que reconozcan, encuentren e identifiquen un cuarto como una de

cuatro partes iguales de un objeto, forma o cantidad. Ya en segundo grado se pide que los estudiantes sean capaces de reconocer, encontrar, nombrar y escribir las fracciones $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{4}$ de una longitud, forma, conjunto de objetos o cantidad, y escribir fracciones simples, $\frac{1}{2} \times 6=3$, además de reconocer la equivalencia de $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$. En tercer grado se enseñan las fracciones decimales, fracciones unitarias y fracciones equivalentes; también se llevan a cabo sumas y restas con un mismo denominador; comparación y orden de fracciones, así como la resolución de problemas usando fracciones. A partir del cuarto grado, se trabaja con números decimales hasta centésimos, reconociendo que éstos surgen de dividir el entero en cien partes, y también se trabaja con operaciones de suma y resta de fracciones cada vez más complejas.

Con respecto a cuestiones de numeración, en el programa inglés se destaca de los demás programas en que en cuarto y quinto grados se estudian los números romanos. Por ejemplo, en cuarto grado se espera que los alumnos lean los números romanos hasta el 100 y reconozcan que con el paso del tiempo el sistema de numeración cambió a uno que incluyera el concepto de cero y de valor posicional. Ya en quinto grado se espera que los alumnos sean capaces de leer números romanos hasta el 1 000 y reconozcan los años escritos en números romanos.

México

Desde el primer grado se trabaja con números naturales y en la comprensión del valor posicional de las cifras, así como en el desarrollo del significado de la suma y la resta. Más adelante, en segundo grado, se introducen la multiplicación y los problemas de reparto, dejando para el tercer grado la introducción formal de la división. A partir del cuarto grado se llevan a cabo operaciones con números decimales, de tal manera que se llega a sexto con la capacidad de llevar a cabo las cuatro operaciones básicas tanto con números naturales como con números decimales.

Las fracciones se enseñan a partir del tercer grado. Inicialmente, se introducen medios, cuartos y octavos, para expresar oralmente y por escrito medidas diversas, así como el resultado de repartos. Posteriormente, dentro del mismo grado, se introduce la equivalencia de fracciones y se llevan a cabo comparaciones de fracciones sencillas. En cuarto grado se estudian otras particiones como tercios, quintos y sextos, pero a diferencia de las propuestas de otros países como las de Inglaterra y Corea del Sur, el trabajo con fracciones no se toma como antecedente para la introducción al concepto de números decimales (al menos no de manera explícita), ya que el primer contenido en el que se hace referencia a números decimales es en cuarto grado (bloque I), y se lee como: *Notación desarrollada de números naturales y decimales. Valor posicional de las cifras de un número*. Es hasta quinto grado (bloque III) que se hace explícita la relación entre números fraccionarios y decimales a partir del siguiente contenido: *Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales*.

La enseñanza de las fracciones continúa a lo largo de los grados cuarto, quinto y sexto. En particular, en cuarto grado (bloque III) se introduce la suma y la resta de fracciones con diferente denominador (pero con casos sencillos, en los que el estudiante se puede apoyar de la noción de equivalencia para resolver las operaciones, aunque esto no se hace explícito en el contenido al que aquí se hace referencia). Más adelante, se continúa con las operaciones con fracciones incrementando poco a poco la complejidad e incluyendo la representación de fracciones en la recta, comparación y sumas y restas con distinto denominador. En sexto grado se estudia la multiplicación de fracciones y la división de una fracción entre un número natural, pero, a diferencia de propuestas como la de Corea del Sur, no se estudia la división de fracciones.

Razonamiento proporcional

Corea del Sur

En esta propuesta se aborda el tema de razonamiento proporcional a partir del quinto grado, en el eje de patrones y resolución de problemas. Específicamente, los contenidos se refieren a comparar el tamaño de dos cantidades y expresarlas en una fracción, comprender el significado de razón y proporción entre dos cantidades, y, por último, expresar razones de distintas formas.

En sexto grado, se utiliza la idea de razón para explorar la relación entre la circunferencia y el diámetro, así como la del radio con el área del círculo. Además, en el eje de probabilidad y estadística se trabaja con gráficos de razones, incluidas las gráficas circulares. Por último, en el eje de patrones y resolución de problemas se incluyen los siguientes contenidos: entender expresiones proporcionales y aplicarlas; resolver problemas de proporcionalidad simple; expresar la razón de tres cantidades; comprender el significado de reparto proporcional y aplicarlo, y, por último proporcionalidad directa e inversa (expresar la correspondencia entre dos cantidades utilizando x y y ; comprender el significado de ambos tipos de variación y expresarlos a través de tablas y gráficas; resolver problemas de la vida real).

Inglaterra

La primera vez que aparece algún contenido relacionado con el razonamiento proporcional es en el quinto grado; específicamente, se espera que los estudiantes resuelvan problemas simples de multiplicación y división, incluyendo problemas de escala usando fracciones simples y razones simples. También se espera que los estudiantes utilicen el símbolo de porcentaje y comprendan que relaciona a “un número de partes por cada cien”, incluyendo la escritura de porcentajes como fracción con denominador 100 y como decimal.

En sexto grado se espera que los alumnos resuelvan problemas de proporcionalidad en los que los valores faltantes se pueden encontrar mediante el uso de la multiplicación y la división de enteros. También se espera que resuelvan problemas que implican el cálculo de porcentajes y el uso de los mismos para llevar a cabo comparaciones; la resolución de problemas que involucran factor de escala, y la resolución de problemas que involucran repartos desiguales y agrupaciones a partir del conocimiento de fracciones y múltiplos.

México

La primera vez que se estudia algún contenido relacionado con el tema de proporcionalidad es en quinto grado (bloque I), en el que los estudiantes deben analizar procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo “valor faltante”. Más adelante, se introduce el factor constante de proporcionalidad (en casos sencillos), y se utiliza esta idea para resolver problemas. En el último bloque de quinto grado, se introduce la noción de porcentaje, aunque dicha noción se limita a casos de referencia como 10%, 20%, 25% y 50%, y su correspondiente representación como fracciones.

En sexto grado, se retoma la noción de porcentaje y se hacen cálculos relacionados, aunque nuevamente se hace énfasis en la idea de “casos sencillos” como los mencionados anteriormente; se extiende la noción a la aplicación de porcentajes mayores que 100%. Más adelante, se enseña la comparación de razones a partir de los siguientes dos contenidos:

- Sexto grado (bloque IV): comparación de razones del tipo “por cada n , m ” mediante diversos procedimientos y, en casos sencillos, expresión del valor de la razón mediante un número de veces, una fracción o un porcentaje.
- Sexto grado (bloque V): resolución de problemas de comparación de razones, con base en la equivalencia.

Llama la atención la cantidad de veces que en el programa de México se hace referencia a “casos sencillos” para este tema en particular.

Pensamiento geométrico

Corea del Sur

- Primer grado: se busca familiarizar a los estudiantes con las formas de distintos cuerpos mediante la observación de objetos como cajas, cilindros y pelotas. Con respecto a figuras planas, se busca que mediante la observación de varios objetos los alumnos reconozcan cuadrados, triángulos y círculos.
- Segundo grado: se busca la comprensión de segmentos, líneas rectas, triángulos, cuadriláteros y círculos, además de la comprensión de los componentes de una figura plana y encontrarlos. Con respecto a cuerpos geométricos, se busca que los estudiantes puedan reconstruir cuerpos utilizando bloques, a partir de observar cuerpos ya construidos. También se pide que los estudiantes puedan construir varias figuras sólidas a partir de usar bloques (de construcción).
- Tercer grado: se introduce el concepto de ángulo y ángulo recto, incluyendo el triángulo rectángulo, rectángulo y cuadrado (figuras geométricas que tienen ángulos rectángulos). También se busca la comprensión de los cambios generados por la traslación, la reflexión y la rotación de figuras planas simples. Además, se estudian el círculo y sus componentes (centro, radio, diámetro y la relación entre ellos). Por último, se dibujan figuras utilizando el compás.
- Cuarto grado: con respecto a triángulos y ángulos, se busca la comprensión de los triángulos isósceles y equilátero. También se trabaja con el significado de ángulo agudo y obtuso y su relación con el triángulo acutángulo y obtusángulo. Con respecto a polígonos, se espera que los alumnos comprendan la relación entre la noción de perpendicular y paralelo; comprendan las propiedades de los trapezoides, paralelogramos, rombos, rectángulos y cuadrados; los polígonos simples y regulares, y por último, que a partir de una figura construyan diversas figuras o cubran una utilizando otras. Es importante mencionar que en este grado se fomenta la manipulación de material concreto para comprender las propiedades de las figuras.
- Quinto grado: se estudian las propiedades de los paralelepípedos rectangulares y cubos. En específico, se busca que los estudiantes conozcan los componentes y descubran sus propiedades, además de dibujar sus correspondientes desarrollos planos. También se busca que los estudiantes comprendan el significado de figuras congruentes y decidan cuáles lo son. Se espera que los estudiantes puedan dibujar triángulos de acuerdo con condiciones dadas utilizando regla, compás y transportador, y, por último, que comprendan el significado de simetría y dibujen figuras simétricas a partir de un punto o eje de simetría.

- Sexto grado: se trabaja la comprensión de prismas y pirámides, incluyendo sus componentes y propiedades, así como dibujar sus respectivos desarrollos planos. Se espera además que los alumnos comprendan los conceptos de cilindro y cono, incluidas sus propiedades, componentes y desarrollo plano. A partir de la construcción de cuerpos utilizando bloques, se espera que los estudiantes sean capaces de decir la cantidad de bloques utilizados para construir los cuerpos, encontrar patrones a partir de construir varios cuerpos similares y describir la forma del cuerpo tomando en cuenta distintas vistas.

Inglaterra

- Primer grado: se reconocen y nombran formas bidimensionales y tridimensionales comunes. También se describen posición, dirección y movimiento, incluyendo vuelta completa, media vuelta, un cuarto y tres cuartos de vuelta.
- Segundo grado: se identifican y describen propiedades de figuras y cuerpos geométricos. Se comparan y ordenan formas bidimensionales y tridimensionales de objetos de la vida diaria. También se utiliza vocabulario matemático para describir posición, dirección y movimiento, incluyendo el movimiento en línea recta y la rotación.
- Tercer grado: se espera que los estudiantes dibujen formas bidimensionales y construyan formas de tridimensionales usando materiales de modelado; se espera que también las describan y reconozcan aún en diferentes orientaciones. Con respecto a ángulos, se espera que los reconozcan como una propiedad de las figuras; se espera que identifiquen ángulos rectos, que dos ángulos rectos forman un cuarto de giro, tres ángulos forman tres cuartos de giro y que cuatro ángulos rectos forman un giro completo. También se espera que los estudiantes puedan comparar si un ángulo es mayor o menor que un ángulo recto. Por último, se espera que los estudiantes identifiquen líneas horizontales y verticales, así como rectas paralelas y perpendiculares.
- Cuarto grado: los alumnos deben aprender a: comparar y clasificar figuras geométricas, incluyendo cuadriláteros y triángulos, en función de sus propiedades y tamaños; identificar ángulos agudos y obtusos y comparar y ordenar ángulos de hasta 180 grados (dos ángulos rectos) de tamaño; identificar líneas de simetría en formas bidimensionales que se presentan en diferentes orientaciones, y completar una figura simétrica simple con respecto a una línea de simetría específica. Además se espera que los estudiantes puedan describir posiciones en un plano, en el primer cuadrante; describir movimientos entre posiciones como traslaciones, y graficar puntos y unirlos para formar polígonos.
- Quinto grado: se lleva a cabo la medición de ángulos en grados; se identifican formas tridimensionales, incluyendo cubos y cuboides; se utilizan las propiedades de los rectángulos para deducir valores faltantes de lados y ángulos; distinguen entre polígonos regulares e irregulares basados en el razonamiento sobre lados iguales y ángulos. Los alumnos deben identificar, describir y representar la posición de una figura siguiendo la reflexión, y la traslación; utilizando el lenguaje apropiado, y reconociendo que la figura no ha cambiado.
- Sexto grado: los alumnos dibujan figuras geométricas dadas las dimensiones y ángulos; reconocen, describen y construyen cuerpos geométricos simples, incluyendo los desarrollos planos; comparan y clasifican figuras geométricas basados en sus propiedades y tamaños; encuentran los ángulos desconocidos en cualquier triángulo, cuadrilátero y polígono regular; dibujan y nombran las partes del círculo incluyendo el radio, el diámetro y la circunferencia y conocen que

el diámetro es dos veces la longitud del radio; reconocen ángulos complementarios y opuestos y encuentran los valores faltantes, y describen posiciones en todo el plano cartesiano. Dibujan y trasladan figuras simples en el plano cartesiano, y las reflejan con respecto a los ejes.

México

El desarrollo del pensamiento geométrico en el programa de México es parcial. A continuación se presentan algunos puntos que contrastan con la propuesta de otros países:

- En primer grado no existe ningún contenido que haga referencia a figuras y cuerpos, ni a ubicación espacial.
- De hecho, ubicación espacial se trabaja a partir de quinto grado, enfocándose a lectura de mapas y otros sistemas de referencia diferentes del plano cartesiano, y sin hacer referencia a otros aspectos como la traslación, la reflexión y la rotación de figuras.
- El plano cartesiano se trabaja exclusivamente en el primer cuadrante, mientras que por ejemplo en Corea del Sur se ubican puntos en los cuatro cuadrantes.
- En otros países, como Corea del Sur, se hace énfasis en la construcción y el análisis de cuerpos geométricos utilizando material concreto desde segundo grado. En el caso de México, se lleva a cabo en quinto grado (bloque III); en particular, el contenido se refiere a: construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera), y análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas.
- La mayoría de los contenidos en este eje hacen referencia a “identificar”, “representar”, “clasificar”, “construir”, “analizar”, etcétera, pero no se propone resolver problemas a partir del conocimiento de las propiedades de las figuras geométricas, como en el caso del Inglaterra, en el que uno de los contenidos se refiere a: “utilizar las propiedades de los rectángulos para deducir valores faltantes de lados y ángulos”.

Pensamiento probabilístico

Corea del Sur

En los primeros cinco grados de primaria se trabaja con nociones de la estadística, específicamente con organización, representación e interpretación de datos, utilizando diversas formas de representación. A partir de sexto grado, se introduce la noción de probabilidad. En particular, se enseñan los siguientes contenidos: comprender el significado del espacio muestral y obtenerlo, y comprender el significado de probabilidad basado en el número de casos (se infieren casos probables y casos totales). Además, se especifica que se deben utilizar ejemplos de la vida cotidiana para enseñar el significado de probabilidad, y que los ejercicios se deben tratar a un nivel sencillo.

Inglaterra

Los temas de probabilidad no se abordan en el nivel de la escuela primaria.

México

Los temas de probabilidad no se abordan en el nivel de la escuela primaria.

Métodos de resolución de problemas

Corea del Sur

Cabe recordar que en el programa de Corea del Sur uno de los ejes temáticos de matemáticas a lo largo de la primaria se llama Patrones y resolución de problemas, de modo que dichos temas aparecen de manera explícita en todos los grados de la escuela la primaria. A continuación se presentan los contenidos de este eje que hacen referencia a la resolución de problemas:

- Primer grado: resolver problemas mediante el uso de diversos métodos como probar, dibujar, formar expresiones (se infiere que se refieren a expresiones o enunciados de suma y resta), etcétera. En las sugerencias para la enseñanza y el aprendizaje se enfatiza el fomento de la confianza y el interés de los estudiantes para resolver problemas.
- Segundo grado: resolver problemas utilizando diversos métodos, tales como búsqueda de patrones, trabajando el problema hacia atrás, etcétera.
- Tercer grado: resolver problemas mediante el uso de diversos métodos, tales como hacer tablas, adivinar y comprobar, etcétera.
- Cuarto grado: resolver problemas mediante el uso de diversos métodos, tales como la simplificación, la inferencia lógica, etcétera.
- Quinto grado: resolver un problema mediante el uso de varios métodos y compararlos. Identificar la información innecesaria o insuficiente en la resolución de problemas. Examinar la conveniencia del proceso para resolver problemas.
- Sexto grado: comparar diferentes métodos de resolución de problemas y elegir el método más apropiado dependiendo de la situación. Plantear y resolver nuevos problemas a partir de cambiar las condiciones (parámetros) de un problema dado. Examinar la conveniencia del proceso para resolver problemas.

Inglaterra

Existen varios contenidos dentro de los distintos ejes en los que se espera que los estudiantes resuelvan problemas, sin embargo, y a diferencia de las propuestas de Chile y Corea del Sur, no se enseñan métodos específicos de resolución. A continuación se presenta un contenido de quinto grado que ilustra lo anterior: *resolver problemas de varios pasos de suma y resta en contexto, decidir las operaciones y métodos a utilizar y el porqué de los mismos.*

México

Al igual que en la propuesta de Inglaterra, hay varios contenidos que hacen referencia a resolver problemas, sin embargo, en ningún momento se enseñan métodos de resolución específicos. El siguiente es un ejemplo de un contenido que hace referencia a la resolución de problemas en primer grado, bloque III: resolución de problemas correspondientes a los significados de juntar, agregar o quitar.

Transición del pensamiento aritmético al algebraico

Corea del Sur

En Corea del Sur, más que transición del pensamiento aritmético al algebraico, se puede observar que ambos se tratan de manera simultánea, ya que desde el primer grado se fortalece el significado de las operaciones aritméticas a partir de escribir los enunciados de las mismas, incluyendo los casos en los que existe un “número faltante” para la expresión de la operación (véase el punto 8, en el que se describen los contenidos para la introducción temprana al álgebra).

Inglaterra

En el caso de esta propuesta, también se resuelven problemas de “valor faltante” desde el primero de primaria. A diferencia de la propuesta de Corea del Sur, en el programa inglés no se hace énfasis en la escritura de expresiones, aunque sí hay contenidos que sugieren la resolución de ecuaciones simples utilizando símbolos como “ \clubsuit ” para denotar un “valor faltante” en un enunciado matemático (véase el punto 8 para un desglose de los contenidos).

México

En el programa de México no se identifican contenidos que hagan referencia a la transición del pensamiento aritmético al algebraico. Esta transición se lleva a cabo en un nivel educativo superior, sin embargo, en algunas propuestas (distintas de las aquí analizadas) se puede identificar una introducción temprana a la matemática de la variación, por lo general, a partir del uso de las TIC.

Introducción temprana al álgebra

Corea del Sur

A continuación se presenta una lista de los contenidos que hacen referencia a una introducción temprana al álgebra dentro de cada grado y que se encuentran en el eje de patrones y la resolución de problemas:

- Primer grado: escritura de expresiones de suma y resta utilizando \clubsuit (se infiere que se refiere a un valor faltante dentro de la expresión) y comprensión de su significado.
- Segundo grado: expresar “algún número” como \clubsuit , y usar ecuaciones sencillas de suma, resta y multiplicación para encontrar el valor de “algún número”. Elaborar expresiones escritas y plantear las preguntas adecuadas.
- Sexto grado: Resolver ecuaciones utilizando x como la incógnita; comprender las propiedades de la igualdad y utilizarlas para resolver ecuaciones simples.

Inglaterra

A continuación se presentan los contenidos que hacen referencia a una introducción temprana al álgebra:

- Primer grado: resolver problemas de un solo paso que involucran sumas y restas, usando material concreto y representaciones pictóricas, y resolver problemas de “valor faltante” como $7 = \clubsuit - 9$.

- Segundo grado: reconocer y usar la relación inversa entre la suma y la resta, y utilizar esto para comprobar los cálculos y resolver problemas de “valor faltante”.
- Tercer grado: resolver problemas, incluyendo problemas de valor faltante, utilizando datos numéricos y sumas y restas más complejas.
- Sexto grado: en sexto grado ya hay un eje que se denomina álgebra, y los contenidos de este eje son los siguientes: usar fórmulas simples, generar y describir secuencias de números lineales, expresar problemas de valor faltante de manera algebraica, encontrar pares de números que satisfacen una ecuación con dos incógnitas, enumerar combinaciones posibles de dos variables.

México

En el caso de la propuesta de México, en contraste con las de otros países, los únicos contenidos en los que se hace referencia explícita a problemas de “valor faltante” son los problemas de proporcionalidad, se tratan hasta el quinto grado. A este respecto, cabe señalar que en el programa inglés los problemas de “valor faltante” (en suma y resta) se enseñan desde el primer grado. El único contenido que podría hacer referencia a lo anterior se encuentra en segundo grado (bloque III), y se refiere a: resolución de problemas que implican adiciones y sustracciones donde sea necesario determinar la cantidad inicial antes de aumentar o disminuir.

Por otra parte, el establecimiento de enunciados matemáticos en los que se involucra la igualdad sí se lleva a cabo desde primer grado, tal es el caso del contenido de primer grado (bloque II), que se refiere a: *expresión simbólica de las acciones realizadas al resolver problemas de suma y resta, usando los signos “+”, “-”, “=”*.

Por último, en quinto grado existe un contenido que de manera implícita hace uso del pensamiento algebraico para analizar los distintos componentes de una relación. El contenido en cuestión es el siguiente: *análisis de las relaciones entre los términos de la división en particular, la relación $r = D - (d \times c)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora*. Otros aspectos algebraicos como la resolución de ecuaciones sencillas y la traducción de enunciados del lenguaje común al algebraico se lleva a cabo hasta el siguiente nivel escolar.

Introducción temprana a la matemática de la variación

Corea del Sur

El trabajo con la matemática de la variación se inicia en cuarto grado. En particular, en el eje de probabilidad y estadística se pide a los estudiantes recolectar datos de variables continuas y expresarlas en gráficas de línea. Se pide además que los alumnos comparen las características y distinguan los usos de este tipo de gráficas con respecto a las de gráficas de barras.

Más adelante, en sexto grado los alumnos trabajan con la noción de proporcionalidad directa e inversa, y analizan sus propiedades a partir de la elaboración y la interpretación de gráficas y tablas.

Inglaterra

Anteriormente se especificó que este punto se cumple de manera parcial para la propuesta de Inglaterra. A continuación se presenta un breve análisis de los contenidos:

En cuarto grado existe un contenido en el eje de estadística que hace referencia a la interpretación y la presentación de datos discretos y continuos utilizando los métodos apropiados, incluyendo gráficas de barras y gráficas que involucran al tiempo como variable (*time graph*).

Cuando se introducen los problemas de proporcionalidad, a diferencia de la propuesta de Corea del Sur, en la que sí se especifica que los estudiantes analizan las relaciones de proporcionalidad en tablas y gráficas, en el caso de Inglaterra sólo se resuelven problemas de valor faltante, sin llevar a cabo análisis de tablas (lo que implicaría atender a la variación de las dos cantidades involucradas en la relación).

Por último, en sexto grado se trabaja en el eje de álgebra con la idea de enumerar combinaciones de dos variables, pero tampoco se especifica si estos pares ordenados sólo se ven como números que satisfacen una ecuación, o si son variables que satisfacen una relación y, por lo tanto, el alumno debe imaginar la relación como una covariación de cantidades.

En resumen, a pesar de que la idea de variación está implícita en tres de los contenidos del programa, al no presentarse de manera explícita en dos de ellos, entonces se tomó la decisión de clasificar la inclusión de temas de variación de manera parcial en el programa inglés.

México

En el caso de esta propuesta, hay muy pocos contenidos en sexto grado que podrían hacer referencia a cuestiones de variación. De hecho, la noción de variación está implícita en dichos contenidos, y depende de la interpretación que cada maestro le dé al contenido en el momento de diseñar la enseñanza. Por ejemplo:

- En sexto grado (bloque III) se lee: acercamiento a la propiedad de densidad de los racionales en contraste con los números naturales. El hecho de que siempre se pueda encontrar un número racional entre otros dos podría llevar la discusión a la recta numérica, para así hablar del recorrido dentro de un intervalo, asumiendo todos los posibles valores (reales) dentro del mismo, y por lo tanto, generar una idea de variación en los estudiantes. El problema es que esto depende más de la interpretación que le da el lector al contenido y no de la redacción del mismo.
- Otros casos en los que la variación queda sujeta al lector es en los contenidos relacionados con razonamiento proporcional. Estos contenidos están redactados de tal manera que, como en el caso de Inglaterra, se pueden reducir a resolver problemas de valor faltante, sin la necesidad de analizar la relación de proporcionalidad entre dos cantidades, como en el caso de Corea del Sur, en el que explícitamente se analiza la relación a partir de tablas (en las que las cantidades involucradas en la relación de proporcionalidad asumen una serie de valores que dan cuenta de la variación, situación que queda implícita al establecer exclusivamente la cuarta proporcional para encontrar el valor faltante).

Desarrollo de habilidades de generalización

Corea del Sur

Con respecto a las habilidades de generalización, se presentan a continuación algunos ejemplos que se refieren a este rubro. El primer ejemplo pertenece al segundo grado, en particular al eje de figuras. Los contenidos para este momento en particular se refieren a la comprensión de las figuras

geométricas y sus propiedades. Se especifica que se deben dibujar varios triángulos y cuadriláteros, para descubrir las semejanzas entre ellos a partir de contar el número de vértices y lados.

Otro ejemplo en el que se promueven habilidades de generalización y en particular una mejor comprensión del significado de la multiplicación es a partir del siguiente contenido que se encuentra en segundo grado, en el eje de patrones y resolución de problemas: *encontrar y explicar diversos patrones en una tabla de multiplicar.*

Un tercer ejemplo lo podemos encontrar en tercer grado, en el eje de medición, en particular, en la comprensión de la noción de peso. Los contenidos se refieren a: *comprender las unidades de medida 1g y 1 kg y la relación entre ellas; medir los pesos de varios objetos y expresarlos tanto en gramos como en kilogramos; sumar y restar pesos, y estimar pesos de varios objetos y desarrollar un sentido de cantidad.*

Una característica en común que presentan los ejemplos anteriores es que, mediante una serie de ejemplos, se busca que los estudiantes busquen las similitudes entre ellos, y, a partir de dicho análisis, puedan desarrollar o profundizar en la idea matemática que se pretende que aprendan en cada caso. De ahí que se considere que en la propuesta de Corea del Sur de la educación primaria sí se promueve el desarrollo de habilidades de generalización.

Inglaterra

A continuación se presentan algunos ejemplos en los que se infiere la intención educativa de que los estudiantes desarrollen habilidades de generalización:

- En segundo grado se espera que los estudiantes muestren que la suma de dos números se puede llevar a cabo en cualquier orden (propiedad conmutativa), y que la resta de dos números no cuenta con esta propiedad. También se espera que reconozcan la relación inversa entre la suma y la resta, y utilicen esto para checar sus cálculos y resolver problemas de valor faltante. Por último, también se espera que muestren que la multiplicación de dos números se puede llevar a cabo en cualquier orden para obtener el mismo resultado, mientras que la división de dos números no cuenta con esta propiedad.
- En cuarto grado, en el eje de geometría se espera que los estudiantes comparen y clasifiquen figuras geométricas, incluyendo cuadriláteros y triángulos, basados en sus propiedades y tamaños.
- En quinto grado, en el eje de geometría, también se espera que los alumnos utilicen las propiedades de los rectángulos para deducir propiedades y encontrar valores faltantes de lados y ángulos.

México

El hecho de que se considere que la propuesta de México cumple de manera parcial con el desarrollo de las habilidades de generalización se puede deber más a la redacción de los contenidos que a los contenidos en sí. A continuación se presentan dos contenidos que se pueden contrastar con los de la propuesta de otros países, y aunque atienden a las mismas ideas matemáticas, difieren con respecto a lo que se espera que los estudiantes puedan lograr con ellos:

- En segundo grado (bloque I) se encuentra el siguiente contenido: *identificación de semejanzas y diferencias entre composiciones geométricas*. El lector podría interpretar dicho contenido como presentar una lista de las semejanzas y diferencias entre las composiciones geométricas, y así pensar que se cumple con el objetivo del contenido. A partir de lo anterior surge la duda de cuál es el propósito de identificar las semejanzas y diferencias. En contraste, en el caso de la propuesta de Corea del Sur (en las especificaciones para la enseñanza y aprendizaje) se especifica que los estudiantes deben dibujar varios triángulos y cuadriláteros, para descubrir las semejanzas entre ellos a partir de contar el número de vértices y lados (es decir, las características que los hacen diferentes).
- En cuarto grado (bloque III) se encuentra el siguiente contenido: *clasificación de cuadriláteros con base en sus características (lados, ángulos, diagonales, ejes de simetría, etcétera)*. Este contenido se asemeja al siguiente, encontrado en el programa inglés: *que los estudiantes comparen y clasifiquen figuras geométricas, incluyendo cuadriláteros y triángulos, basados en sus propiedades y tamaños*. Es decir, que la clasificación se da a partir de la comparación entre las figuras geométricas.

Desarrollo de la argumentación en matemáticas

Corea del Sur

A continuación se presentan algunos ejemplos con respecto al desarrollo de la argumentación matemática en esta propuesta:

- El primer ejemplo es de segundo grado, del eje de medición, y en referencia a la expresión del valor medido. El contenido se refiere a que cuando la longitud medida no corresponde con la escala de la regla, entonces se debe expresar como “un poco más de”, “un poco menos de” o “aproximadamente”. Más adelante, en las sugerencias para la enseñanza y el aprendizaje del concepto se pide que al realizar las mediciones de distintos objetos, utilizando diversas unidades de medida, se genere la necesidad de utilizar unidades de medida estandarizadas.
- El segundo ejemplo es de tercer grado, del eje de probabilidad y estadística. El contenido se refiere a la organización de datos; en particular, se espera que los estudiantes recopilen, clasifiquen y organicen diversos tipos de datos, y los organicen en tablas, gráficas de barras y pictogramas sencillos. Y también se espera que encuentren y expliquen las propiedades de los datos expresados tanto en tablas como en gráficas.
- En cuarto grado los alumnos aprenden a elaborar gráficos de línea. Específicamente se espera que los estudiantes comparen gráficos de barras y gráficos de línea, y que comprendan sus propiedades y usos, de tal manera que puedan escoger el gráfico apropiado a elaborar, tomando en cuenta las propiedades de los datos.

Inglaterra

Se considera que el programa fomenta el desarrollo de habilidades de argumentación en los estudiantes. A continuación se presentan algunos contenidos relacionados con el tema, diferentes a los ya expuestos, como los casos en los que se muestra que se cumple la propiedad conmutativa de la suma y la multiplicación, y que no se cumple para la resta y la división:

- Cuarto grado: resolver problemas de dos pasos de suma y resta en contexto, y decidir las operaciones y métodos a utilizar y el porqué de los mismos.
- Quinto grado: resolver problemas de varios pasos de suma y resta en contexto, decidir las operaciones y métodos a utilizar y el por qué de los mismos.

México

Son escasos los contenidos en los que se pueda decir que los alumnos pueden desarrollar habilidades de argumentación, a pesar de que algunos se asemejan a ejemplos de otras propuestas. Tal es el caso del siguiente contenido de cuarto grado (bloque III): resolución de problemas en los que sea necesario relacionar operaciones de multiplicación y adición para darles respuesta. Si bien este contenido es parecido a uno que encontré en el programa inglés, en este caso no se espera que los estudiantes proporcionen explicaciones en relación con los métodos elegidos de resolución (situación que sí está explícita en la redacción del contenido de del programa inglés).

Los siguientes contenidos sí se apegan de manera explícita a este rubro:

- Tercer grado (bloque V): comparación por tanteo del peso de dos objetos y comprobación en una balanza de platillos.
- Quinto grado (bloque V): cálculo de la media (promedio). Análisis de su pertinencia respecto a la moda como dato representativo en situaciones diversas.
- Sexto grado (bloque II): lectura de datos, explícitos o implícitos, contenidos en diversos portadores para responder preguntas.

2.4 Análisis comparativo del currículo de matemáticas: nivel secundaria

2.4.1. Eje 1. El sentido de las matemáticas en el currículo

Propósito de enseñar matemáticas

La tabla 2.35 muestra extractos de los programas considerados en el estudio, en los que se expresa el propósito de enseñar matemáticas en cada una de las propuestas. A continuación se hace una valoración del currículo mexicano, en comparación con las otras propuestas, en cuanto a este rubro del eje 1.

Tabla 2.35. Propósito de enseñar matemáticas (descripción general)

México	<p>En el programa de matemáticas de secundaria se explicitan los objetivos de esta forma: Mediante el estudio de las Matemáticas en la Educación Básica se pretende que los niños y adolescentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaboren explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos. • Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución. • Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo (SEP, 2011a, p. 13). <p>También se explicitan los propósitos de la enseñanza de las matemáticas en la primaria y la secundaria: Para avanzar en el desarrollo del pensamiento matemático en la primaria y secundaria, su estudio se orienta a aprender a resolver y formular preguntas en que sea útil la herramienta matemática. Adicionalmente, se enfatiza la necesidad de que los propios alumnos justifiquen la validez de los procedimientos y resultados que encuentren, mediante el uso de este lenguaje. El nivel de secundaria atiende el tránsito del razonamiento intuitivo al deductivo, y de la búsqueda de información al análisis de los recursos que se utilizan para presentarla (SEP, 2011, p. 13).</p>
Corea del Sur	<p>En el programa de estudios se indica que: La comprensión y aplicación de los conceptos matemáticos, incluyendo la habilidad de resolver problemas prácticos, son esenciales para aprender diversos temas y para mejorar las competencias profesionales. El conocimiento matemático y los métodos de pensamiento han sido fundamentales para el desarrollo de la civilización humana, y serán necesarios en la futura sociedad de la información. Las matemáticas son necesarias para aprender exitosamente, para interpretar diversos fenómenos de forma matemática, para tener una actitud positiva y lograr la excelencia (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a).</p>
Chile	<p>Los programas de estudio que se toman como referencia en secundaria son los que corresponden al séptimo y octavo básicos y primer grado de educación media. La información general es la misma en los tres programas. Se indica lo siguiente: El aprendizaje de la matemática ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas para desenvolverse en la vida cotidiana. Entre ellas se encuentran el cálculo, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones, formular conjeturas, evaluar la validez de resultados y seleccionar estrategias para resolver problemas. Todo esto contribuye a desarrollar un pensamiento lógico, ordenado, crítico y autónomo, y a generar actitudes como precisión, rigurosidad, perseverancia y confianza en sí mismo, que se valoran no sólo en la ciencia y la tecnología, sino también en la vida cotidiana. Aprender matemáticas acrecienta también las habilidades relativas a la comunicación; por una parte, enseña a presentar información con precisión y rigurosidad y, por otra, a demandar exactitud y rigor en las informaciones y argumentos que se reciben. El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo provocan importantes consecuencias en el desarrollo, el desempeño y la vida de las personas. El entorno social valora el conocimiento matemático y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior. Aprender matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades; por lo tanto, contribuye a que la persona se sienta un ser autónomo y valioso. En consecuencia, la calidad, la pertinencia y la amplitud de ese conocimiento afecta las posibilidades y la calidad de vida de las personas y afecta el potencial de desarrollo del país. La matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y sus relaciones y prepara a los estudiantes para que entiendan el medio y las múltiples relaciones que se dan en un espacio simbólico y físico de complejidad creciente (Ministerio de Educación, 2011, p. 24).</p>
Inglaterra	<p>En el programa de estudios (Department for Education, 2014) se establece que las matemáticas son esenciales para la vida cotidiana, son críticas para la ciencia, la tecnología y la ingeniería y son necesarias para las finanzas y para la mayoría de los empleos. El objetivo de la educación matemática es proveer los fundamentos para entender el mundo, la habilidad para razonar matemáticamente y permitir que se aprecie su belleza y su potencia, así como desarrollar la sensación de gozo y curiosidad por la matemática en sí misma.</p>

Los propósitos de enseñar matemáticas en el currículo de México se centran en la enseñanza de los contenidos. En contraste, los currículos de los otros países enfatizan, por ejemplo, la importancia de resolver problemas de la vida diaria, la vinculación de las matemáticas con otras áreas del conocimiento (en especial con la tecnología y otras ciencias), el desarrollo de habilidades que servirán para la vida profesional, y la mejora del concepto que tienen los alumnos de sí mismos.

Contenido de la enseñanza

En la tabla 2.36 se describen los contenidos de cada una de las propuestas analizadas y al final se hace una valoración de la propuesta de México, en comparación con las otras tres propuestas.

Tabla 2.36. Contenido de enseñanza (descripción general)

México	<p>El programa de estudios se presenta organizado en tres grandes indicadores que van de lo más general a lo más específico: estándares, aprendizajes esperados y contenidos. Un estándar abarca varios aprendizajes esperados, y un aprendizaje esperado abarca varios contenidos. Cada uno de estos elementos está redactado en forma de indicador de logro (se especifica un verbo que indica lo que se espera que hagan los estudiantes). Adicionalmente se indica que los estudiantes deben desarrollar cuatro competencias matemáticas (resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, manejar técnicas eficientemente). No se indica la relación entre las competencias y los demás componentes del programa, ya que estas competencias deben desarrollarse en todo momento. Uno de los estándares alude a las actitudes y valores, pero no tiene relacionados aprendizajes esperados o contenidos.</p>
	<p>Los contenidos se dividen en tres ejes (sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida, y manejo de la información); cada eje se compone de varios temas. En el programa de matemáticas se indica una descripción para cada eje (SEP, 2011a, p. 25).</p> <p>Sentido numérico y pensamiento algebraico (temas: números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos, patrones y ecuaciones):</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra: ▪ La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético o algebraico. ▪ La generalización de propiedades aritméticas mediante el uso del álgebra. ▪ La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos. <p>Forma, espacio y medida (temas: figuras y cuerpos, medida, ubicación espacial):</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Forma, espacio y medida integra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación secundaria: ▪ La exploración de características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos. ▪ La generación de condiciones para un trabajo con características deductivas. ▪ La justificación de las fórmulas que se utilizan para el cálculo geométrico. <p>Manejo de la información (temas: proporcionalidad y funciones, nociones de probabilidad, análisis y representación de dato):</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Manejo de la información incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informada, de manera que se orienta hacia: ▪ La búsqueda, la organización, el análisis y la presentación de información para responder preguntas. ▪ El uso eficiente de la herramienta aritmética o algebraica que se vincula de manera directa con el manejo de la información. ▪ El conocimiento de los principios básicos de la aleatoriedad.

En cada grado hay cinco bloques (cada uno corresponde a un bimestre). En cada bloque se trabajan contenidos de los tres ejes (entre seis y nueve contenidos por bimestre).

Los conceptos importantes son que cada contenido pertenece a un tema y a un eje —“De cada uno de los ejes se desprenden varios temas y para cada uno hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad. Los temas son grandes ideas matemáticas cuyo estudio requiere un desglose más fino (los contenidos)” (SEP, 2011a, p. 26)—.

En la siguiente tabla se presenta la cantidad de contenidos de cada eje, por grado.

México	Grado	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida	Análisis de la información	Total
	Primero	17	9	11	37
	Segundo	11	11	15	37
	Tercero	5	16	12	33
	Totales	33	36	38	

El total de contenidos para la secundaria es de 107.

El currículo se presenta por contenidos temáticos. Primero se indica una tabla por temas y con contenidos generales. Después los contenidos se presentan divididos por temas y subtemas, y para cada subtema se presenta uno o varios indicadores de logro. En secundaria éstos son los temas y subtemas.

Primer grado

- Números y operaciones
 - Conjuntos
 - Propiedades de los números naturales
 - Números enteros
 - Números racionales
- Variables y expresiones
 - Uso de variables y cálculo de expresiones
 - Ecuaciones lineales
 - Aplicaciones de las ecuaciones lineales
- Funciones
 - Funciones y gráficas
 - Aplicaciones de funciones
- Probabilidad y estadística
 - Distribución de frecuencias y gráficas
 - Distribución de frecuencias relativas y frecuencias acumuladas
- Geometría
 - Figuras básicas
 - Construcciones y congruencia
 - Propiedades de figuras planas
 - Propiedades de sólidos

Corea del Sur

Segundo grado

- Números y operaciones
 - Números racionales y decimales recursivos
 - Valor aproximado
- Variables y expresiones
 - Cálculo de expresiones
 - Ecuaciones lineales simultáneas con dos incógnitas
 - Aplicaciones de las ecuaciones lineales simultáneas
 - Desigualdades lineales y desigualdades lineales simultáneas
 - Aplicaciones de las desigualdades lineales y desigualdades lineales simultáneas
- Funciones
 - Funciones lineales y sus gráficas
 - Aplicaciones de funciones lineales

- Probabilidad y estadística
 - Probabilidad y propiedades básicas
- Geometría
 - Propiedades de triángulos y cuadriláteros
 - Figuras semejantes
 - Aplicaciones de la semejanza de figuras

Tercer grado

- Números y operaciones
 - Raíz cuadrada y números reales
 - Cálculo de expresiones que incluyen el símbolo de raíz
- Variables y expresiones
 - Factorización de polinomios
 - Ecuaciones cuadráticas
 - Aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas
- Funciones
 - Funciones cuadráticas y sus gráficas
- Probabilidad y estadística
 - Medidas de tendencia central y de dispersión
- Geometría
 - Teorema de Pitágoras
 - Razones trigonométricas
 - Círculos y líneas rectas
 - Ángulos inscritos

Corea del Sur

En la siguiente tabla se presenta la cantidad de indicadores por cada tema y por grado.

Grado	Números y operaciones	Variables y expresiones	Funciones	Probabilidad y estadística	Geometría	Total
Primero	15	7	4	4	15	45
Segundo	4	14	5	3	8	34
Tercero	4	3	2	2	9	20
Totales	23	24	11	9	32	

El total de indicadores para secundaria es de 99.

El programa de estudios ofrece una propuesta para organizar y orientar el trabajo pedagógico del año escolar. Esta propuesta pretende promover el logro de los Objetivos Fundamentales (OF) y el desarrollo de los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) que define el Marco Curricular.

Los principales componentes que conforman la propuesta del programa son:

- Una especificación de los aprendizajes que se deben lograr para alcanzar los OF y los CMO del Marco Curricular, lo que se expresa a través de los aprendizajes esperados.
- Una organización temporal de estos aprendizajes en semestres y unidades.
- Una propuesta de actividades de aprendizaje y de evaluación, a modo de sugerencia.

Chile

Cada grado está dividido en dos semestres. En cada semestre se estudian dos grandes temas. Por cada tema y grado se indican los aprendizajes esperados. El número de aprendizajes esperados por tema y grado es el siguiente:

Grado	Primer semestre		Segundo semestre		Total
	Números y álgebra	Geometría	Números y geometría	Datos y azar	
Primero	8	4	12	4	28



	Grado	Primer semestre		Segundo semestre		
		Números y álgebra	Geometría	Álgebra	Datos y azar	Total
Segundo		5	11	5	5	26

Chile	Grado	Primer semestre		Segundo semestre		
		Números	Álgebra	Geometría	Datos y azar	Total
	Segundo	9	6	8	9	32

El total de indicadores para los tres grados es de 86.

En el apéndice de cada programa se indica la relación entre los aprendizajes esperados y los OF y los CMO.

En cada unidad temática se indican el propósito, los conocimientos previos, las palabras clave y los contenidos, habilidades y actitudes específicos a desarrollar en esa unidad.

La etapa 3 es la que corresponde a secundaria. El programa presenta un listado de indicadores de logro por tema. En este listado no se establece una repartición temporal de los temas.

Los grandes temas y la cantidad de indicadores de logro son los siguientes:

- Inglaterra
- Número (16 indicadores)
 - Álgebra (16 indicadores)
 - Razón, proporción y razones de cambio (10 indicadores)
 - Geometría y medida (16 indicadores)
 - Probabilidad (4 indicadores)
 - Estadística (3 indicadores)

Para esta etapa hay un total de 65 indicadores de logro.

Los elementos fundamentales del currículo de México (estándares, aprendizajes esperados y contenidos) tienen relación con los de los otros países en tanto que están escritos como indicadores de logro (se indica un verbo que especifica el uso que se le da a un contenido matemático). En este sentido, los contenidos de la propuesta de México se equiparan a los aprendizajes esperados de la de Chile y a los indicadores de logro por tema o subtema de las propuestas de Corea del Sur e Inglaterra. Es por ello que puede resultar útil el número de contenidos del programa de secundaria en México (107), en comparación con el número de indicadores para los otros países. En todos los casos el número para México es mayor, y esto puede indicar que se tiene un programa más cargado de contenidos y habilidades por aprender.

Acercamiento de enseñanza de las matemáticas

El acercamiento de enseñanza propuesto en cada uno de los programas se expone en la tabla 2.37, y enseguida se hace brevemente una valoración del programa mexicano, respecto de las otras tres propuestas.

Tabla 2.37. Acercamiento de la enseñanza de las matemáticas (descripción general)

México	<p>En el programa de matemáticas de secundaria se dan orientaciones didácticas específicas para los docentes, por un lado, para trabajar el enfoque de resolución de problemas (SEP, 2011, pp. 20-22):</p> <p>a) Lograr que los alumnos se acostumbren a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas que se les plantean, mientras el docente observa y cuestiona a los equipos de trabajo, tanto para conocer los procedimientos y argumentos que se ponen en práctica como para aclarar ciertas dudas, destrabar procesos y lograr que los alumnos puedan avanzar. Aunque al principio habrá desconcierto de los alumnos y del docente, vale la pena insistir en que sean los primeros quienes encuentren las soluciones. Pronto se empezará a notar un ambiente distinto en el salón de clases; es decir, los alumnos compartirán sus ideas, habrá acuerdos y desacuerdos, se expresarán con libertad, y no habrá duda de que reflexionan en torno al problema que tratan de resolver.</p> <p>b) Acostumbrarlos a leer y analizar los enunciados de los problemas. Leer sin entender es una deficiencia muy común cuya solución no corresponde sólo a la comprensión lectora de la asignatura de Español. Muchas veces los alumnos obtienen resultados diferentes que no por ello son incorrectos, sino que corresponden a una interpretación distinta del problema; por lo tanto, es necesario averiguar cómo interpretan la información que reciben de manera oral o escrita.</p> <p>c) Lograr que los alumnos aprendan a trabajar de manera colaborativa. Es importante porque ofrece a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y de enriquecerlas con las opiniones de los demás, ya que desarrollan la actitud de colaboración y la habilidad para argumentar; además, de esta manera se facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran. Sin embargo, la actitud para trabajar de manera colaborativa debe fomentarse por los docentes, además de insistir en que cada integrante asuma la responsabilidad de la tarea que se trata de realizar, no de manera individual sino colectiva; por ejemplo, si la tarea consiste en resolver un problema, cualquier integrante del equipo debe estar en posibilidad de explicar el procedimiento que utilizó.</p> <p>d) Saber aprovechar el tiempo de la clase. Se suele pensar que si se pone en práctica el enfoque didáctico, que consiste en plantear problemas a los alumnos para que los resuelvan con sus propios medios, discutan y analicen sus procedimientos y resultados, no alcanza el tiempo para concluir el programa; por lo tanto, se decide continuar con el esquema tradicional en el cual el docente “da la clase”, mientras los alumnos escuchan aunque no comprendan. La experiencia muestra que esta decisión conduce a tener que repetir, en cada grado escolar, mucho de lo que aparentemente se había aprendido; de manera que es más provechoso dedicar el tiempo necesario para que los alumnos adquieran conocimientos con significado y desarrollen habilidades que les permitan resolver diversos problemas y seguir aprendiendo.</p> <p>e) Superar el temor a no entender cómo piensan los alumnos. Cuando el docente explica cómo se solucionan los problemas y los alumnos tratan de reproducir las explicaciones al resolver algunos ejercicios, se puede decir que la situación está bajo control. Difícilmente surgirá en la clase algo distinto a lo que el docente ha explicado, incluso muchas veces los alumnos manifiestan cierto temor de hacer algo diferente a lo que hizo el docente. Sin embargo, cuando éste plantea un problema y lo deja en manos de los alumnos, sin explicación previa de cómo se resuelve, usualmente surgen procedimientos y resultados diferentes, que son producto de cómo piensan los alumnos y de lo que saben hacer. Ante esto, el verdadero desafío para los docentes consiste en ayudar a los alumnos a analizar y socializar lo que produjeron.</p>
Corea del Sur	<p>En currículo presenta una sección que indica los métodos de enseñanza. En ésta se presentan las siguientes recomendaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Los contenidos no necesariamente se deben enseñar en el orden que se indica en las tablas. Es necesario considerar sus características y su grado de dificultad. ▪ Llevar a cabo diferentes técnicas de estudio como: enseñanza por descubrimiento, enseñanza por exploración, aprendizaje cooperativo, aprendizaje individual, aprendizaje por explicación. ▪ Formular preguntas a los estudiantes con base en su nivel y su experiencia. ▪ Hacer preguntas a los estudiantes que fomenten respuestas creativas. ▪ Utilizar ejemplos de fenómenos sociales y naturales para introducir los conceptos, principios y reglas. ▪ Permitir que los estudiantes descubran ellos mismos los conceptos, principios y reglas por medio de la manipulación de material concreto. ▪ Permitir que los estudiantes lleven a cabo pensamiento inductivo y analogías, y justificarlas o demostrarlas.

Corea del Sur	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar la comunicación de los estudiantes para que entiendan la definición de términos, símbolos, tablas y gráficas, y, que las usen correctamente. • Incentivar para que expliquen sus ideas matemáticas usando palabras, y que las visualicen para comunicarlas efectivamente. • Fomentar que se expresen y discutan para que exploren sus propias ideas y las de los demás. • Desarrollar continuamente la habilidad para resolver problemas al presentar problemas continuamente con los que los estudiantes utilicen los métodos de pensamiento. • Presentar problemas que motiven a los estudiantes para resolverlos creativamente. • Enfatizar no sólo la búsqueda del resultado correcto, sino también la búsqueda de mejores métodos de resolución. • Presentar problemas de la vida cotidiana, fenómenos naturales y sociales, para utilizar conceptos matemáticos, principios y reglas. • Enfatizar constantemente el valor y la necesidad de las matemáticas (Ministry of Education, Science and Technology, (2007a, p. 61).
Chile	<p>Para la planeación de clase se indica que el profesor debe “procurar que los estudiantes sepan qué y por qué van a aprender, qué aprendieron y de qué manera” (Ministerio de Educación, 2011, p. 18).</p> <p>Adicionalmente, se recomienda que cada clase sea diseñada distinguiendo su inicio, desarrollo y cierre y especificando claramente qué elementos se considerarán en cada una de estas partes. Se requiere considerar aspectos como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> › inicio: en esta fase, se debe procurar que los estudiantes conozcan el propósito de la clase; es decir, qué se espera que aprendan. A la vez, se debe buscar captar el interés de los estudiantes y que visualicen cómo se relaciona lo que aprenderán con lo que ya saben y con las clases anteriores. › desarrollo: en esta etapa, el docente lleva a cabo la actividad contemplada para la clase. › cierre: este momento puede ser breve (5 a 10 minutos), pero es central. En él se debe procurar que los estudiantes se formen una visión acerca de qué aprendieron y cuál es la utilidad de las estrategias y experiencias desarrolladas para promover su aprendizaje (Ministerio de Educación, 2011, p. 18). <p>En la orientaciones didácticas se indica que el docente debe tomar en cuenta los siguientes rubros (Ministerio de Educación, 2011, p. 18):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los conceptos matemáticos: profundidad e integración. • El uso del contexto. • Razonamiento matemático y resolución de problemas. • Uso del error. • Aprendizaje matemático y desarrollo personal. • Tecnologías digitales y aprendizaje matemático. • Clima y motivación.
Inglaterra	No se especifica de forma explícita cómo enseñar matemáticas.

Las cuatro propuestas presentan orientaciones didácticas generales para el trabajo en el aula. En México, estas orientaciones se centran en cómo llevar a cabo el enfoque de resolución de problemas. En el caso de los programas de Corea del Sur y Chile se le da importancia a la resolución de problemas, pero no se presenta como el único método para la enseñanza; es una de las habilidades a desarrollar en matemáticas, pero se indica que existe otra variedad de métodos de enseñanza que la complementan.

Evaluación

En la tabla 2.38 se presentan los elementos que dan cuenta de las orientaciones para la evaluación en cada una de las propuestas del estudio. Enseguida se hace una comparación de tales elementos entre las cuatro propuestas.

Tabla 2.38. Características de la evaluación educativa

México	<p>La evaluación no se menciona en la parte que corresponde al programa específico de matemáticas en secundaria. Sólo aparece en la parte que corresponde a la guía del maestro y ésta se presenta de forma demasiado general, ya que no hay indicaciones de cómo llevar a cabo la evaluación para la asignatura de matemáticas. Se dan algunos lineamientos generales y se indican cuatro fases que se deben considerar al evaluar:</p> <p>La evaluación considera si el estudiante se encuentra en la fase inicial, donde se pone en funcionamiento su fondo de conocimientos; en la fase de ejercitación, donde se llevan a cabo los casos particulares y se continúa o se confronta con los conocimientos previos; en la fase de teorización, donde se explican los resultados prácticos con las nociones y las herramientas matemáticas escolares; o finalmente, si se ubica en la fase de validación de lo construido (SEP, 2011a, p. 87).</p>
Corea del Sur	<p>Estas fases y el lenguaje utilizado van en contra del discurso del enfoque de resolución de problemas; pareciera ser que esas fases fueron propuestas por alguien que conoce acerca de teorías pedagógicas generales, pero no conoce demasiado acerca de las particularidades en matemáticas. Por ejemplo, también se sugiere que el maestro busque anécdotas históricas y noticias de interés para la sociedad actual”, sin embargo, “las notas no necesariamente tienen que estar relacionadas con el tema abordado en clase, pero sí con problemáticas sociales que afectan la vida de la y el estudiante”. En general un profesor que utilice en clase referentes históricos o noticias, las relaciona con el contenido matemático que se está estudiando.</p> <p>Para la evaluación se dan las siguientes orientaciones (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, p. 64):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Al evaluar es necesario considerar el nivel de cada estudiante. • La evaluación debe ser diagnóstica, formativa y sumativa. • Deben considerarse diversas formas de evaluar: exámenes escritos, observación, intervención, autoevaluación. • La evaluación no debe centrarse sólo en el resultado, también debe tomar en cuenta el proceso de resolución. • La evaluación debe centrarse en: la habilidad para comprender y aplicar los principios básicos, conceptos y reglas de las matemáticas; la habilidad para entender las representaciones matemáticas y usarlas correctamente; la habilidad para hacer inferencias; la habilidad para resolver problemas; la habilidad para observar, analizar y organizar diferentes fenómenos; la habilidad para comunicar los procesos y resultados matemáticos. • La evaluación del dominio afectivo debe centrarse en la perspectiva, el interés y la confianza de los estudiantes hacia las matemáticas.
Chile	<p>La evaluación se presenta en el programa como un componente importante de la planificación:</p> <p>Para que la planificación efectivamente ayude al logro de los aprendizajes, debe estar centrada en torno a ellos y desarrollarse a partir de una visión clara de lo que los alumnos deben aprender. Para alcanzar este objetivo, se recomienda elaborar la planificación en los siguientes términos:</p> <p>[...] comenzar por una especificación de los Aprendizajes Esperados que no se limite a listarlos. Una vez identificados, es necesario desarrollar una idea lo más clara posible de las expresiones concretas que puedan tener. Esto implica reconocer qué desempeños de los estudiantes demuestran el logro de los aprendizajes. Se deben poder responder preguntas como ¿qué deberían ser capaces de demostrar los estudiantes que han logrado un determinado Aprendizaje Esperado?, ¿qué habría que observar para saber que un aprendizaje ha sido logrado?</p> <p>[...] a partir de las respuestas a esas preguntas, decidir las evaluaciones a realizar y las estrategias de enseñanza. Específicamente, se requiere identificar qué tarea de evaluación es más pertinente para observar el desempeño esperado y qué modalidades de enseñanza facilitarán alcanzar este desempeño. De acuerdo con este proceso, se debe definir las evaluaciones formativas y sumativas, las actividades de enseñanza y las instancias de retroalimentación (Ministerio de Educación de Chile, 2011, p. 16).</p>



	<p>También se dan orientaciones generales para evaluar:</p> <p>La evaluación forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. No se debe usar sólo como un medio para controlar qué saben los estudiantes, sino que cumple un rol central en la promoción y el desarrollo del aprendizaje. Para que cumpla efectivamente con esta función, debe tener como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ser un recurso para medir progreso en el logro de los aprendizajes. • proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los alumnos y, sobre esa base, retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados dentro del sector. • ser una herramienta útil para la planificación. <p>Se dan orientaciones generales para: promover el aprendizaje a través de la evaluación, articular los mapas de progreso del aprendizaje con la evaluación y diseñar la evaluación.</p> <p>Además, en cada unidad se presentan varios indicadores de evaluación por aprendizaje esperado. Para uno de los aprendizajes esperados se da una propuesta de actividad de evaluación.</p>
Chile	
Inglaterra	<p>Se indica que, aunque la expectativa es que todos los estudiantes avancen a un ritmo similar, es necesario tomar decisiones acerca de su progreso. Los estudiantes que tengan un avance mayor al promedio deben ser enfrentados a problemas más complejos y sofisticados antes de pasar a enseñarles nuevos contenidos. Los estudiantes que avancen a un ritmo más lento deben consolidar su comprensión de los contenidos y recibir práctica adicional antes de avanzar (Department for Education, 2014).</p>

Los programas de Corea del Sur y Chile presentan orientaciones didácticas generales para la evaluación, pero también incluyen orientaciones específicas para cada unidad o subtema. El programa de Corea incluye, para cada subtema, los términos y símbolos específicos que se van a estudiar, y se da una serie de orientaciones didácticas específicas que sirven para determinar el alcance de los contenidos.

En el programa de Chile se presentan orientaciones didácticas específicas por unidad; en ellas se incluyen las posibles dificultades de los estudiantes y también se dan ejemplos de actividades por aprendizaje esperado, así como un ejemplo de evaluación para cada uno de estos últimos.

El programa de México no tiene orientaciones específicas para la evaluación en matemáticas, y, al eliminar las orientaciones didácticas de los programas publicados, los docentes no cuentan con una guía clara de los alcances de cada contenido específico.

2.4.2 Eje 2. Contenido disciplinar: su organización y enseñanza

Propósitos y objetivos del currículo

Se exponen extractos de los programas analizados, en los que se identifica, para cada caso, el propósito (el sentido) de enseñar matemáticas en la educación obligatoria. A continuación, se hace un breve análisis comparativo de tales propósitos entre las propuestas analizadas (véase tabla 2.39).

Tabla 2.39. Propósitos y objetivos del currículo

México	<p>En el programa de matemáticas se indica que “los Programas de estudio 2011 contienen los propósitos, enfoques, Estándares Curriculares y aprendizajes esperados, manteniendo su pertinencia, gradualidad y coherencia de sus contenidos, así como el enfoque inclusivo y plural que favorece el conocimiento y aprecio de la diversidad cultural y lingüística de México; además, se centran en el desarrollo de competencias con el fin de que cada estudiante pueda desenvolverse en una sociedad que le demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia, y en un mundo global e interdependiente” (SEP, 2011a, p. 8).</p> <p>Los propósitos del estudio de las matemáticas en la educación secundaria son los siguientes:</p> <p>En esta fase de su educación, como resultado del estudio de las Matemáticas, se espera que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos. • Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones. • Justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera. • Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas. • Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad. • Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática. • Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad. • Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independientes (SEP, 2011a, p. 14).
Corea del Sur	<p>Los objetivos del currículo son obtener conocimiento matemático y comprender las funciones, y cultivar la habilidad de pensar y comunicarse matemáticamente para investigar diversos fenómenos y problemas matemáticos para tomar decisiones prácticas y construir una actitud positiva hacia las matemáticas (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, p. 7).</p>
Chile	<p>El programa de estudios se centra en los aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes (Ministerio de Educación de Chile, 2011, p. 8).</p> <p>Los aprendizajes que promueven el Marco Curricular y los programas de estudio apuntan a un desarrollo integral de los estudiantes. Para tales efectos, esos aprendizajes involucran tanto los conocimientos propios de la disciplina como las habilidades y actitudes.</p> <p>Se busca que los estudiantes pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto del sector de aprendizaje como al desenvolverse en su entorno. Esto supone orientarlos hacia el logro de competencias, entendidas como la movilización de dichos elementos para realizar de manera efectiva una acción determinada.</p> <p>Se trata una noción de aprendizaje de acuerdo con la cual los conocimientos, las habilidades y las actitudes se desarrollan de manera integrada y, a la vez, se enriquecen y potencian de forma recíproca.</p> <p>Las habilidades, los conocimientos y las actitudes no se adquieren espontáneamente al estudiar las disciplinas. Necesitan promoverse de manera metódica y estar explícitas en los propósitos que articulan el trabajo de los docentes.</p> <p>Las habilidades son importantes porque son fundamentales en el actual contexto social y permiten poner en juego los conocimientos.</p> <p>Los conocimientos son importantes porque enriquecen la comprensión y la relación con el entorno y son una base para el desarrollo de las habilidades.</p> <p>Las actitudes son importantes porque están involucradas en los propósitos formativos de la educación.</p>

Chile	<p>En Chile se indica la transversalidad a través de los Objetivos Fundamentales Transversales (OFT). En cada unidad se explicita la relación de los aprendizajes esperados con los OFT.</p> <p>Los OFT son aprendizajes que tienen un carácter comprensivo y general, y apuntan al desarrollo personal, ético, social e intelectual de los estudiantes. Forman parte constitutiva del currículum nacional y, por lo tanto, los establecimientos deben asumir la tarea de promover su logro.</p> <p>Los OFT no se logran a través de un sector de aprendizaje en particular; conseguirlos depende del conjunto del currículum. Deben promoverse a través de las diversas disciplinas y en las distintas dimensiones del quehacer educativo (por ejemplo, por medio del proyecto educativo institucional, la práctica docente, el clima organizacional, la disciplina o las ceremonias escolares).</p> <p>No se trata de objetivos que incluyan únicamente actitudes y valores. Supone integrar esos aspectos con el desarrollo de conocimientos y habilidades.</p> <p>Los Objetivos Fundamentales Transversales se agrupan en cinco ámbitos: crecimiento y autoafirmación personal, desarrollo del pensamiento, formación ética, la persona y su entorno y tecnologías de la información y la comunicación (Ministerio de Educación, 2011, p. 10).</p>
Inglaterra	<p>En el programa de estudios (Department for Education, 2014) se indica que el propósito del currículum nacional es asegurar que todos los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Obtengan fluidez en el manejo de los fundamentos de las matemáticas, incluyendo la práctica en la resolución de problemas variados que vayan incrementando su complejidad, de forma que los estudiantes puedan desarrollar la comprensión de los conceptos y la habilidad de recordar y aplicar rápidamente sus conocimientos. • Que sean capaces de razonar matemáticamente a través de hacerse preguntas, formular conjeturas, establecer relaciones y generalizaciones, y desarrollando argumentos, justificaciones o pruebas por medio del lenguaje matemático. • Resuelvan problemas aplicando su conocimiento matemático a una gran variedad de problemas rutinarios y no rutinarios que vayan aumentando su complejidad y sofisticación. Que sean capaces de identificar los pasos que se requieren para resolver los problemas y perseverar en la búsqueda de soluciones.

Los propósitos del programa de estudios de México están centrados en contenidos matemáticos. En contraste, los currículos de los otros países enfatizan, por ejemplo, la importancia de resolver problemas de la vida diaria, la vinculación de las matemáticas con otras áreas del conocimiento (en especial la tecnología y otras ciencias), el desarrollo de habilidades que servirán para la vida profesional y la mejora del concepto que tienen los alumnos de sí mismos. En el caso de la propuesta de Inglaterra, los propósitos enfatizan las habilidades que los alumnos van a desarrollar al estudiar matemáticas.

Presentación del currículum

La tabla 2.40 indica las características de presentación del currículum para cada una de las propuestas analizadas.

Tabla 2.40. Características sobre la presentación del currículo

	<p>El currículo de México se presenta en una exposición extensa, es prescriptivo y estático.</p> <p>El currículo tiene tres componentes principales: los estándares, los aprendizajes esperados y los contenidos. Además de las cuatro competencias matemáticas.</p> <p>Como se indica en los programas de estudios, el propósito central de la Reforma Integral para la Educación Básica es el desarrollo de competencias:</p> <p>el sistema educativo nacional debe organizarse para que cada estudiante desarrolle competencias que le permitan desenvolverse en una economía donde el conocimiento es fuente principal para la creación de valor, en una sociedad que demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia internas, y en un mundo global e interdependiente (SEP, 2011i, p. 6).</p> <p>También se indica que las competencias se desarrollan a partir de aprendizajes esperados y estándares curriculares:</p> <p>La Reforma Integral de la Educación Básica es una política pública que impulsa la formación integral de todos los alumnos de preescolar, primaria y secundaria con el objetivo de favorecer el desarrollo de competencias para la vida y el logro del perfil de egreso, a partir de aprendizajes esperados y del establecimiento de Estándares Curriculares, de Desempeño Docente y de Gestión (SEP, 2011i, p. 9).</p> <p>Estos tres componentes se definen de la siguiente manera en el Acuerdo de articulación:</p> <p>Una competencia es la capacidad de responder a diferentes situaciones, e implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes).</p>
México	<p>Los Estándares Curriculares son descriptores de logro y definen aquello que los alumnos demostrarán al concluir un periodo escolar; sintetizan los aprendizajes esperados que, en los programas de educación primaria y secundaria, se organizan por asignatura-grado-bloque, y en educación preescolar por campo formativo-aspecto.</p> <p>Los aprendizajes esperados son indicadores de logro que, en términos de la temporalidad establecida en los programas de estudio, definen lo que se espera de cada alumno en términos de saber, saber hacer y saber ser.</p> <p>Los aprendizajes esperados gradúan progresivamente los conocimientos, las habilidades, las actitudes y los valores que los alumnos deben alcanzar para acceder a conocimientos cada vez más complejos, al logro de los Estándares Curriculares y al desarrollo de competencias (SEP, 2011i, p. 22).</p> <p>La importancia de los aprendizajes esperados y los estándares es que “El logro del perfil de egreso podrá manifestarse al alcanzar de forma paulatina y sistemática los aprendizajes esperados y los Estándares Curriculares” (SEP, 2011i, p. 33).</p> <p>Los estándares para matemáticas se organizan en cuatro ejes:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Sentido numérico y pensamiento algebraico.2. Forma, espacio y medida.3. Manejo de la información.4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas. <p>Su progresión debe entenderse como:</p> <p>Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados. Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.</p>



Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo (SEP, 2011i, p. 80).

Las cuatro competencias matemáticas son las siguientes:

Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; por ejemplo, problemas con solución única, otros con varias soluciones o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que sean los alumnos quienes planteen las preguntas. Se trata de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces, o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución.

Comunicar información matemática. Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan nexos entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.

Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal.

Manejar técnicas eficientemente. Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. Muchas veces el manejo eficiente o deficiente de técnicas establece la diferencia entre quienes resuelven los problemas de manera óptima y quienes alcanzan una solución incompleta o incorrecta. Esta competencia no se limita a usar de forma mecánica las operaciones aritméticas, sino que apunta principalmente al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación; en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema, y en evaluar la pertinencia de los resultados. Para lograr el manejo eficiente de una técnica es necesario que los alumnos la sometan a prueba en muchos problemas distintos; así adquirirán confianza en ella y la podrán adaptar a nuevos problemas (SEP, 2011, p. 23).

México

En el acuerdo para la articulación se presentan los estándares por cada nivel educativo, y en tablas aparte se presentan los aprendizajes esperados por grado y por bimestre; en el caso de matemáticas los aprendizajes esperados se presentan junto con los contenidos que se tratan en cada bimestre o bloque.

Los estándares corresponden a los indicadores de logro que los estudiantes deben tener al egresar de la secundaria. Los aprendizajes esperados van dando cuenta de los avances de los alumnos a lo largo de la secundaria, ya que se presentan por bimestre.

Los estándares y los aprendizajes esperados tienen una relación, en tanto que el logro de un estándar se obtiene a partir del logro de un grupo de aprendizajes esperados. Sin embargo, esta relación no se indica en los programas. De la misma forma, el estudio de varios contenidos permite el logro de los aprendizajes esperados, aunque no se indica cuál es la relación específica entre estos elementos.

En cada grado hay cinco bloques (cada uno corresponde a un bimestre). En cada bloque se trabajan contenidos de los tres ejes.

Los conceptos importantes son que cada contenido pertenece a un tema y a un eje —“De cada uno de los ejes se desprenden varios temas y para cada uno hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad. Los temas son grandes ideas matemáticas cuyo estudio requiere un desglose más fino (los contenidos)” (SEP, 2011a, p. 26)—. Una secuencia de contenidos permite obtener un aprendizaje esperado. Los aprendizajes esperados se enuncian en cada bloque (bimestre), pero sólo cuando un contenido es el último en la secuencia que permite llegar a ese aprendizaje esperado.

En cada bloque de cada grado se indican los aprendizajes esperados que se obtendrán y los contenidos que se estudiarán en ese bloque. Aunque es posible modificar el orden en el que se estudian los contenidos, no es posible mover contenidos entre bloques o entre grados escolares.

	<p>El currículo de Corea del Sur se presenta de manera sintética de dos formas: primero en tablas de contenidos por tema, y luego en un listado de indicadores de logro por tema y subtema; es flexible y dinámico.</p>
Corea del Sur	<p>En la estructura de los contenidos se presentan tablas que indican los temas que se estudian en cada grado y, por cada tema, se da un listado de contenidos matemáticos (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, p. 9).</p> <p>Los contenidos por grado se presentan por tema y subtema. Para cada subtema se corresponden uno o más indicadores de logros (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, p. 16).</p>
Chile	<p>El currículo de Chile se presenta en una exposición extensa, es flexible y estático.</p> <p>El currículo de cada grado se presenta por semestre. En cada semestre se estudian dos unidades temáticas. Por cada unidad temática se indican los aprendizajes esperados redactados en forma de indicadores de logro. Estos aprendizajes esperados se corresponden con los Objetivos Fundamentales (OF) y el desarrollo de los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) que define el Marco Curricular (Ministerio de Educación, 2011a).</p> <p>La ley dispone que cada establecimiento puede elaborar sus propios programas de estudio, previa aprobación de los mismos por parte del Ministerio de Educación.</p> <p>Para cada unidad se indica los propósitos específicos de esa unidad, los conocimientos previos, las palabras clave y los contenidos, habilidades y actitudes específicos para la unidad. Además, para cada aprendizaje esperado se presentan indicadores de evaluación sugeridos y ejemplos de actividades.</p>
Inglaterra	<p>El currículo de Inglaterra se presenta en una exposición sintética; es flexible y dinámico.</p> <p>Para cada competencia se presentan varios indicadores de logro (desarrollar fluidez en las operaciones, razonar matemáticamente y resolver problemas). Asimismo, se presentan indicadores de logro para cada tema (número, álgebra, razón, proporción y razón de cambio, geometría y medida, probabilidad, estadística).</p> <p>Estos indicadores de logro son para los tres grados de educación secundaria. Los profesores deben decidir cómo van avanzando en su estudio a lo largo de toda la etapa 3.</p>

El programa de México guarda relación estrecha con el de Chile, en el sentido de que en ambos aparecen diversos indicadores de logro que dan cuenta de las características de su presentación. Dichos indicadores van de lo general a lo específico (los estándares, aprendizajes esperados y contenidos en México, y los objetivos fundamentales y los aprendizajes esperados en Chile). La redacción de los contenidos del programa mexicano es muy parecida a la redacción de los indicadores de logro de Corea del Sur e Inglaterra.

De acuerdo con la estructura del programa de México, los aprendizajes esperados se logran a través del estudio de varios contenidos relacionados (así se construyó el mapa curricular, aunque no se hizo explícito en ninguna parte del documento); los estándares se logran a través de varios aprendizajes esperados, pero resultan muy generales, no resumen de forma correcta el estudio de las matemáticas a lo largo de la educación básica, y, además, los estándares “actitudinales” no tienen relación con los otros elementos del programa ni se vuelven a mencionar en las orientaciones o en las tablas de contenidos.

Las competencias matemáticas en el programa de México guardan relación con los contenidos, habilidades y actitudes que se indican en el programa chileno. Sin embargo, las competencias en la propuesta de México denotan propósitos que se deben utilizar en todos los grados, pero nunca queda claro de qué forma se va dando el avance de cada una a los largo del estudio de los contenidos (al ser competencias “transversales” que deben estar presentes en todo momento, quedan diluidas en una interpretación muy general, que difícilmente los profesores pueden traducir

en acercamientos y actividades para su práctica docente). Por su parte, en el programa chileno se indican las competencias, habilidades y actitudes a desarrollar, por unidad. Por otra parte, aunque este programa tiene una buena cantidad de elementos que guían las decisiones del profesor (objetivos fundamentales, aprendizajes esperados, contenidos, habilidades y actitudes), no se cuenta en él con indicaciones de lo que se debe desarrollar durante toda la enseñanza obligatoria y de forma transversal. Es decir, no se indican características específicas de tales elementos para los diferentes grados o periodos de tiempo.

Respecto a los estándares del programa de México, cabe decir que son demasiado generales y no aportan elementos útiles para la práctica docente. Hay estándares que no agrupan adecuadamente los aprendizajes esperados, por ejemplo, el estándar *Mide y compara longitudes utilizando unidades no convencionales y algunas convencionales comunes (m, cm)* agrupa los siguientes aprendizajes esperados, pero su redacción no cubre adecuadamente todos los aprendizajes:

- Utiliza unidades arbitrarias de medida para comparar, ordenar, estimar y medir longitudes.
- Resuelve problemas que implican el uso del calendario (meses, semanas, días).
- Resuelve problemas que implican la lectura y el uso del reloj.
- Utiliza unidades de medida estándar para estimar y medir longitudes.

También es necesario mencionar que los estándares actitudinales no tienen referente en los aprendizajes esperados, ni tampoco vuelven a aparecer en el mapa de contenidos.

Otras características del currículo

La tabla 2.41 muestra de manera sintética información sobre otras características de la presentación de las cuatro propuestas consideradas en el estudio.

Tabla 2.41. Otras características del currículo

	Rango de edades	Duración del ciclo escolar	Transversalidad: Conexión con otras asignaturas	Metodología de enseñanza
México	12-15	200 días hábiles. 40 semanas. 5 horas de matemática a la semana.	No se especifica.	Resolución de problemas.
Corea del Sur	No se especifica.	34 semanas. 136 horas instruccionales al año para matemáticas (102 para el tercer año)	No se especifica.	Diferentes técnicas como: enseñanza por descubrimiento, enseñanza por exploración, aprendizaje cooperativo, aprendizaje individual, aprendizaje por explicación.

Chile	No se especifica.	40 semanas de clase. 5 horas a la semana de matemáticas.	Se relaciona a los aprendizajes esperados con los OFT en cada unidad. Se indica que se debe promover la lectura, la escritura y la comunicación oral.	Uso del contexto. Resolución de problemas. Uso del error.
Inglaterra	11-14	No se especifica.	No se especifica.	No se especifica.

Evaluación y uso de TIC

En la tabla 2.42 se resumen las características de la evaluación indicada en las cuatro propuestas curriculares, así como del uso de las TIC.

Tabla 2.42. Características de la evaluación y uso de las TIC

	Evaluación Tipo de evaluación (sumativa, formativa...)	Uso de TIC: Obligatorio/Opcional Modo de uso
México	No se especifica.	Opcional. Portal de Aula Explora. Aula Telemática.
Corea del Sur	Diagnóstica, formativa y sumativa.	Opcional. Permitir que los estudiantes usen calculadoras, computadoras y otras herramientas tecnológicas.
Chile	Formativa y sumativa.	Obligatorio. El uso de las TIC es uno de los Objetivos Fundamentales Transversales del marco curricular. El uso de las TIC es para: <ul style="list-style-type: none"> ▪ buscar, acceder y recolectar información en páginas web u otras fuentes, y seleccionar esta información, examinando críticamente su relevancia y calidad; ▪ procesar y organizar datos, utilizando plantillas de cálculo, y manipular la información sistematizada en ellas para identificar tendencias, regularidades y patrones relativos a los fenómenos estudiados en el sector; ▪ desarrollar y presentar información a través del uso de procesadores de texto, plantillas de presentación (power point) y herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video; ▪ intercambiar información a través de las herramientas que ofrece internet, como correo electrónico, chat, espacios interactivos en sitios web o comunidades virtuales, y ▪ respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TIC, como el cuidado personal y el respeto por el otro, señalar las fuentes de donde se obtiene la información y respetar las normas de uso y de seguridad de los espacios virtuales (Ministerio de Educación, 2011, p. 14).
Inglaterra	No se especifica.	Opcional. Se indica que las calculadoras no deben ser un sustituto del cálculo mental. Los docentes deben de usar su criterio para decidir cuándo utilizarlas.

2.4.3 Eje 3. Tendencias internacionales e investigación educativa

Ubicación respecto a distintas posiciones que involucran tendencias internacionales en cuanto a la enseñanza de las matemáticas

La tabla 2.43 ubica cada propuesta curricular en relación a parejas de posiciones 'contrarias'. En cada caso, dicha ubicación indica una tendencia y no necesariamente que la propuesta adopte una de las dos posiciones extremas.

Tabla 2.43. Ubicación respecto a las diferentes tendencias y características de las propuestas

	Contenidos tradicionales frente a Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Acercamiento simbólico y abstracto frente a Matemáticas en contexto	Acercamiento global (concordancia con PISA o TIMSS) frente a considera Contexto local
México	Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Acercamiento simbólico y abstracto	Acercamiento global
Corea del Sur	Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Posición intermedia	Acercamiento global
Chile	Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Posición intermedia	Acercamiento global
Inglaterra	Enseñanza de conceptos y resolución de problemas	Posición intermedia	Acercamiento global

Inclusión explícita o implícita de elementos de la investigación en educación matemática

En la tabla 2.44 se indica, para cada propuesta, si se encontraron indicios (o no) de que en ella se abordan o consideran dificultades en el aprendizaje de:

Tabla 2.44. Elementos de la investigación en educación matemática en las propuestas curriculares

	México	Corea del Sur	Chile	Inglaterra
Distintos dominios numéricos: naturales, negativos, enteros, fracciones, decimales, racionales, trascendentes, reales	No	Sí, para decimales	Sí	No
Razonamiento proporcional	No	No	Sí	No
Pensamiento geométrico	No	Sí	Sí	No
Pensamiento probabilístico	No	Sí	Sí	No
Métodos de resolución de problemas	Sí	No	No	No
Transición del pensamiento aritmético al algebraico	No	Sí	Sí	No
Transición del álgebra a la matemática de la variación	No	Sí	Sí	No

En esta tabla se indica, para cada propuesta, si se incorporan temas "no tradicionales" o si se identifica la introducción temprana de conceptos, temas o áreas de la matemática.

Inclusión de temas no tradicionales e introducción temprana de conceptos o temas

En la tabla 2.45 se indica, para cada propuesta, si se incorporan temas "no tradicionales" o si se identifica la introducción temprana de conceptos, temas o áreas de la matemática.

Tabla 2.45. Registro sobre la inclusión de temas no tradicionales e introducción temprana de conceptos o temas

	México	Corea del Sur	Chile	Inglaterra
Introducción temprana al álgebra	No se aplica (*)	No se aplica	No se aplica	No se aplica
Introducción temprana a las matemáticas de la variación	No se aplica	No se aplica	No se aplica	No se aplica
Desarrollo de habilidades de generalización	Sí	Sí	Sí	Sí
Desarrollo de la argumentación matemática	Sí	Sí	Sí	Sí

(*) Se asignó la calificación "No aplica" cuando no tiene sentido hablar de una introducción temprana del tema en cuestión. Éste es el caso de la introducción temprana al álgebra y a la matemática de la variación (noción de función), ya que ambas áreas de conocimiento se enseñan normalmente (y no de manera temprana) en la educación secundaria.

2.5 Valoración de la propuesta curricular de México para la educación básica en comparación con las propuestas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra

En este apartado se hace una exposición sucinta de resultados de la revisión y análisis de la propuesta curricular de México, mediante la comparación de ésta con las tres propuestas consideradas en el estudio. La síntesis se presenta para cada uno de los niveles escolares de la educación básica.

2.5.1. Preescolar

La coexistencia de dos propuestas curriculares (estándares curriculares y competencias) es fuente de una serie de defectos y deficiencias en el programa de estudios del nivel de preescolar. Una de tales deficiencias consiste en que a partir de la intención en la propuesta de estándares curriculares de articular el nivel de preescolar con los niveles de primaria y secundaria se cae en el error de enunciar los propósitos de enseñanza del primero de manera idéntica a los propósitos correspondientes a la secundaria. Lo anterior deriva en una falta de pertinencia, ya que no se toma en cuenta el desarrollo cognitivo de los estudiantes de preescolar.

Por otra parte, en la propuesta de competencias se preserva la continuidad de contenidos, con excepción de los temas de espacio y magnitudes de capacidad y peso, los cuales no se continúan en primaria.

De las cuatro propuestas analizadas, la de México es la única en la que se describe con amplitud la metodología de enseñanza por medio de la resolución de problemas (propuesta de Competencias).

Hay indicios claros de la influencia de la investigación educativa, ya que, por ejemplo, se hace explícita la relación entre los conocimientos informales de los niños y el desarrollo del pensamiento matemático. Además, se hace referencia al juego y a la resolución de problemas como recursos para propiciar el aprendizaje de los números, y a la manipulación de materiales concretos y el juego, para la construcción de nociones de forma, espacio y medida.

La inclusión de las dos propuestas mencionadas hace del currículo mexicano la presentación más extensa (243 páginas) de las propuestas de los otros tres países. Si se limitara, solamente a la propuesta de competencias, su extensión sería de 47 páginas, casi equivalente a la propuesta de Corea del Sur.

En la propuesta de México, el rango de edad para este nivel escolar es de 4 a 6 años, sin embargo, es interesante que en la propuesta inglesa el rango para la etapa clave 1 sea de 5 a 7 años. Esto último es consistente con lo que la teoría de Piaget señala acerca de que la primera infancia concluye a los 7 años, lo cual garantiza que al ingreso a la primaria (etapa clave 2) los niños ya posean un nivel operativo.

De las cuatro propuestas analizadas, la de México es la única que da amplias y diversas indicaciones para la evaluación. Esto puede derivar en que las educadoras den atención prioritaria a este aspecto de la educación, por encima de la enseñanza y el aprendizaje.

La propuesta mexicana de estándares curriculares muestra una tendencia global, pues se hace referencia explícita a las evaluaciones internacionales, como la de PISA, mientras que en la propuesta de competencias hay indicios y referencia explícita a la investigación educativa. A este respecto, cabe señalar que la propuesta de estándares contraviene algunos resultados de investigación, como cuando propone el estudio de los números naturales hasta el 100, la resolución de problemas aditivos con bidígitos y el cálculo mental.

2.5.2. Primaria

Respecto al sentido de las matemáticas en el currículo, el propósito principal de enseñar las matemáticas en la propuesta de México es el de desarrollar competencias para resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados, y manejar técnicas eficientemente. Por su parte, la propuesta de Chile se centra en el desarrollo de habilidades para resolver problemas, modelar, representar y argumentar, mientras que en el programa inglés se busca el desarrollo del razonamiento matemático, la resolución de problemas, y adquirir fluidez en las matemáticas fundamentales. En el programa de Corea del Sur se enfatiza el desarrollo del pensamiento matemático y de habilidades de comunicación.

Cabe hacer notar que la expresión del propósito de enseñar matemáticas en el currículo mexicano abarca una serie de competencias específicas, las cuales van desde la resolución de problemas hasta el dominio de aspectos técnicos de las matemáticas. Lo anterior lo ubica, junto con los programas de Inglaterra y Chile, en un punto intermedio entre las posiciones Acercamiento simbólico y abstracto y Matemáticas en contexto; asimismo, se identifica con las demás propuestas con la tendencia de Enseñanza de conceptos y resolución de problemas.

En cuanto a la presentación de los contenidos, se observan diferencias importantes en todas las propuestas, destacándose la presentación sintética de los programas de Inglaterra y Corea del Sur, en contraste con la presentación extensa y prolija de los currículos de México y Chile. La propuesta de México se expresa a través de competencias, aprendizajes esperados, ejes temáticos y bloques, sin una articulación clara y explícita entre estos elementos. Tampoco se señala una correspondencia o vinculación del aprendizaje de conceptos con el acercamiento de resolución de problemas, ni se dan orientaciones para el desarrollo de competencias en temas específicos.

En relación con las tendencias internacionales, se encuentra que las cuatro propuestas analizadas se ubican en la posición moderna Enseñanza de conceptos y de resolución de problemas, en contraposición a la enseñanza de Contenidos tradicionales. Por otra parte, las propuestas de México e Inglaterra se ubican en la posición de la enseñanza de las matemáticas en contexto, mientras que las propuestas de Corea del Sur y Chile adoptan una posición que combina el acercamiento de matemáticas en contexto con el acercamiento abstracto y simbólico.

En los programas de México y Chile se identificó la influencia de las evaluaciones globales y en los casos de México e Inglaterra e encontraron indicios de la influencia de la investigación educativa. Los siguientes son algunos aspectos del currículo mexicano que se considera importante que se revisen con miras a la elaboración de versiones futuras.

Estructura y presentación:

- Si se mantiene la organización por bloques, debe identificarse la coherencia entre los contenidos que se abordan.
- Las competencias deberían tener una presencia más diferenciada en cada tema (véase la propuesta de Chile).

Articulación, contenidos y presentación de:

- Dominios numéricos.
- Pensamiento geométrico.
- Pensamiento probabilístico.
- Transición de la aritmética al álgebra.

2.5.3. Secundaria

Los propósitos de enseñar matemáticas en el currículo de México se centran en la enseñanza de los contenidos, mientras que en los otros programas se resalta, por ejemplo, la importancia de resolver problemas de la vida diaria; la vinculación de las matemáticas con otras áreas del conocimiento; el desarrollo de habilidades que servirán para la vida profesional, y la mejora del concepto que tienen los alumnos de sí mismos.

Cabe hacer notar que al programa de México, en contraste con los de Inglaterra y Corea del Sur, lo componen demasiados elementos (competencias, estándares, aprendizajes esperados, contenidos), con la particularidad de que no se hace explícita la relación entre ellos. Lo anterior presenta una dificultad grande para desentrañar lo que se pretende enseñar. En particular, se puede decir que los estándares están expresados de forma muy general, por lo que no aportan información útil para el docente.

Por otra parte, el de México es el único programa de los analizados en el que se mezclan contenidos de distintos temas en periodos cortos de tiempo. Esto puede deberse a una interpretación errónea del aprendizaje en espiral, que no necesariamente implica que se vaya avanzando con pequeños pasos. Lo anterior resulta en una segmentación extrema de los contenidos que, a su vez, deriva en una cantidad excesiva de éstos (entre 33 y 37) para el número de semanas del año escolar, lo cual puede influir en que el profesor tienda hacia un modelo tradicional de enseñanza mediante de clases expositivas.

En cuanto al acercamiento de enseñanza, las orientaciones didácticas en el programa mexicano se centran en el enfoque de la resolución de problemas, pero de manera muy general, sin referirse a métodos específicos de resolución. Por su parte, en los programas de Corea del Sur y Chile también se le da importancia a la resolución de problemas, pero no se presenta como el único método para la enseñanza. A este respecto, sería importante, en el caso mexicano, diferenciar con más claridad lo que significa el enfoque de resolución de problemas (por medio de situaciones problemáticas) y el desarrollo de la habilidad de resolver problemas.

Respecto a la organización de contenidos y su enseñanza, en el programa de México las competencias matemáticas también quedan como un elemento demasiado general; no es claro su desarrollo específico en cada grado y en cada contenido.

En relación con las tendencias internacionales y la influencia de la investigación educativa, se encuentra que en las propuestas de Corea del Sur y Chile se hace referencia explícita a la presencia de dificultades de aprendizaje en temas matemáticos específicos, mientras que en la propuesta de México no se hace alusión alguna a tales dificultades. Sin embargo, en esta propuesta se destaca la incorporación de temas no tradicionales, como la generalización y la argumentación en matemáticas, lo cual es indicio de la influencia de resultados de investigación en educación matemática.

2.6. Análisis del currículo de Matemáticas de la DGB de México en comparación con las propuestas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra

En lo que sigue se exponen características de los currículos de México, Corea del Sur, Chile e Inglaterra que responden a preguntas específicas relacionadas con la matemática y su enseñanza. El análisis se lleva a cabo a partir de la revisión de los documentos: Ministry of Education, Science and Technology (2007a, 2007b, 2008), Ministerio de Educación (2011), Department for Education (2014a), y SEP (2013a, 2013b, 2013c, 2013d y 2011j). Los documentos analizados tienen una alta complejidad; en particular, se pueden encontrar enunciados que directamente se refieren a un concepto (por ejemplo, "las matemáticas"), que sólo tocan indirectamente, o bien, que está implícito. También, se presenta el caso de que un concepto puede ser referido en varios enunciados, en diferentes partes del documento. En lo que se expone enseguida se eligen fragmentos de texto que responden a cada pregunta planteada, y se señala cuando no se pudo identificar un enunciado explícito u otro indirecto que sea pertinente.

La información sobre las cuatro propuestas curriculares se presenta en forma de cuadros, y al final de cada uno de ellos se hacen observaciones que destacan aspectos de dicha información.

2.6.1 Eje 1. El papel de las matemáticas

¿Qué nos dice cada programa acerca de las matemáticas?

En la tabla 2.46 se presentan los aspectos que dan respuesta al cuestionamiento.

Tabla 2.46. Aspectos que refiere la propuesta curricular sobre las matemáticas

México	No aparece un pronunciamiento referido estrictamente a la matemática.
Corea del Sur	Las matemáticas son una disciplina que trata con reglas, principios y conceptos matemáticos, el desarrollo de un pensamiento lógico, la habilidad de observar e interpretar varios fenómenos, y la utilización de diferentes métodos para resolver problemas (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, p. 5).
Chile	Las matemáticas son una herramienta fundamental que explica la mayoría de los avances de nuestra sociedad y les sirven de soporte científico. Los aportes de las matemáticas están en la base de la innovación en tecnología, ciencia, transporte, comunicaciones, y se aplican en otras áreas, como las artes, la geografía y la economía (Ministerio de Educación, 2011b, p. 104). Las matemáticas son un área poderosa de la cultura, pues permiten comprender, explicar y predecir situaciones y fenómenos del entorno (Ministerio de Educación, 2011a, p. 26).
Inglaterra	Las matemáticas es una disciplina creativa, altamente interconectada y desarrollada a lo largo de los siglos, que proporciona la solución a algunos de los problemas más intrigantes de la historia. Es esencial para la vida diaria, es crítica para la ciencia, la tecnología y la ingeniería, y necesaria para la cultura financiera y los diversos tipos de empleo (Department for Education, 2013a, p. 2).

El currículo mexicano carece de enunciados que indiquen la concepción de la naturaleza de las matemáticas sobre la cual se basa. Por su parte, el currículo de Corea del Sur pone en el centro las reglas, principios y conceptos; el de Chile, su carácter instrumental para los conocimientos de otras ciencias, y el de Inglaterra, su naturaleza creativa y su tradición cultural, así como su uso en la vida cotidiana y sus aplicaciones.

¿Qué dicen los programas sobre la finalidad de la enseñanza de las Matemáticas?

En la tabla 2.47 se incorporan los elementos sobre dicha finalidad.

Tabla 2.47. La finalidad de la enseñanza de las matemáticas

México	"Se propone propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico de los estudiantes mediante procesos de razonamiento, argumentación y estructuración de ideas que conlleven el despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar" (SEP, 2013a, p. 6).
Corea del Sur	"La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas deben permitir a los estudiantes interpretar muchos fenómenos de manera matemática basados en experiencias concretas, deben ser capaces de alcanzar conocimientos matemáticos desde hechos concretos hasta conceptos abstractos. Esto les permitirá descubrir relaciones o formas y entender reglas, principios y conceptos matemáticos mediante experiencias matemáticas basadas en la intuición o en actividades de manipulación concreta. En el proceso de resolver problemas, los estudiantes también desarrollarán la habilidad de entender éstos de maneras diferentes e implementar estrategias de solución, procesos de revisión de las soluciones, e implementar aplicaciones de diferentes maneras. Aplicando las habilidades y el conocimiento matemático a diversas situaciones de la vida real, los estudiantes entenderán la utilidad de las matemáticas y reconocerán su necesidad. Además, permitiendo a los estudiantes experimentar el uso exitoso de las matemáticas, serán motivados con una actitud positiva que les lleve a buscar la excelencia" (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a, p. 7).
Chile	"[E]l papel de la enseñanza de las matemáticas es desarrollar las habilidades que generan el pensamiento matemático, sus conceptos y procedimientos básicos, con el fin de comprender y producir información representada en términos matemáticos" (Ministerio de Educación, 2013, p. 105).
Inglaterra	"[U]na educación matemática de alta calidad proporciona una base para el comprender el mundo, la habilidad para razonar matemáticamente, una apreciación de la belleza y poder de las matemáticas, y un sentido de gozo y curiosidad sobre los temas que trata" (Department for Education, 2013, p. 2).

El currículo de Corea del Sur menciona como un objetivo de la enseñanza las aplicaciones, mientras que el de Inglaterra se refiere a su importancia para comprender el mundo; en cambio, el de Chile sólo hace referencia al desarrollo de un pensamiento matemático. El currículo mexicano menciona, al final, que la capacidad para resolver problemas "trascienda el ámbito escolar", con lo que se debe entender que se resuelvan problemas posiblemente de la vida diaria o de otras ciencias.

¿Qué dicen los programas sobre los objetivos generales de la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato?

La tabla 2.48 da cuenta de lo que en cada propuesta curricular se manifiesta sobre los objetivos de enseñanza.

Tabla 2.48. Objetivos generales de la enseñanza de las matemáticas

	<p>Las competencias disciplinares básicas de matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos, y además:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y el análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. • Formula y resuelve problemas matemáticos aplicando diferentes enfoques. • Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos, y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
México	<ul style="list-style-type: none"> • Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación. • Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. • Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean. • Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia. • Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos (SEP, 2013a).
	<p>Obtener y entender conocimientos desarrollados sobre las funciones matemáticas, cultivar la habilidad para pensar y comunicarse matemáticamente para obtener soluciones prácticas a diversos fenómenos y problemas, además, generar una actitud positiva hacia las matemáticas.</p>
Corea del Sur	<ul style="list-style-type: none"> • Mediante experiencias de observación, análisis y tratamiento de fenómenos desde una perspectiva matemática, cultivar la habilidad para entender las reglas, principios y conceptos básicos y sus interrelaciones. • Cultivar la habilidad para pensar y comunicarse en matemáticas, y obtener soluciones prácticas a diferentes fenómenos. • Mantener un interés sostenido en matemáticas y entender su valor para promover actitudes positivas hacia ellas.
Chile	<p>Se espera que los estudiantes adquieran la capacidad de emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos. Esto implica que deben aprender a aplicar el razonamiento matemático y a utilizar conceptos, procedimientos, datos y herramientas para entender, describir, explicar y predecir fenómenos. De esta forma, podrán reconocer el papel que juega esta disciplina en el mundo, formular juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias y constructivas (Ministerio de Educación, 2013a, p. 105).</p>
	<p>El currículo nacional de matemáticas se propone asegurar que todos los alumnos:</p>
Inglaterra	<ul style="list-style-type: none"> • Usen las matemáticas fundamentales de manera fluida incluyendo prácticas matemáticas variadas y frecuentes. • Aprendan a razonar matemáticamente siguiendo una línea de indagación, conjeturando relaciones y generalizaciones, además de elaborar argumentos, justificaciones y pruebas utilizando un lenguaje matemático. • Resuelvan problemas mediante la aplicación de las matemáticas a una variedad de situaciones rutinarias y no rutinarias con crecientes niveles de complejidad, incluyendo la descomposición de problemas complejos en otros más simples, manteniendo la búsqueda de la solución (Department for Education, 2013, p. 2).

El análisis comparativo de los textos elegidos que mencionan o aluden a los objetivos generales de la enseñanza de las matemáticas se puede organizar de acuerdo con: la resolución de problemas, el razonamiento matemático y las aplicaciones (extra-matemáticas).

Resolución de problemas. En el caso del currículo mexicano se incluye la resolución de problemas como una competencia: "2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques". En el currículo de Corea del Sur se menciona sólo de manera subordinada: "cultivar la

habilidad para pensar y comunicarse matemáticamente para obtener *soluciones prácticas* a diversos fenómenos y *problemas*". En el segmento del currículo de Chile en el que se encontró una declaración sobre los objetivos de la enseñanza, no se hace mención de la resolución de problemas. En cambio, en el texto del currículo de Inglaterra se hace referencia a la resolución de problemas como uno de tres puntos destacados: "Resuelvan problemas mediante la aplicación de las matemáticas a una variedad de situaciones rutinarias y no rutinarias".

Razonamiento. En el currículo mexicano se menciona el desarrollo del pensamiento lógico y la argumentación; en el de Corea del Sur "la habilidad para pensar y comunicarse". En el currículo de Chile se menciona "aprender a aplicar el razonamiento matemático". Finalmente, en el currículo de Inglaterra "Aprendan a razonar matemáticamente" es uno de los tres puntos de los objetivos de la enseñanza.

Aplicaciones. En el currículo mexicano se mencionan indirectamente las aplicaciones en las competencias marcadas con (*) en el cuadro anterior, al hacer alusión a: "situaciones reales", "proceso social y natural" y "objetos que lo rodean". A este respecto, en el currículo de Corea del Sur se lee "obtener soluciones prácticas a diversos fenómenos y problemas". El programa de Chile propone "entender, describir, explicar y predecir fenómenos". El de Inglaterra se refiere a "la aplicación de las matemáticas a una variedad de situaciones, pero no aclara si incluye situaciones extramatemáticas.

2.6.2. Eje 2. Intención educativa, metodología de enseñanza, evaluación y estructura-organización de contenidos

¿Qué enunciados acerca de la intención didáctica o metodología de enseñanza se expresan en cada programa?

En la tabla 2.49 se presentan los enunciados que dan cuenta sobre la intención educativa que exponen los documentos de análisis.

Tabla 2.49. Consideraciones sobre la metodología didáctica en las propuestas curriculares

	En el documento base (SEP, 2016, p. 17) se dice:
México	En el contexto de RIEMS [Reforma Integral de la Educación Media Superior] el modelo educativo es el centrado en el aprendizaje y se circunscribe al paradigma constructivista el cual de forma general plantea que el alumno "realiza un acto de conocimiento o de aprendizaje, no copia la realidad circundante, sino que construye una serie de representaciones o interpretaciones sobre la misma".
	No obstante, en los programas de estudio no hay ningún enunciado que se refiera explícitamente a la intención o enfoque didáctico, excepto que se declara ligado al desarrollo de competencias. Sin embargo, de las sugerencias dadas en la sección de actividades de enseñanza se puede deducir que el enfoque es el de exposición magistral-ejercicios del alumno.



Corea del Sur	<p>En el salón de clase, dependiendo del nivel de las habilidades matemáticas de los estudiantes, utilizar varios métodos de enseñanza tales como aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje exploratorio, aprendizaje cooperativo, aprendizaje individual, aprendizaje con base en la explicación, etcétera.</p> <p>Para la enseñanza y el aprendizaje de reglas, principios y conceptos matemáticos poner atención a lo siguiente:</p> <p>A. Utilizar distintos materiales de enseñanza, incluyendo situaciones tales como fenómenos sociales, fenómenos naturales, etcétera, y entonces introducir las reglas, conceptos y principios matemáticos de manera que sean relevantes a tales situaciones.</p> <p>B. A través de la manipulación de materiales y actividades de investigación, permitir que los estudiantes por sí mismos descubran las reglas, conceptos y principios (Ministry of Education, Science and Technology, 2007a).</p>
Chile	<p>En este ciclo, se desarrollan cuatro habilidades (resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar) que se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos (Ministerio de Educación, 2013, p. 107).</p>
Inglaterra	<p>No hace referencia a la enseñanza, pero con base en los objetivos de la enseñanza que están formados por tres componentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ desarrollar la fluidez en matemáticas, ▪ razonar matemáticamente y ▪ resolver problemas, <p>se podría deducir que el enfoque de enseñanza es Enseñanza de conceptos y resolución de problemas.</p>

El currículo de Corea del Sur sugiere la aplicación de diferentes enfoques didácticos o “métodos de enseñanza”, exploratorio, colaborativo, individual, así como mediante la explicación del profesor. El de Chile sugiere el desarrollo de habilidades, siendo centrales las habilidades de resolución de problemas, representación, modelación, razonamiento y comunicación. El de Inglaterra no hace referencia a alguna metodología de enseñanza o intención didáctica, no obstante, como en el caso de la propuesta de Chile, esta última se puede atribuir al desarrollo de habilidades, sobre todo al desarrollo de las habilidades de razonamiento matemático y de resolución de problemas. El currículo mexicano se declara basado en una filosofía constructivista, pero no deriva de ella una intención didáctica o metodología de enseñanza clara; esta declaratoria está desvinculada de su compromiso con las competencias, y éstas a su vez no presentan una relación con las sugerencias de actividades de clase, que emplean una metodología basada en *la explicación-ejemplo-ejercicio*, con la indicación reiterada de que se relacionen los conocimientos con el desarrollo de ciertas competencias, entre las cuales destaca la consideración del entorno de los estudiantes.

¿Qué declara cada programa de estudio acerca de la evaluación?

La tabla 2.50 describe las características sobre la evaluación educativa en cada propuesta curricular.

Tabla 2.50. Características de la evaluación educativa

México	En cada bloque de contenido de cada programa se incluye una sección llamada "Instrumentos de evaluación", que consiste en "Listas de cotejo", "Rúbricas de evaluación" y "Pruebas objetivas". Estas recomendaciones no hacen indicaciones explícitas sobre el contenido o la manera de evaluar, ni tampoco acerca de la promoción.
Corea del Sur	En el programa de matemáticas no se hace referencia a la evaluación pero en el documento <i>The School Curriculum of the Republic of Korea</i> (Ministry of Education, Science and Technology, 2008) se incluye una sección llamada "IV.3 Evaluation and Quality Control of Curriculum", que menciona algunas medidas para mantener la calidad del currículo; en una subsección menciona la evaluación a los estudiantes, indicando que ésta debe ser regular y que el Ministerio de Educación proporciona un banco de ítems para que se haga posible.
Chile	<p>La evaluación forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. No se debe usar sólo como un medio para controlar qué saben los estudiantes, sino que cumple un rol central en la promoción y el desarrollo del aprendizaje. Para que cumpla efectivamente con esta función, debe tener como objetivos: 1) Ser un recurso para medir progreso en el logro de los aprendizajes. 2) Proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los alumnos y, sobre esa base, retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados dentro del sector. 3) Ser una herramienta útil para la planificación (Ministerio de Educación, 2011a, p. 19).</p> <p>En esta misma sección se incluyen apartados con los siguientes encabezados:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo promover el aprendizaje a través de la evaluación? • ¿Cómo se pueden articular los mapas de progreso del aprendizaje con la evaluación? • ¿Cómo diseñar la evaluación? <p>En cada unidad de cada uno de los dos programas se incluye una sección llamada "Ejemplo de evaluación", en la que se proponen actividades específicas para llevar a cabo la evaluación del desempeño de los estudiantes.</p>
Inglaterra	En los documentos del Department for Education (2013a y 2014a) no hay ningún enunciado relativo a la evaluación.

El currículo de Chile es el que más indicaciones proporciona sobre la evaluación relacionada con el aula. El programa de Corea del Sur pone énfasis en la evaluación general del currículo, donde la evaluación de los estudiantes es sólo una parte, pero con intenciones de medir la efectividad general sin hacer mención de las evaluaciones individuales de los alumnos, aunque sí se proporcionan medios para que ésta se lleve a cabo. En el programa de Inglaterra no hay ninguna mención relacionada con la evaluación. En el currículo mexicano, a pesar de que cada bloque de cada programa contiene un apartado llamado "Instrumentos de evaluación", no hay más que el consejo general de que el profesor lleve varios registros del desempeño de los estudiantes, sin relacionarlos con contenidos específicos.

¿Cómo están estructurados los contenidos?

En las tablas 2.51, 2.52, 2.53 y 2.54 se muestra de manera global la organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular.

Tabla 2.51. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de México

Programas de estudios de México (cursos semestrales)			
Matemáticas I	Matemáticas II	Matemáticas III	Matemáticas IV
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fundamentación ▪ Ubicación de la materia y asignaturas en el plan de estudios ▪ Distribución por bloques ▪ Competencias genéricas en el bachillerato general ▪ Competencias disciplinares básicas del campo de matemáticas ▪ Contenidos por bloque (10 bloques) ▪ Anexos ▪ Información de apoyo para el docente ▪ Créditos 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fundamentación ▪ Ubicación de la materia y asignaturas en el plan de estudios ▪ Distribución por bloques ▪ Competencias genéricas en el bachillerato general ▪ Competencias disciplinares básicas del campo de matemáticas ▪ Contenidos por bloque (10 bloques) ▪ Anexos ▪ Información de apoyo para el docente ▪ Créditos 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fundamentación ▪ Ubicación de la materia y asignaturas en el plan de estudios ▪ Distribución por bloques ▪ Competencias genéricas en el bachillerato general ▪ Competencias disciplinares básicas del campo de matemáticas ▪ Contenidos por bloque (7 bloques) ▪ Anexos ▪ Información de apoyo para el docente ▪ Créditos 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fundamentación ▪ Ubicación de la materia y asignaturas en el plan de estudios ▪ Distribución por bloques ▪ Competencias genéricas en el bachillerato general ▪ Competencias disciplinares básicas del campo de matemáticas ▪ Contenidos por bloque (8 bloques) ▪ Anexos ▪ Información de apoyo para el docente ▪ Créditos
62 páginas	62 páginas	63 páginas	63 páginas

Tabla 2.52. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Corea del Sur

Programas de estudios de Corea del Sur
Programa* Caracteres Objetivos Contenidos Métodos de enseñanza y aprendizaje Evaluación

* Es un solo documento de 65 páginas para toda la educación obligatoria desde primer grado hasta el grado 10. El contenido de bachillerato que viene en este programa sólo consta del grado 10 (un año).

Tabla 2.53. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Chile

Programas de estudios de Chile (cursos anuales)	
Matemática. Programa de estudio Primer año medio	Matemática. Programa de estudio Segundo año medio
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Presentación ▪ Nociones básicas ▪ Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes ▪ Objetivos fundamentales transversales ▪ Mapas de progreso ▪ Consideraciones generales para Implementar el programa ▪ Orientaciones para planificar ▪ Orientaciones para evaluar ▪ Matemática ▪ Propósitos ▪ Habilidades ▪ Orientaciones didácticas ▪ Visión global del año ▪ Aprendizajes Esperados por semestre y unidad ▪ Unidades ▪ Semestre 1 ▪ Unidad 1. Números ▪ Unidad 2. Álgebra ▪ Semestre 2 ▪ Unidad 3. Geometría ▪ Unidad 4. Datos y azar ▪ Anexo 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Presentación ▪ Nociones básicas ▪ Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes ▪ Objetivos fundamentales transversales ▪ Mapas de Progreso ▪ Consideraciones generales para implementar el programa ▪ Orientaciones para planificar ▪ Orientaciones para evaluar ▪ Matemática ▪ Propósitos ▪ Habilidades ▪ Orientaciones didácticas ▪ Visión global del año ▪ Aprendizajes esperados por semestre y unidad ▪ Unidades ▪ Semestre 1 ▪ Unidad 1. Números ▪ Unidad 2. Geometría ▪ Semestre 2 ▪ Unidad 3. Álgebra ▪ Unidad 4. Datos y azar ▪ Anexo
108 páginas	108 páginas

Tabla 2.54. Organización de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Inglaterra

Programas de estudios de Inglaterra (cursos anuales)	
Key stage 3	Key stage 4
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Propósito del estudio ▪ Objetivos ▪ Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) ▪ Lenguaje hablado ▪ Objetivos a alcanzar ▪ Trabajo matemático ▪ El desarrollo de fluidez ▪ El razonamiento matemático ▪ La solución de problemas ▪ Contenido temático ▪ Números ▪ Álgebra ▪ Razón, proporción y razón de cambio ▪ Geometría y medida ▪ Probabilidad ▪ Estadística 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Propósito del estudio ▪ Objetivos ▪ Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) ▪ Lenguaje hablado ▪ Trabajo matemático ▪ El desarrollo de fluidez ▪ El razonamiento matemático ▪ La solución de problemas ▪ Contenido temático ▪ Números ▪ Álgebra ▪ Razón, proporción y razón de cambio ▪ Geometría y medida ▪ Probabilidad ▪ Estadística
▪ 9 páginas	▪ 11 páginas

Las presentaciones de los currículos de Corea del Sur e Inglaterra son las más sintéticas, pues constan de alrededor de 10 páginas por grado. En cambio, los currículos de México y Chile son muy extensos, utilizando los primeros alrededor de 65 páginas por cada curso semestral y el de Chile 100 páginas por cada curso anual. Estos dos currículos dejan menos libertad e iniciativa a los profesores para organizar y distribuir el contenido en su enseñanza, indicando aspectos demasiado específicos. Por ejemplo, la dosificación de los contenidos en bloques sugiere una distribución de los contenidos a lo largo del año y en un orden prefijado.

¿Cuáles son los contenidos específicos de cada programa?

En las siguientes tablas se muestra el mapa de contenidos correspondiente a cada propuesta curricular (véase las tablas 2.55, 2.56, 2.57 y 2.58).

Tabla 2.55. Mapa de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de México

Contenido matemático de los programas de estudios de bachillerato. México			
Matemáticas I	Matemáticas II	Matemáticas III	Matemáticas IV
<ul style="list-style-type: none"> • Problemas aritméticos y algebraicos • Magnitudes y números reales • Sumas y sucesiones de números • Transformaciones algebraicas 1 • Transformaciones algebraicas 2 • Ecuaciones lineales 1 • Ecuaciones lineales 2 • Ecuaciones lineales 3 • Ecuaciones cuadráticas 1 • Ecuaciones cuadráticas 2 	<ul style="list-style-type: none"> • Triángulos: ángulos y relaciones métricas • Congruencia de triángulos • Semejanza de triángulos y Teorema de Pitágoras • Polígonos • Circunferencia • Relaciones trigonométricas • Funciones trigonométricas • Leyes de senos y cosenos • Estadística elemental • Conceptos elementales de probabilidad 	<ul style="list-style-type: none"> • Lugares geométricos • Propiedades de segmentos rectilíneos y polígonos • La recta como lugar geométrico • Distintas formas de la ecuación de la recta • Ecuación de la circunferencia • Ecuación de la parábola • Ecuación de la elipse 	<ul style="list-style-type: none"> • Operaciones con distintos tipos de funciones • Funciones especiales y transformaciones de gráficas • Funciones polinomiales de grados 0, 1 y 2 • Funciones polinomiales de grados 3 y 4 • Funciones factorizables en la resolución de problemas • Funciones racionales • Funciones exponenciales y logarítmicas • Funciones periódicas

Tabla 2.56. Mapa de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Corea del Sur

Contenido matemático de los programas de estudios de Corea del Sur (grado 10)	
<p>Números y operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Operaciones de conjuntos Proposiciones Números reales Números complejos <p>VARIABLES Y EXPRESIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Polinomios y sus operaciones Teorema del residuo Factorización Múltiplos y divisores Expresiones racionales y expresiones irracionales Ecuaciones cuadráticas Ecuaciones de [...] y ecuaciones simultáneas Desigualdades cuadráticas y desigualdades absolutas 	<p>Geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> Plano cartesiano Ecuaciones de la línea recta Ecuación del círculo Transformaciones del plano Regiones y desigualdades <p>Funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Funciones Aplicaciones de funciones cuadráticas Funciones racionales e irracionales Funciones trigonométricas Aplicaciones a triángulos <p>Probabilidad y estadística</p> <ul style="list-style-type: none"> Número de casos Permutaciones y combinaciones

Tabla 2.57. Mapa de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Chile

Programas de estudios de Chile (cursos anuales)	
Primer año medio	Segundo año medio
<p>Números</p> <ul style="list-style-type: none"> Operaciones aritméticas con números racionales Potencias de base racional y exponente enteros <p>Álgebra</p> <ul style="list-style-type: none"> Funciones lineales y afines, y sus gráficas Ecuaciones lineales Composición de funciones y sus propiedades <p>Geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> Plano cartesiano Vectores en el plano cartesiano Transformaciones isométricas y composiciones Congruencia en triángulos <p>Datos y azar</p> <ul style="list-style-type: none"> Histogramas, polígonos de frecuencia y de frecuencias acumuladas Medidas de tendencia central y de posición Técnicas combinatorias Muestreo Medias muestrales Cálculo de probabilidad con enfoques clásico y frecuencial 	<p>Números</p> <ul style="list-style-type: none"> Números reales, operaciones y propiedades Potencias con exponente racional Raíces enésimas y sus propiedades Logaritmos y sus propiedades <p>Geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> Semejanza de figuras planas Trazos proporcionales Propiedades invariantes en modelos a escala Teorema de Pitágoras Teorema de Tales Teorema de Euclides Ángulos centrales e inscritos en una circunferencia <p>Álgebra</p> <ul style="list-style-type: none"> Funciones exponencial y logarítmica y sus representaciones gráficas Función raíz cuadrada y representación gráfica Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y su representación gráfica Expresiones algebraicas fraccionarias y sus operaciones <p>Datos y azar</p> <ul style="list-style-type: none"> Medidas de dispersión: desviación estándar Variables aleatorias Media muestral Ley de los grandes números Independencia Probabilidad de la unión de eventos mutuamente excluyentes

Tabla 2.58. Mapa de contenidos de acuerdo con la estructura curricular de Inglaterra

Contenido matemático de los programas de estudios de Inglaterra (cursos anuales)	
Key stage 3	Key stage 4
<p>Número</p> <ul style="list-style-type: none"> • Valor posicional de los decimales • Orden de los números • Divisibilidad • Jerarquía de las operaciones • Relaciones entre operaciones • Potencias y raíces • Notación científica • Conversión entre decimales y fracciones • Porcentajes • Operadores • Unidades de medida • Aproximación • Infinito de los números <p>Álgebra</p> <ul style="list-style-type: none"> • Notación algebraica • Sustitución de valores en expresiones algebraicas (EA) • Simplificación y desarrollo de EA • Traducción de enunciados a EA • Ecuaciones lineales • Gráficas • Interpretar relaciones matemáticas algebraica y gráficamente • Forma canónica de una recta • Estimación a partir de gráficas • Sucesiones <p>Razón, proporción y razón de cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conversión de unidades • Escalas de medida • Fracción como operador • Reducción de razones • Dividir en una razón dada • División como fracción • Relación entre razones y funciones lineales • Porcentajes y problemas de interés simple • Proporciones directas e inversas <p>Geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes • Cálculo de perímetros de figuras planas • Medición de segmentos y ángulos • Construcciones con regla y compás • Simetría axial y puntual • Congruencia de triángulos • Cuerpos geométricos • Expresiones algebraicas de relaciones geométricas <p>Probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Frecuencias relativas incluyendo aleatoriedad, justeza, resultados equiprobables y no equiprobables • Lenguaje de la probabilidad • Escala 0-1 • La suma de las probabilidades de los resultados de un EA es igual a 1 • Álgebra de eventos y representaciones • Modelo de probabilidad <p>Estadística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distribuciones • Gráficas estadísticas • Correlación y diagramas de dispersión 	<p>Número</p> <ul style="list-style-type: none"> • Técnicas de conteo • Operaciones con exponentes y raíces • Notación científica • Razones • Aproximación <p>Álgebra</p> <ul style="list-style-type: none"> • Manipulación y simplificación de expresiones algebraicas • Identidades y ecuaciones algebraicas • Interpretación de funciones • La ecuación de la recta, sus propiedades y gráficas • La función cuadrática, sus propiedades y gráficas • Las funciones cúbica, inversa, exponencial y trigonométricas, sus propiedades y gráficas • Ecuaciones cuadráticas • Ecuaciones simultáneas • Aplicaciones • Sucesiones <p>Razón, proporción y razón de cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> • Razones entre magnitudes geométricas (Longitudes, áreas y volúmenes) • Unidades compuestas (velocidad, precios, densidad, presión) • Ecuaciones de proporcionalidad inversa • Gradiente y razón de cambio en las ecuaciones de la recta • Problemas de crecimiento y decrecimiento e iterativos <p>Geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> • El círculo • Trazo de figuras en 3D • Medidas de arcos, ángulos y sectores circulares • Superficies y volúmenes de cuerpos geométricos • Congruencia y semejanza de figuras • Aplicaciones del teorema de pitágoras, la semejanza y las relaciones trigonométricas • Las funciones • Vectores, operaciones e interpretación <p>Probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Regla de la suma de probabilidades • Muestreo aleatorio • Independencia estocástica • Probabilidad condicional <p>Estadística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Inferencias elementales • Series de tiempo y sus gráficas • Interpretación y análisis de distribuciones a través de sus gráficas y medidas de tendencia central y de dispersión • Regresión y correlación

Los cuatro programas abarcan en general contenidos de números, álgebra, geometría (euclidiana y analítica), probabilidad y estadística. La manera de distribuirlos es distinta, mientras que en los currículos de Corea del Sur, Chile e Inglaterra, en cada uno de los dos años de bachillerato se estudian los cinco temas antes dichos; en el mexicano se dedica el primer semestre a aritmética y álgebra, el segundo, a geometría y probabilidad y estadística; el tercero, a geometría analítica, y el cuarto, en su totalidad, a álgebra (funciones).

No es posible comparar la riqueza de los currículos con base en el número de puntos en las listas de contenidos de cada uno, pues corresponden a segmentaciones diferentes. Sin embargo, respecto a la aritmética o números se nota cierta abundancia de contenidos del currículo de Inglaterra, que además del apartado de números, agrega un apartado de “Razón, proporción y razón de cambio”. Respecto a la aritmética, en el currículo mexicano se nota la ausencia de temas referentes a teoría de números (números primos, divisibilidad, algoritmo de la división) y también de razón y proporción. A cambio, hay una pronta introducción de temas de manipulación algebraica (Transformaciones Algebraicas I y II). El concepto de función es asimilado al de una ecuación con dos variables en el contexto de ecuaciones lineales y cuadráticas, por lo que no se refleja en la formulación de contenidos del primer semestre el tratamiento de funciones. Conviene aclarar esto, pues observando sólo el listado de contenidos se menciona por primera vez la palabra *función* hasta el segundo semestre bajo la forma de “funciones trigonométricas”.

2.6.3 Eje 3. Tendencias internacionales e investigación en educación matemática

Los documentos ofrecen poca evidencia directa respecto a la tendencia internacional. Se puede avanzar una hipótesis en relación con la idea de la “guerra de las matemáticas”. En los programas de México y Corea del Sur se da prioridad a las destrezas algorítmicas y de manipulación simbólica, tendiendo al formalismo en el caso de Corea del Sur. En cambio, los currículos de Chile e Inglaterra tienen un sesgo hacia el desarrollo de habilidades, con un enfoque específico de resolución de problemas. En particular, el currículo de Chile tiene una clara influencia de los *estándares curriculares* de los Estados Unidos; lo que en éstos son estándares de proceso, en el currículo chileno son habilidades.

En relación con los otros componentes de la dimensión de “Contexto internacional de la educación matemática” no se encontraron elementos que permitieran un análisis comparativo entre las propuestas. Por ejemplo, en relación con las matemáticas realistas, se observa que el currículo mexicano (SEP, 2013a, 2013b, 2013c y 2013d), al estar comprometido con las competencias, hace alusión a la importancia de que alumnos relacionen las matemáticas con su entorno y la apliquen a situaciones de la realidad pero esta mención no significa que haya una comprensión y una aplicación del concepto de “matemáticas realistas”. Lo mismo se puede decir de las diferentes menciones de la relación de las matemáticas con la realidad de los otros programas, en particular, los de Corea del Sur y Chile.

En relación con la “Globalización frente a la Internacionalización” sólo se puede conjeturar que el enfoque de competencias adoptado en el bachillerato general de México está fuertemente influenciado por el programa de evaluaciones internacionales PISA, ya que el marco de evaluación de este programa sostiene que evalúa competencias, no conocimientos. También las discusiones curriculares de la Unión Europea están influidas del concepto de competencia.

En relación con la "Democratización del conocimiento matemático a través de la tecnología" se puede decir que los cuatro programas recomiendan su uso. Sin embargo, se puede asegurar que la tecnología no tiene influencia en los programas, con la única excepción de que se sugiere el uso eventual de la calculadora y de algún *software* de geometría. Pero la investigación sobre la tecnología en la enseñanza sostiene que un uso decidido de la tecnología influiría en la elección y organización de los contenidos matemáticos mismos, lo que aún no se ve claro ni siquiera en el currículo de Inglaterra que en este punto es el más avanzado.

En relación con la influencia de la investigación educativa en el diseño curricular, no se encontró evidencia o expresión explícita a este respecto en las propuestas analizadas. Sin embargo, se puede inferir a partir del énfasis que algunas de dichas propuestas ponen en la resolución de problemas que hay una influencia de los resultados del área de investigación conocida como "matemáticas en contexto" (Boero, 1999). Por otra parte, el tratamiento de los temas de álgebra en el currículo mexicano, desde la perspectiva de la noción de función, puede atribuírsele a la influencia del área de investigación conocida como "acercamiento funcional al álgebra", mismo que ha permeado otros programas de estudio (véase, por ejemplo, NCTM, 2000b).

3

Recuento de resultados y reflexiones generales del estudio

3.1 Resultados relevantes

En esta sección se hace un recuento de los resultados más relevantes del estudio. La exposición no se organiza de acuerdo con los niveles escolares de la educación obligatoria ni siguiendo uno por uno los componentes del marco de referencia y ejes de comparación, aunque un reporte elaborado en tales términos se presenta de manera pormenorizada en este capítulo y en el siguiente. Es a partir de dicho reporte que se sintetizan los principales resultados, recurriendo, cuando se ha juzgado pertinente, a elementos específicos del marco de referencia y de comparación con las propuestas curriculares de los otros países incluidos en el análisis. Es importante aclarar que la exposición de resultados correspondientes a la presencia del uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el currículo de matemáticas está basada tanto en el análisis comparativo de la propuesta mexicana con las de los otros tres países, como en los datos incluidos en el anexo. Lo anterior, en razón de que el análisis a este respecto no aparece como un rubro específico en la parte del estudio correspondiente a la calidad del diseño curricular.

3.1.1 Sobre la relevancia y el sentido de las matemáticas en el currículo

En la exposición de los propósitos de enseñar matemáticas de las cuatro propuestas curriculares analizadas hay una coincidencia en el interés de formar individuos que sean capaces de resolver problemas. En algunas de las propuestas se expresa el interés particular en la resolución de problemas rutinarios, no-rutinarios, relacionados con la comunidad y el entorno cotidiano del estudiante, y en otras, además, se enfatiza la importancia de que los individuos sean capaces de resolver problemas relacionados con la ciencia, la tecnología, la ingeniería, y el mundo financiero, y de desempeñarse adecuadamente en el mundo laboral. Lo anterior se interpreta como una expresión de las propuestas de lo que en el estudio se llama "sentido de las matemáticas" o "el papel de las matemáticas en el currículo", y por lo tanto de la relevancia de su enseñanza. Más adelante, en la subsección 3.1.3 se resumen las variantes con las que en los distintos programas se concibe la resolución de problemas.

Otro interés común en los programas estudiados es el del desarrollo de competencias, mismo que en casi todos los casos está estrechamente vinculado a la capacidad de resolver problemas. Sin embargo, son diferentes las maneras en que se propone promover dicho desarrollo. En los

programas de México aún hay diferencias importantes, pues mientras que en el de preescolar se dan orientaciones precisas a través de proponer actividades diseñadas desde la perspectiva de "las matemáticas en uso", en los de primaria y secundaria, este aspecto queda inmerso en una presentación compleja del currículo (esto se explica más adelante) y en los programas del nivel medio superior se observa un divorcio entre lo que al respecto se declara en el discurso general del modelo educativo y los contenidos específicos, en los cuales no se advierte la intención didáctica del desarrollo de competencias.

Una carencia importante en los programas de México es la de un pronunciamiento sobre la concepción de las matemáticas en la cual se basa su diseño. Los programas de Chile, Inglaterra y Corea del Sur sí hacen explícita dicha concepción. Este último pone en el centro las reglas, principios y conceptos matemáticos, mientras que la propuesta de Chile se basa en el carácter instrumental de las matemáticas para acceder al conocimiento de otras ciencias, y la propuesta de Inglaterra parte de la naturaleza creativa y la tradición cultural de las matemáticas, así como de la utilidad de sus aplicaciones y su uso en la vida cotidiana. La falta de posicionamiento en este sentido en el currículo mexicano explica, en parte, los resultados obtenidos del análisis de la calidad del diseño relacionados con fallas en la consistencia interna.

3.1.2 Acerca de la calidad del diseño curricular

1) Una característica de la propuesta curricular de matemáticas de la educación básica de México es que en ella coexisten componentes u organizaciones paralelas, como, la de estándares curriculares y aprendizajes esperados; la basada en desarrollo de competencias y en la educación primaria y secundaria, además, están presentes la organización de contenidos por ejes temáticos y por bloques. El análisis realizado en este estudio muestra que dicha característica compromete elementos fundamentales de la calidad del diseño curricular. Así, en el nivel de preescolar, la organización a partir de estándares curriculares por un lado y a partir del desarrollo de competencias, por otro, compromete la aceptabilidad de la propuesta, ya que ambas organizaciones comparten las mismas áreas temáticas (número, y forma, espacio y medida) pero las estructuran y ordenan de forma diferente. Del mismo modo, la consistencia interna queda comprometida en este nivel escolar, a raíz del papel preponderante asignado a la evaluación en la organización a partir de estándares curriculares (por medio de la prescripción de la evaluación nacional de estándares curriculares y aprendizajes esperados), papel que no es congruente con la expresión de objetivos, contenidos y forma de trabajo de la organización por competencias.

Por su parte, en los niveles escolares de primaria y secundaria la segmentación de los contenidos en términos de bloques (de duración bimestral) incluyendo, cada uno de ellos, contenidos de los tres ejes temáticos, deriva en una propuesta prescriptiva y poco flexible, al menos en cuanto al orden y la duración de la enseñanza de tales contenidos. Lo anterior restringe la *adaptabilidad* de la propuesta, ya que su implementación apegada a dicha segmentación impide que el profesor realice una planificación de la enseñanza acorde a las características y el progreso en el aprendizaje de sus estudiantes. En relación con esta característica, el currículo mexicano contrasta con las propuestas de Inglaterra y Corea del Sur, las cuales, si bien detallan los contenidos obligatorios por grado o etapa clave, dan oportunidad para organizar los contenidos específicos a lo largo del ciclo escolar. Por otro lado, la mencionada organización de contenidos dificulta la puesta en

práctica de la propuesta curricular mexicana en subsistemas o modelos escolares con características especiales, como las escuelas multigrado en primaria o las telesecundarias, mismas que por lo general funcionan en modalidad unidocente y con un profesor no especialista. Esto último, de manera natural, redundante en una condición de falta de *equidad*, por las limitantes que la mencionada organización de contenidos impone en la atención a las poblaciones de estudiantes propias de esas modalidades. A su vez, la falta de articulación entre los distintos componentes de la propuesta deriva en una expresión compleja y poco clara de sus propósitos principales e intención educativa, lo cual limita de manera importante la *aceptabilidad* en estos dos niveles escolares.

- 2) En la misma línea de la calidad del diseño curricular, cabe mencionar que los programas de matemáticas analizados, correspondientes a las tres modalidades de la educación media superior —bachillerato general, bachillerato tecnológico y Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP)—, presentan un modelo educativo que se declara en favor del desarrollo de competencias enfocadas al uso de los conocimientos matemáticos para analizar problemas del entorno del estudiante y al desarrollo de valores en relación a dicho conocimiento. En este sentido, los tres programas se expresan respecto a *la relevancia* de la enseñanza de las matemáticas en este nivel escolar. Sin embargo, esos mismos programas están conformados por contenidos clásicos (aritmética, álgebra, cálculo y probabilidad y estadística) y por sugerencias para el profesor que corresponden a tratamientos tradicionales de enseñanza, tanto de los contenidos como en cuanto al formato de clase (tipo expositivo). En consecuencia, la discrepancia existente entre lo que se declara en los documentos base del modelo educativo y la exposición de contenidos y actividades sugeridas hace que lo expresado en cuanto a *la relevancia* de enseñar y aprender matemáticas no se sostenga, así como (por la misma razón) tampoco se sostenga la *consistencia interna* de las propuestas. Aún más, y en concordancia con los resultados del análisis del currículo de la educación básica, en los programas de la educación media superior también la coexistencia de discursos paralelos, y en este caso, contrapuestos (haciendo referencia a las posiciones extremas "contenidos tradicionales" frente a "enseñanza por medio de resolución de problemas y desarrollo de competencias") resulta un obstáculo de la *aceptabilidad* de dichas propuestas.

Del mismo modo, se observa una brecha importante entre, por un lado, el discurso del modelo educativo del nivel medio superior respecto a la intención de asumir la diversidad cultural del país y la posibilidad de adaptar los programas a las diferentes condiciones del enclave de los planteles escolares, y, por el otro, las propuestas concretas de contenidos y sugerencias pedagógicas, las cuales están lejos de cumplir con las condiciones de *adaptabilidad* y *equidad* implícitas en el discurso más general.

- 3) El análisis correspondiente a la educación primaria, secundaria y media superior muestra que, en general, los contenidos temáticos en los programas de México son *pertinentes* para los rangos de edades de cada uno de dichos niveles escolares. De hecho, existe coincidencia en buena parte de esos contenidos con los de los programas de Chile, Corea del Sur e Inglaterra. Entre las pocas diferencias notorias está el momento curricular para introducir algunos temas, como el de probabilidad (mientras que en el programa de Corea del Sur se enseña a partir de la primaria, en México se inicia en la secundaria) y el tema de ecuaciones (que en México se introduce explícitamente hasta la educación secundaria, mientras que en Inglaterra, Corea del Sur y Chile, el tema se introduce de manera temprana desde los grados primero, segundo y cuarto de primaria, respectivamente, y se aborda con lenguaje algebraico en el sexto grado). Sin embargo, a pesar de las similitudes en los contenidos mismos, la falta de delimitación del

alcance de su tratamiento y de los aprendizajes esperados relacionados con ellos en el currículo mexicano pone en entredicho la mencionada *pertinencia*, sobre todo en ciertos casos, como en el del tema de la secundaria "conversión de fracciones decimales y no decimales a su escritura decimal y viceversa", cuyas posibilidades de abordarlo pueden llegar a requerir niveles de competencia de matemáticas avanzadas (propias de estudios universitarios del área de ciencias exactas).

Por otra parte, el análisis del currículo de preescolar destaca la discrepancia en cuanto a *pertinencia* entre la organización por competencias y la organización por estándares y aprendizajes esperados. En la primera de ellas, por un lado, se hacen señalamientos generales orientados a atender los intereses y necesidades de los individuos en su conformación biológica, psicológica y cultural y, por otro, se dan orientaciones específicas respecto a tomar en cuenta las edades de los alumnos y su desarrollo cognitivo para el tratamiento de los contenidos matemáticos. Tal es el caso de la noción de número, para la cual se propone plantear y abordar problemas que involucren cantidades pequeñas (de preferencia menores que 10 y que impliquen resultados menores que 20). También, a un nivel específico, se dan orientaciones pedagógicas que enfatizan la importancia del desarrollo de la capacidad de los alumnos para comunicarse, tanto verbalmente como mediante representaciones gráficas, con el fin de sentar las bases que les permitan acceder en los años escolares posteriores al uso de sistemas matemáticos de representación. En cambio, en la organización por estándares y aprendizajes esperados se plantean objetivos que quedan fuera del alcance de los niños de preescolar, considerando su nivel de desarrollo cognitivo. Un ejemplo de esta falta de *pertinencia* se observa cuando en dicha organización curricular se plantea que los alumnos, al egreso de este nivel escolar, sepan utilizar números naturales hasta de dos cifras y resuelvan problemas aditivos con bidígitos mediante representaciones gráficas o cálculo mental.

3.1.3 La resolución de problemas y la enseñanza de las matemáticas en contexto

- 1) Como se menciona en el apartado "Marco de referencia y estrategia metodológica" de este informe, la presencia de la resolución de problemas en el currículo de matemáticas en varios países tiene su origen en la reforma educativa de los años noventa en los Estados Unidos, la cual dio lugar a la tendencia marcada por darle preeminencia precisamente a la resolución de problemas, así como a la enseñanza de conceptos, en contraposición con la enseñanza de contenidos tradicionales, como los relacionados con las destrezas algorítmicas y de manipulación simbólica.

Las cuatro propuestas curriculares en los niveles escolares analizados se ubican dentro de la mencionada tendencia, si bien, confiriéndole, cada una de ellas, papeles educativos diferentes a la actividad de resolver problemas. En las propuestas de Chile, Corea del Sur e Inglaterra destaca la precisión con que se define y señala cómo incorporar dicha actividad al currículo. En el programa de Chile, "resolver problemas" es una de las habilidades que se busca desarrollar y en él se plantean objetivos de aprendizaje específicos para lograrlo y se proponen además diversos contextos, recomendando que se favorezca el refinamiento de estrategias de resolución, desde las más sencillas (como la de ensayo y error) hasta otras más complejas (como la que consiste en seguir los pasos de entender, planificar, hacer y comprobar). En la propuesta de Corea del Sur la resolución de problemas se ubica en uno de los ejes que señala

el desarrollo de estrategias de resolución cada vez más complejas a lo largo de cada grado escolar, con recomendaciones explícitas respecto al aprendizaje y a los métodos de enseñanza. Por su parte, en el currículo inglés se plantea como una de las tres habilidades que se pretende desarrollar para la aplicación de las matemáticas en una variedad de problemas rutinarios y no rutinarios, y se dan recomendaciones de segmentar los problemas en una serie de pasos "más simples", promoviendo entre los estudiantes la perseverancia en la búsqueda de soluciones y proponiéndoles problemas más ricos y sofisticados, sin apresurar el aprendizaje de nuevos contenidos. En la propuesta de México de toda la enseñanza obligatoria, la resolución de problemas (de manera autónoma) se presenta como una de las competencias que se pretende desarrollar, y se considera, además, como una metodología de enseñanza de los contenidos matemáticos consistente en el uso de situaciones problemáticas. Sin embargo, en relación con la concepción como competencia, a diferencia de las otras tres propuestas curriculares, en los programas de México (a excepción del programa de preescolar) no se precisa cómo puede fomentarse su desarrollo. Es más, en el currículo de secundaria puede observarse la ausencia de orientaciones claras sobre los tipos de problemas y las estrategias de resolución recomendables para la enseñanza de los diferentes contenidos.

Es pertinente señalar que, en el currículo de preescolar de México correspondiente al campo formativo de matemáticas (organización por competencias), la resolución de problemas, más que como una competencia en sí misma, se presenta como metodología de enseñanza para propiciar el aprendizaje de los primeros números naturales y las nociones iniciales de forma, espacio y medida. A diferencia de los programas de primaria, secundaria y nivel medio superior, en el de preescolar se incluyen orientaciones sobre cómo aplicar dicha metodología, por ejemplo, recurriendo al juego y a la manipulación de materiales para la construcción de nociones de forma, espacio y medida, considerando además la relación entre los conocimientos matemáticos informales de los niños y el desarrollo del pensamiento matemático.

- 2) En estrecha relación con la importancia conferida a la resolución de problemas, en todos los programas se enfatiza el acercamiento de "enseñanza de las matemáticas en contexto". En el currículo mexicano, la *relevancia* de enseñar matemáticas se remite directamente a la resolución de problemas matemáticos y de la vida cotidiana. A este respecto, cabe mencionar que se encontraron inconsistencias entre lo que se declara y lo que se propone concretamente en cuanto a contenidos temáticos y a los ejemplos para abordar éstos a partir de distintos contextos. Así, por ejemplo, para la enseñanza de la resolución de ecuaciones en la educación secundaria se plantean problemas de enunciado del tipo "la edad de mi hermano es el doble de la que yo tenía cuando...", mismos que no tienen relevancia alguna en el entorno de la vida cotidiana de los estudiantes.

En este punto, cabe recordar que la escuela holandesa *realistic mathematics* (matemáticas realistas) ha ejercido una gran influencia en las dos últimas décadas en la elaboración y reforma de los currículos de matemáticas en el mundo. Dicha corriente promueve que las matemáticas en la escuela deben ser vistas como una actividad de llevar a cabo procesos de matematización, y que para su enseñanza deben estar conectadas con la realidad de los estudiantes. Sin embargo, las reformas curriculares en este sentido no siempre se han realizado con apego a las ideas originales de "matematización" y "realidad del estudiante" que son el fundamento de la mencionada corriente. En el análisis llevado a cabo en este estudio, se observan variantes interesantes al respecto. Así, en el currículo mexicano de la educación básica (como ya se ha señalado) se propone la resolución de problemas tanto en el contexto de las matemáticas como en el de la vida

cotidiana. Aquí es importante hacer notar que esta distinción en el tipo de contextos puede hacerse corresponder con los dos tipos de matematización considerados por las matemáticas realistas, el de la matematización horizontal, que consiste en poner en obra herramientas matemáticas que ayudan a organizar y a resolver problemas ubicados en la vida real, y el de la matematización vertical, consistente en procesos de reorganización dentro del sistema matemático mismo, como abreviando pasos o descubriendo conexiones entre conceptos y estrategias, para luego aplicar estos descubrimientos. Sin embargo, como se menciona en el párrafo anterior, en el programa mexicano este acercamiento, presente en el discurso general, no se refleja en las propuestas de contenidos ni en los ejemplos con los que se busca ilustrarlo. Por su parte, los programas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra se pronuncian por la resolución de problemas de aplicación práctica en contextos de la vida diaria, y en el caso de Inglaterra, relevantes para el desempeño en el campo laboral. En dichos programas no se advierte una diferenciación entre contextos matemáticos y extramatemáticos, como en el caso de lo que se declara en el programa mexicano.

- 3) En lo que respecta a la resolución de problemas en el programa de los subsistemas de la educación media superior analizados en el estudio, se encuentra una brecha importante entre el discurso general que propone la formulación y la solución de problemas del entorno, la comunidad y la vida cotidiana, y los contenidos propuestos, en su mayoría consistentes en temas clásicos de este nivel educativo y sin mayor alusión a metodologías de enseñanza que promuevan en los estudiantes el desarrollo de competencias de resolución de problemas. Esta característica ubica a dichos programas en la tendencia de enseñanza de *contenidos tradicionales*, en vista del énfasis que ponen en el desarrollo de destrezas algorítmicas y de manipulación simbólica. En el programa de Corea del Sur también se propone el desarrollo de este tipo de destrezas, pero como complemento al desarrollo de habilidades como la de resolución de problemas.

Aunado a lo anterior, en las propuestas de México la ausencia de claridad en el significado de términos como *problema* (que en ocasiones no se distingue del de *ejercicio*) o *modelación* (que no se sabe si se refiere a la modelación matemática o a la resolución matemática de problemas de enunciado) compromete, entre otras cosas, la *aceptabilidad* por parte de los usuarios primarios del currículo (es decir, de los profesores).

3.1.4 Globalización e investigación educativa en el currículo

- 1) La presencia de los *problemas* en los currículos estudiados, ya sea en la versión de desarrollo de competencias de resolución o como metodología de enseñanza, se suma al énfasis que esos programas ponen en la enseñanza de "las matemáticas en contexto". Lo anterior permite ubicarlos en la tendencia *global*, acorde al marco de evaluación del programa de evaluaciones internacionales PISA, el cual sostiene que lo que se evalúa son competencias y no conocimientos.
- 2) Además de la tendencia *global* bien identificada en los currículos de la educación obligatoria de México, en los de la educación básica se encuentran indicios de la influencia de la investigación educativa. Tal es el caso de los contenidos relativos al razonamiento proporcional en la primaria, los cuales abordan distintos aspectos de dicho razonamiento, como (entre otros) la idea de razón, el cálculo de porcentajes, la resolución de problemas que involucran factor de escala, y los repartos desiguales o agrupaciones a partir del conocimiento de fracciones y de los múltiplos.

Este tema se aborda también con gran riqueza de significados en los programas de Corea del Sur, Chile e Inglaterra. Destaca en estos dos últimos la conexión con nociones prealgebraicas, al introducir la variación (proporcional) entre dos cantidades x y y , y representarla por medio de gráficas y tablas, o al incluir la resolución de problemas de proporcionalidad de valor faltante, mediante la multiplicación y la división de enteros.

Del mismo modo, en el programa mexicano de preescolar (organización por competencias) se advierte la influencia de la investigación, sobre todo en lo relativo a las posibilidades de aprendizaje de niños de este nivel escolar. Particularmente, se delimita el trabajo sobre número, considerando el conteo hasta 20, la representación simbólica convencional hasta el 10 y los datos numéricos menores o iguales a 10 en los problemas. Respecto al trabajo sobre geometría (forma) se distingue como propósito, a diferencia de las otras propuestas, desarrollar la habilidad de percepción geométrica, antecedente importante al razonamiento geométrico, con la ventaja didáctica de propiciar, de manera natural, el trabajo sobre la forma sugerido por las propuestas de los otros países en las actividades que propician el desarrollo de este razonamiento.

A pesar de los indicios mencionados, con muy pocas excepciones, es notoria en los programas mexicanos y de los otros países la ausencia de referencias explícitas a la bibliografía de investigación del campo de la educación matemática, o bien la ausencia de innovación en el currículo proveniente de resultados reportados en dicha bibliografía, como los relacionados con nuevos acercamientos a la enseñanza del álgebra, o los que muestran la factibilidad de una introducción temprana de temas de probabilidad y de la matemática de la variación. Esta ausencia es aún más evidente en los programas de la educación media superior analizados, en los cuales la innovación curricular se circunscribe a la importancia conferida a la resolución de problemas en el discurso de los documentos base del bachillerato general, pero que, como ya se señaló, no se concreta a nivel de contenidos y metodología de enseñanza.

3.1.5 Evaluación y uso de TIC

- 1) Llama la atención la presencia escasa y marginal de expresiones sobre la evaluación de los aprendizajes en casi todos los programas analizados. Sin embargo, amerita resaltar el papel prescriptivo que la evaluación (propuesta en la organización por estándares curriculares y aprendizajes esperados) imprime al currículo de preescolar de México. Como ya se señaló en un apartado anterior, esto puede derivar en una enseñanza "para la prueba" en lugar de enfocar la tarea educativa al desarrollo de competencias. En los programas de los demás niveles escolares solamente se hace referencia de manera general al papel y a las formas de evaluación. En los casos de Corea del Sur e Inglaterra, se presume que en documentos complementarios del currículo se dan orientaciones para la evaluación. Por otra parte, cabe destacar que en el caso de Chile el documento curricular mismo incorpora el rubro de la evaluación como un componente constitutivo de la propuesta.
- 2) A pesar de que la investigación educativa de las últimas tres décadas ha evidenciado la potencialidad de los entornos tecnológicos de aprendizaje para introducir innovaciones en los acercamientos de enseñanza de las matemáticas y en los contenidos mismos del currículo, a excepción del programa de Chile, las referencias al uso de tales entornos en los programas estudiados es de carácter muy general y a manera de sugerencia. Es decir, los avances en el

desarrollo de herramientas digitales y de la experimentación con diversos modelos de uso de éstas aún no han encontrado su camino hacia el aula de matemáticas. Lo anterior no sólo se verifica en las propuestas curriculares analizadas, sino que la bibliografía especializada lo confirma para un buen número de sistemas educativos.

3.1.6 Sobre la articulación entre niveles escolares

Si bien en el caso de la educación básica los documentos oficiales hablan de un enfoque general y de un tipo de organización integral de los tres niveles escolares que la conforman, a partir del análisis de la calidad del diseño curricular se identificaron discontinuidades importantes entre niveles consecutivos, sobre todo en cuestión de contenidos disciplinares. En el apartado III se hace un reporte detallado de dichas discontinuidades, así como de las continuidades bien logradas en el diseño.

Un caso especial es el de la falta de articulación entre los programas de la educación básica y los de la educación media superior, explicable en parte por la reciente incorporación de esta última al sistema de enseñanza obligatoria. Las discontinuidades se ubican no solamente en el terreno disciplinar sino también en el del enfoque y el tratamiento didáctico de los contenidos. Esta deficiencia en el diseño se ve acentuada por la discrepancia entre el discurso general expresado en los documentos base del Bachillerato General y la propuesta concreta de contenidos y metodología de enseñanza, discrepancia que ya ha sido señalada con anterioridad.

3.2 Reflexiones sobre el estudio y sus implicaciones para la política curricular de México

El análisis intrínseco de la calidad de los programas mexicanos ha hecho evidentes deficiencias importantes en su diseño, destacando entre ellas el exceso de elementos que los conforman (especialmente en los correspondientes a la educación básica), lo cual, aunado a una falta de articulación entre los mismos, deriva en una comunicación poco clara del sentido y los propósitos de la enseñanza de las matemáticas en la educación obligatoria. La presentación actual de los currículos deja al lector profesor (y a otros destinatarios, como los autores de textos) la compleja tarea no sólo de desentrañar tal sentido y tales propósitos, sino de poner en obra en su labor docente (o de elaboración de textos y materiales educativos) todos esos elementos (desarrollo de competencias, aplicación de estándares curriculares, logro de aprendizajes esperados, contenidos o ejes temáticos, bloques de contenidos y acercamiento didáctico por resolución de problemas).

Como ya se ha mencionado, esta característica de componentes excesivos en los programas de México contrasta con la sobriedad de la presentación sintética, precisa y clara de los programas de Corea del Sur e Inglaterra. Esto último habla de una suposición implícita de cierta autonomía de los profesores de esos países en la organización de su labor docente, o bien (o también) del acceso de éstos a bibliografía y materiales complementarios que les sirven de guía en el desempeño de dicha labor. En este punto es importante hacer referencia a los programas de Chile, los cuales, igual que los de México, contienen diversos elementos, pero presentados con una articulación clara entre ellos y en relación directa con los propósitos principales de la enseñanza de las matemáticas expresados en los propios documentos. Lo anterior habla de que en este caso hay

una necesidad de comunicar a los docentes, con detalle, las características esenciales y la intención didáctica del currículo, a fin de que lleven a cabo de manera adecuada su implementación.

Además de la cantidad de elementos que componen el currículo mexicano, la segmentación excesiva de los contenidos, derivada de la organización por bloques en primaria y secundaria, le imprime un carácter prescriptivo, inequitativo, poco flexible y con una aparente saturación de temas. Esto último, en vista de que cada uno de los bloques, de duración bimestral, debe incluir, obligatoriamente, contenidos de los tres ejes temáticos. Modificaciones curriculares futuras obligan a una revisión de dicha organización, la cual permita formular criterios claros para una posible reducción (o reorganización) de los contenidos disciplinares, que a su vez derive en una propuesta flexible, factible de implementarse en modalidades educativas especiales, como las de las telesecundarias o de las escuelas multigrado.

Por otra parte y en relación con lo que se comenta en el párrafo anterior, cabe señalar que el análisis comparativo realizado en el estudio muestra que los programas mexicanos comparten con los de Chile, Corea del Sur e Inglaterra un núcleo amplio de contenidos temáticos, y que la diferencia esencial con ellos estriba en la organización de dichos contenidos, en su segmentación y en la forma de comunicar su intención didáctica. Esa notable coincidencia puede interpretarse como signo del carácter universal que tienen las matemáticas y también como manifestación de un consenso implícito en el medio educativo mundial sobre lo fundamental de este cuerpo de conocimientos que debe incluirse en la enseñanza obligatoria.

Otra de las deficiencias evidenciadas por el estudio intrínseco es la falta de consistencia interna en prácticamente todos los programas de la enseñanza obligatoria. Como se reseña en los apartados 1.1.1 a 1.1.3, son varias las zonas en las que se localizaron inconsistencias y son varios los factores que las originan. Algunas de esas inconsistencias se deben a la falta de correspondencia entre ciertos contenidos temáticos y los propósitos de enseñanza o los aprendizajes esperados. En el currículo de primaria se identificaron contenidos que no corresponden a propósitos, y en el de secundaria hay aprendizajes esperados para los cuales no existen contenidos que permitan su logro. Lo anterior da lugar a "huecos curriculares". La presencia de estos huecos y las otras inconsistencias detectadas representan serios obstáculos para la implementación del currículo, tanto a nivel del desarrollo curricular (producción de libros de texto y materiales didácticos) como a nivel de la práctica docente, y, consecuentemente, a nivel del aprendizaje. De modo que resulta necesario corregir estas deficiencias en las futuras reformas o ajustes de los programas.

Desde una perspectiva internacional puede decirse que, con base en lo declarado en los documentos oficiales, los programas de México, junto con las propuestas de los países de la comparación, se ubican dentro de las tendencias modernas que consideran el desarrollo de competencias a partir de la resolución de problemas y de la enseñanza de la resolución de problemas. No obstante, aún está pendiente que las aspiraciones expresadas en el discurso general se concreten en las propuestas mismas, a nivel de contenidos y de metodologías de enseñanza.

En términos de globalización, en las propuestas de primaria y secundaria de México se advierte la influencia de los planteamientos de las organizaciones que conciben, construyen y aplican los exámenes internacionales. Dicha influencia también posiciona a México dentro de una de las corrientes educativas internacionales modernas.

Del mismo modo, a través de la presencia y el tratamiento de algunos temas, se observa en el currículo mexicano una cierta influencia de la investigación educativa en el área de matemáticas. Sin embargo, innovaciones más profundas, como las conducentes a la democratización del conocimiento matemático, a través de la incorporación amplia y obligatoria de determinados entornos tecnológicos de aprendizaje, aún están ausentes.

La incorporación del nivel medio superior a la educación obligatoria debería llevar a un replanteamiento profundo del sentido de enseñar matemáticas a toda la población. La ausencia de una posición al respecto en los documentos curriculares de este nivel puede crear un vacío de sentido de las matemáticas en los niveles anteriores. Destaca el contraste con las propuestas de los otros tres países, en las cuales hay una declaración sobre la naturaleza y el carácter de las matemáticas y de su enseñanza. Asumir explícitamente una posición a este respecto en la propuesta de México ayudaría a definir con claridad para qué enseñar matemáticas, lo que a su vez llevaría a una reformulación congruente y pertinente de lo que hay que enseñar (y cómo hacerlo) en todos y cada uno de los niveles obligatorios. Una declaración de esa naturaleza ayudaría a la creación de criterios sobre qué debe permanecer y qué debe modificarse o eliminarse del currículo. La lógica de las reformas o ajustes podría entonces hacerse transparente para los usuarios primarios (maestros y alumnos) y destinatarios en general del currículo de matemáticas.

Finalmente, es importante señalar que los resultados aquí presentados, así como las reflexiones expresadas, corresponden estrictamente a la aplicación de una metodología de investigación diseñada de acuerdo con las especificidades del área de conocimiento de las matemáticas, y que estudios, desde una perspectiva teórica general del currículo, conducirían a resultados con otras características y de otra naturaleza. Los resultados de esta investigación sugieren algunos ajustes al marco de referencia y metodológico, sobre todo en lo referente al componente que considera la influencia de la investigación en educación matemática en el currículo y el rubro sobre el uso de las TIC. Lo anterior, en razón de la presencia tan débil de ambos elementos en las propuestas analizadas.

4

Síntesis de resultados y reformas curriculares de corto y largo plazos

En este capítulo se presenta una síntesis de los resultados reportados en el anterior y se exponen conclusiones generales del estudio, así como implicaciones para futuras reformas curriculares, de corto y de largo plazo.

4.1 Resumen de resultados

Siguiendo el esquema del capítulo anterior, el resumen de los resultados principales se expone en seis categorías:

1. Sobre la relevancia y el sentido de las matemáticas en el currículo.
2. Acerca de la calidad del diseño curricular.
3. Resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas en contexto.
4. Globalización e investigación educativa en el currículo.
5. Evaluación y uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC).
6. Sobre la articulación en los niveles escolares.

4.1.1 Sobre la relevancia y el sentido de las matemáticas en el currículo

Intereses comunes en las cuatro propuestas curriculares

- Desarrollo de competencias.
- Formación de individuos que sean capaces de resolver problemas.

En México, estos intereses se expresan de manera diferenciada por niveles:

- **Preescolar:** orientaciones precisas, actividades diseñadas desde la perspectiva de "matemáticas en uso".
- **Primaria y secundaria:** expresión inmersa en una presentación compleja del currículo.
- **Medio superior:** divorcio entre lo declarado en el discurso del modelo educativo y los contenidos de enseñanza.

Pronunciamiento sobre la concepción de las matemáticas

- **Corea del Sur:** reglas, principios y conceptos matemáticos.
- **Chile:** carácter instrumental de las matemáticas para acceder al conocimiento de otras ciencias.
- **Inglaterra:** naturaleza creativa y tradición cultural de las matemáticas; utilidad de sus aplicaciones; su uso en la vida cotidiana (terreno laboral).
- **México:** falta de posicionamiento a este respecto que deriva en fallas en la consistencia interna.

4.1.2 Acerca de la calidad del diseño curricular

Exceso de elementos y organizaciones paralelas en los programas de la educación básica de México comprometen aspectos fundamentales de la calidad del diseño curricular

(Estándares curriculares y aprendizajes esperados; desarrollo de competencias; además, en primaria y secundaria, organización de contenidos por ejes temáticos y bloques.)

- **Preescolar:** la coexistencia de las organizaciones a partir de competencias y a partir de estándares y aprendizajes esperados impacta la aceptabilidad, ya que ambas comparten las mismas áreas temáticas (número, y forma, espacio y medida), pero las estructuran y organizan de manera diferente.
- El papel preponderante asignado a la evaluación (estándares) no es congruente con los objetivos, contenidos y forma de trabajo (competencias), lo que deriva en fallas en la consistencia interna.
- **Primaria y secundaria:** la segmentación por bloques (duración bimestral) con temas de los tres ejes temáticos en cada bloque deriva en una propuesta prescriptiva y poco flexible, a partir de lo cual falla la adaptabilidad, pues impide una planificación de la enseñanza acorde con las características y el progreso de los estudiantes. Lo anterior conduce a la falta de equidad, ya que dificulta la implementación en subsistemas o modalidades escolares con características especiales.
- La falta de articulación entre los distintos elementos resulta en una expresión compleja que limita la aceptabilidad.
- En contraste, Inglaterra y Corea del Sur detallan los contenidos obligatorios por grado o etapa clave, pero dan amplia libertad al profesor (o al plantel escolar) para organizarlos, agruparlos, abordarlos a lo largo del ciclo escolar.

Divorcio entre discurso general y contenidos

- **Medio superior (bachillerato general, bachillerato tecnológico, Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica —CONALEP—):** el modelo educativo se declara en favor del desarrollo de competencias enfocadas al uso de los conocimientos matemáticos para analizar el entorno del estudiante y del desarrollo de valores en relación con dicho conocimiento, lo cual puede interpretarse como expresión de la relevancia de la enseñanza de las matemáticas en este nivel escolar.
- Sin embargo, los contenidos son los clásicos (aritmética, álgebra, cálculo y probabilidad y estadística) y las orientaciones corresponden a un tratamiento tradicional tanto de los temas como del formato de clase (tipo expositivo).
- La coexistencia de discursos paralelos se traduce en un obstáculo para la *aceptabilidad*.

- En el modelo educativo se expresa la intención de asumir la diversidad cultural del país y de adaptar los programas a las condiciones del enclave de los planteles escolares. Sin embargo, las propuestas concretas están lejos de cumplir con la *adaptabilidad* y la *equidad*.

Pertinencia de los contenidos disciplinares

- **Primaria a medio superior:** coincidencia en contenidos con Chile, Corea del Sur e Inglaterra, aunque con diferencias en los momentos de introducir algunos de ellos.
- **Probabilidad:** México, en secundaria; Corea del Sur, en primaria.
- **Ecuaciones:** México, en secundaria; Inglaterra, Corea del Sur y Chile, en primaria (con lenguaje algebraico en sexto de primaria).
- En México, la falta de delimitación del alcance de algunos contenidos compromete la *pertinencia* (por ejemplo, conversión de fracciones decimales y no decimales a su expresión decimal y viceversa).

En preescolar, la organización por competencias da orientaciones específicas para tomar en cuenta las edades y desarrollo cognitivo de los alumnos para el tratamiento de los contenidos (por ej. problemas con cantidades menores a 10 y resultados menores a 20). La expresión por estándares plantea objetivos fuera del alcance del nivel cognitivo de los niños (por ej. números naturales hasta de dos cifras y resolución de problemas aditivos con bidígitos, mediante representaciones gráficas y cálculo mental). Lo anterior compromete la *pertinencia* del programa.

4.1.3 Resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas en contexto

Las propuestas de los cuatro países se ubican en la tendencia de dar preminencia a la resolución de problemas, en contraposición con la enseñanza de destrezas algorítmicas y de la manipulación simbólica.

Papeles diferentes de la resolución de problemas

- **Chile:** la resolución de problemas es una habilidad. Se proponen contextos diversos. Se recomienda favorecer el refinamiento de estrategias de resolución (desde el ensayo y error hasta seguir los pasos de entender, planificar, hacer y comprobar).
- **Corea del Sur:** desarrollo de estrategias de resolución cada vez más complejas a lo largo de cada grado escolar, con señalamientos específicos sobre el aprendizaje y los métodos de enseñanza.
- **Inglaterra:** una de las tres habilidades para la aplicación de las matemáticas en una variedad de problemas rutinarios y norutinarios. Recomendaciones de segmentar los problemas en pasos "más simples" promoviendo la perseverancia en la búsqueda de soluciones, proponiendo problemas más ricos y sofisticados, sin apresurar el aprendizaje de nuevos contenidos.
- **México:** la resolución de problemas es una competencia, pero también es una metodología de enseñanza. A excepción del programa de preescolar, en los de los otros niveles escolares no se precisa cómo puede fomentarse el desarrollo de esta competencia.

En preescolar se dan orientaciones de cómo recurrir al juego y la manipulación de materiales para propiciar el desarrollo de la competencia y también para la enseñanza de los primeros números naturales y de las primeras nociones de forma, espacio y medida.

Enseñanza de las matemáticas en contexto

Influencia internacional de la escuela “matemáticas realistas”, que promueve que las matemáticas escolares deben verse como una actividad de llevar a cabo procesos de matematización (horizontal y vertical), y que deben estar conectadas con la realidad de los estudiantes.

Influencia con distintas variantes:

- **México, primaria y secundaria:** resolución de problemas tanto en el contexto de las matemáticas como en el de la vida cotidiana (concordancia con m. horizontal y m. vertical). Presente en el discurso general, pero no se refleja en las propuestas concretas de contenidos y su tratamiento.
- **México, medio superior:** discrepancia entre el discurso general y la propuesta de contenidos. Contenidos clásicos con énfasis en el desarrollo de destrezas algorítmicas y de manipulación simbólica, sin alusión a metodologías de enseñanza que promuevan el desarrollo de competencias de resolución de problemas.
- **Corea del Sur:** propone el desarrollo de destrezas algorítmicas y de manipulación simbólica como complemento al desarrollo de otras habilidades, entre ellas, la de resolución de problemas.

4.1.4 Globalización e investigación educativa en el currículo

La presencia de los “problemas” y el énfasis de la ‘enseñanza de las matemáticas en contexto’ ubica a los programas de los cuatro países en la tendencia *global*, acorde al programa de evaluaciones internacionales PISA, el cual evalúa competencias y no conocimientos.

Influencia de la investigación educativa: indicios

- **México:** razonamiento proporcional, abordando distintos aspectos como idea de razón, cálculo de porcentajes, problemas que involucran factor de escala, repartos desiguales o agrupaciones a partir del conocimiento de fracciones y de los múltiplos.
- **Corea del Sur, Chile e Inglaterra:** el razonamiento proporcional se aborda con gran riqueza de significados, y en Chile e Inglaterra hay una conexión con nociones prealgebraicas, al introducir la variación entre dos cantidades (x y y) y representarla con gráficas y tablas. Además, incluyen resolución de problemas de valor faltante, utilizando multiplicación y división de enteros.
- **México, preescolar:** se toma en cuenta el desarrollo cognitivo de los niños; se considera el conteo hasta 20, la representación convencional hasta 10 y los datos numéricos menores o iguales a 10 en los problemas.

En forma se busca desarrollar la percepción geométrica, antecedente importante del conocimiento geométrico.

Ausencia de innovaciones y referencias explícitas a la investigación

En las cuatro propuestas es notoria la ausencia de referencias explícitas a la bibliografía de investigación, así como la incorporación de innovaciones en contenido o acercamientos de enseñanza (uso de TIC, álgebra temprana, por ejemplo).

4.1.5. Evaluación y uso de TIC

Presencia escasa y marginal de expresiones sobre la evaluación

- **México:** papel prescriptivo de la evaluación en preescolar (estándares y aprendizajes esperados).
- **Chile:** el documento curricular incorpora el rubro de la evaluación como componente constitutivo de la propuesta.
- **Corea e Inglaterra:** se presume la existencia de documentos complementarios del currículo con orientaciones para la evaluación.

Referencia marginal al uso de TIC

A excepción del currículo de Chile, las propuestas analizadas hacen referencia de manera general al uso sugerido (noobligatorio) de TIC. Esto, a pesar de que la investigación educativa ha evidenciado la potencialidad de los entornos tecnológicos para un aprendizaje significativo de las matemáticas.

4.1.6. Sobre la articulación en los niveles escolares

Continuidades y discontinuidades

- **Preescolar a primaria:** para forma, espacio y medida, en preescolar se plantean contenidos que no tienen continuidad en primero de primaria. En este grado no hay contenidos para forma ni tampoco para espacio. Respecto al tratamiento de la medida, en preescolar se señalan contenidos para las magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo, pero solamente longitud y tiempo se retoman en primero aunque, prácticamente, se trata de los mismos contenidos de preescolar, es decir, no hay avances.
En general la propuesta de primero de primaria parece no tomar en cuenta el trabajo planteado para preescolar, pues retoma, con el mismo nivel de complejidad, seis de sus contenidos sobre número; omite la continuidad al trabajo iniciado sobre forma y espacio, y deja de lado 2 de los 4 contenidos planteados en preescolar para la medida.
- **Primaria a secundaria:** se evidencia una articulación en términos generales, salvo algunos contenidos específicos en los que hay huecos en la malla curricular.
En el eje forma, espacio y medida, únicamente hay continuidad en dos temas, uno vinculado con figuras y cuerpos, y el otro con medida. El tema de ubicación espacial no se aborda en secundaria. Se eliminó la probabilidad y estadística en primaria, por lo que los alumnos no cuentan con antecedentes para su estudio en secundaria.
- **Secundaria a medio superior:** se evidencia una articulación en términos generales en cuanto a competencias (las generales y las específicas) y en cuanto al enfoque didáctico y a la metodología. No hay articulación adecuada en los contenidos específicos que se abordan en los dos

niveles ni tampoco en la estructura de los programas, ya que en media superior se trabaja por medio de unidades temáticas bastante diferenciadas y en secundaria en cada bloque se abordan contenidos de los tres ejes temáticos.

- **Educación básica a media superior:** las discontinuidades se ubican en los contenidos disciplinares y en el enfoque y tratamiento didáctico de éstos. Esto último se acentúa por la discrepancia en el nivel medio superior entre lo expresado en el documento base y la propuesta concreta de contenidos y acercamiento pedagógico.

4.2 Tres conclusiones generales e implicaciones para reformas curriculares futuras

4.2.1. Conclusión 1

El currículo mexicano comparte con el de los otros países un núcleo importante de contenidos matemáticos, así como rasgos de modernidad (desarrollo de competencias, resolución de problemas, matemáticas en contexto e influencia de la investigación educativa).

En este sentido, la propuesta mexicana se ubica dentro de las tendencias globales e internacionales dominantes. En particular, en el nivel de primaria se observa un despliegue amplio de la fenomenología didáctica de distintos contenidos de la aritmética, lo cual da cuenta de la influencia de los resultados de la investigación educativa internacional.

4.2.2. Conclusión 2

El diseño del currículo mexicano presenta deficiencias importantes (respecto del cumplimiento de los criterios de calidad en todos los niveles escolares).

Las fallas son de un carácter distinto en preescolar, en primaria-secundaria y en media superior.

4.2.3. Conclusión 3

No hay un pronunciamiento acerca de la concepción de las matemáticas, como la hay en las otras tres propuestas analizadas

Esta carencia puede ser un factor que influye en la falta de precisión en distintos rubros del currículo (como la resolución de problemas y el alcance de la enseñanza de contenido) así como en la consistencia interna y la articulación entre niveles escolares.

Implicaciones inmediatas para revisiones y reformas del currículo

Corrección de deficiencias en el diseño:

- Exceso de elementos en el currículo (educación básica) y falta de articulación entre ellos.
- Segmentación excesiva de contenidos.

- Huecos curriculares y discontinuidades entre niveles escolares consecutivos.
- Falta de precisión en rubros como la resolución de problemas, el desarrollo de competencias y las matemáticas en contexto (sobre todo en los niveles de primaria a medio superior).

Implicaciones para revisiones y reformas del currículo de largo alcance

Rediseño del currículo, atendiendo lo siguiente:

- Falta de un posicionamiento acerca de la concepción de las matemáticas: ¿qué se busca con enseñar matemáticas a todo ciudadano?
- Rediseño de contenidos y acercamientos didácticos, con base en una fundamentación sobre el carácter de las matemáticas escolares y en una serie de principios bien definidos. Esto permitiría evitar atender a todas y cada una de las tendencias (modas) modernas, lo cual deriva en múltiples indefiniciones.
- Consideración de resultados de la investigación en educación matemática, para concebir trayectorias evolutivas del aprendizaje de las distintas líneas temáticas de contenidos matemáticos a lo largo de los cuatro niveles escolares.
- Consideración de resultados de investigación y de la experiencia en el uso de los entornos tecnológicos de aprendizaje para la incorporación de innovaciones educativas.
- Rediseño total de la forma de presentación del currículo.

Referencias

- Artigue, M. (2002). Digital technologies: A window on theoretical issues in mathematics education. En D. Pitta-Oantazi, G. Philippou (eds.). *Proceedings of CERMES 5*. Cyprus: Cyprus University Editions.
- Boero, P. (1999). Special Issue: Teaching and Learning Mathematics in Context. *Educational Studies in Mathematics*, (39).
- Booth, L. R. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors*. Windsor, Reino Unido: NFER-Nelson.
- Buendía, G. (2010). Articulando el saber matemático a través de prácticas sociales. El caso de lo periódico. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 13(4), pp. 129-158.
- Clapham, C (1996). *The Concise Oxford Dictionary of Mathematics*. Nueva York: Oxford University Press.
- Clarke, D (2003). International Comparative Research in Mathematics Education. En Alan J. Bishop *et al* (eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education-Part One* (pp. 143-184). Dordrecht: Science+Business Media, B.V.
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2003a). *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2003b). Young Children and Technology: What Does the Research Say? *Young children*, 58(6), pp. 34-40.
- CCH. Colegio de Ciencias y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de México (2006). *Plan de estudios*. Recuperado en diciembre de 2016, de: <http://www.cch.unam.mx/plandeestudios>
- CONAFE-DIE . Consejo Nacional de Fomento Educativo y Departamento de Investigaciones Educativas(2011a). *Manual para el instructor comunitario. Niveles I y II. Dialogar y descubrir*(2ª ed.). México: Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica. Recuperado en junio de 2015, de: <http://www.conafe.gob.mx/educacioncomunitaria/Paginas/organizacion-servicios.aspx>
- CONAFE-DIE (2011b). *Manual para el instructor comunitario. Nivel III. Dialogar y descubrir* (2ª ed.). México: Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica.
- CONAFE-DIE (2011c). *Matemáticas. Cuaderno de trabajo. Nivel III. Dialogar y descubrir* (2ª ed.). México: Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica.
- CONALEP. Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (2012a). *Manejo de espacios y cantidades*. México: autor.
- CONALEP (2012b). *Guía Pedagógica y de Evaluación del Módulo: Manejo de espacios y cantidades*. México: autor.
- CONALEP (2012c). *Representación simbólica y angular del entorno*. México: autor.
- CONALEP (2012d). *Representación gráfica de funciones*. México: autor.
- CONALEP (2015). *Oferta Educativa Nacional*. México: autor. Recuperado en diciembre de 2016, de: http://www.conalep.edu.mx/quienes-somos/areas_administrativas/Documents/planeacion/ofertaeducativa.pdf
- Courant, R., y John F., (1999). *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático* (1). México: Limusa.
- Department for Education (1999). *Mathematics The National Curriculum for England*. Recuperado de: www.nc.uk.net.

- Department for Education (2013a). *Mathematics Programmes of Study: key stage 3. National Curriculum in England*. Mánchester: autor.
- Department for Education (2013b). *The National Curriculum in England. Framework Document*. Mánchester: autor.
- Department for Education (2014). *National Curriculum in England: Mathematics Programmes of Study*. Recuperado el 27 de octubre de 2016, de: <https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study>
- Department for Education (2014a). *Mathematics Programmes of study: key stage 4. National Curriculum in England*. Mánchester: autor.
- ENP. Escuela Nacional Preparatoria de la Universidad Nacional Autónoma de México. (2006). *Planes de Estudio*. Recuperado en diciembre de 2016, de: <http://dgenp.unam.mx/planesdeestudio/inic.html>
- Fias, W., y Fischer, M. H. (2005). Spatial representation of numbers. En J. I. D. Campbell (ed.). *Handbook of mathematical cognition* (pp. 43-54). Nueva York: Psychology Press.
- Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics As to Be Useful? *Educational Studies in Mathematics*, 1 (1), pp. 3-8.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China lectures*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Fuenlabrada, I. (2009). ¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático en los niños de preescolar? La importancia de la presentación de una actividad. En *Curso de formación y actualización profesional para personal docente de educación preescolar* (I, 279-296). México: SEP.
- Fuenlabrada, I. (2010). ¿Hasta el 100?... ¡No! ¿Y, las cuentas?... ¡Tampoco!... ¿Entonces qué? México: SEP.
- Gravemeijer, K. (1990). *Context problems and realistic mathematics instruction*. En K. Gravemeier, M. van den Heuvel, y I. Streefland (eds.). *Context, Free Productions, Tests, and Geometry in Realistic Mathematics Education*. Utrecht, Holanda: OW & OC Research Group.
- Hart, S. (1991). The Collaborative Dimension. En C. McLaughlin, and M. Rouse (eds.). *Supporting Schools*. Londres: David Fulton.
- Haylock, D., y A. Cockburn (2003). *Understanding Mathematics in the Lower Primary Years: A Guide for Children 3-8* (2ª ed.). Londres: Paul Chapman.
- Hoyles, C., Newman, K., y Noss, R. (2001). Changing Patterns of Transition from School to University Mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(6).
- Howson, A. G. (1991). *National Curricula in Mathematics*. Leicester, Inglaterra: The Mathematical Association.
- INEE. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2011). *Estructura y dimensión del Sistema Educativo Nacional*. México: autor.
- INEE-DECME (2014). *Marco de referencia para la evaluación de contenidos y métodos educativos* (documento de trabajo). México.
- INEE-CCDC (2015). *Criterios de calidad del diseño curricular, documento del estudio comparativo de la propuesta curricular de México y algunos países en el área de las matemáticas*. México: autor.
- Instituto de Evaluación Educativa (2015). Estudio comparativo de la propuesta curricular de Matemáticas en la educación obligatoria en México y otros países. Marco teórico y metodológico que fundamenta el estudio (documento interno de trabajo). México.
- Kaput, J. (1994). Democratizing Access to Calculus: New Routes Using Old Roots. En A. Schoenfeld (ed.). *Mathematical Thinking and Problem Solving* (pp. 77-155). Hillsdale, NJ: Erlbaum Associates.
- Kilpatrick, J. (1985). A Retrospective Account of the Past 25 Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving. En E. A. Silver (ed.). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Nueva York: Lawrence Erlbaum Associates.

- Li, Y., y Lappan, G. (eds.) (2014). *Mathematics Curriculum in School Education*. Cham, Suiza,: Springer.
- Ministerio de Educación (2008a). *Educación Parvularia 1ºNT. Programa pedagógico. Primer Nivel de Transición*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2008b). *Educación Parvularia 2ºNT. Programa pedagógico. Segundo Nivel de Transición*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2011). *Matemática. Programa de Estudio para Séptimo Año Básico*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2011a). *Matemática. Programa de Estudio para Primer Año Medio*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2011b). *Matemática. Programa de Estudio para Segundo Año Medio*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2011c). Decreto 1718 Exento. Determina las fechas en que se deberán cumplir los requisitos de edad de ingreso a la educación básica y media regular y la fecha que se considerará para el ingreso al primer y segundo nivel de transición de la educación parvularia. Publicado el 27 de septiembre de 2011. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2011d). Decreto núm. 439/2012. Establece bases curriculares para la educación básica en asignaturas que indica. Publicado el 23 de diciembre de 2011. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2013). *Matemática. Bases curriculares*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2013a). *Matemática. Programa de Estudio para Primer Año Básico*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2013b). *Matemática. Programa para Segundo Año Básico*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2013c). *Matemática. Programa para Tercer Año Básico*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2013d). *Matemática. Programa para Cuarto Año Básico*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2013e). *Matemática. Programa para Quinto Año Básico*. Santiago de Chile: autor.
- Ministerio de Educación (2013f). *Matemática. Programa para Sexto Año Básico*. Santiago de Chile: autor.
- Ministry of Education, Science and Technology (2007a). *Mathematics Curriculum*. Seúl: autor.
- Ministry of Education, Science and Technology (2007b). *The Kindergarten Curriculum of the Republic of Korea*. Seúl: autor.
- Ministry of Education, Science and Technology (2008). *The School Curriculum of the Republic of Korea*. Seúl: autor.
- Monje, C. (2013). *Procesos de agrupación de los lineamientos para la enseñanza y el aprendizaje del número con base en el programa de educación preescolar 2004*. Tesis para obtener el grado de Maestra en Ciencias en Investigación Educativa en el Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del CINVESTAV, México.
- NCTM. National Council of Teachers of Mathematics (2000a). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Granada, España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- NCTM (2000b). *Principles and Standards for School Mathematics, Grades 9-12*. Reston, Estados Unidos: National Council of Teachers of Mathematics.
- OCDE. Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2012). *Resultados de PISA 2012 en Foco. Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con la que saben*. Autor.

- Perrenoud, P. (2012). *Cuando la escuela pretende preparar para la vida ¿Desarrollar competencias o enseñar saberes?* Barcelona: Graó.
- Piaget, J. (1974). *Seis estudios de psicología* (7ª ed.). Barcelona: Seix Barral.
- Rojano, T. (2008). Mathematics Learning in the Middle School/ Junior secondary School: Student Access to Powerful Mathematical Ideas. En I. English (ed.). *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2ª ed.). Nueva York: Routledge.
- Santos, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Nueva York: Academic Press.
- SEP. Secretaría de Educación Pública (2004). *Programa de Educación Preescolar 2004*. México: Dirección General de Normatividad de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal-SEP.
- SEP (2008). *Reforma Integral de la Educación Media Superior en México. La Creación de un Sistema Nacional de Bachillerato en un Marco de Diversidad*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior-SEP.
- SEP (2009). *Programa de Estudio. Bachillerato Tecnológico. Componentes básico y propedéutico*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior-SEP.
- SEP (2011 bachillerato). *Documento Base del Bachillerato General*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior-Dirección General de Bachillerato.
- SEP (2011a). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas*. México: Subsecretaría de Educación Básica-Dirección General de Desarrollo Curricular/Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio.
- SEP (2011b). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Matemáticas*. México: Subsecretaría de Educación Básica-Dirección General de Desarrollo Curricular/ Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio.
- SEP (2011c). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Segundo grado*. México: Subsecretaría de Educación Básica-Dirección General de Desarrollo Curricular/ Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio.
- SEP (2011d). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Tercer grado*. México: Subsecretaría de Educación Básica-Dirección General de Desarrollo Curricular/ Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio.
- SEP (2011e). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Cuarto grado*. México: Subsecretaría de Educación Básica-Dirección General de Desarrollo Curricular/ Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio.
- SEP (2011f). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Quinto grado*. México: Subsecretaría de Educación Básica-Dirección General de Desarrollo Curricular/ Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio.
- SEP (2011g). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Sexto grado*. México: Subsecretaría de Educación Básica-Dirección General de Desarrollo Curricular/ Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio.
- SEP (2011h). *Programa de estudio 2011. Guía para la Educadora. Educación Básica. Preescolar* (primera edición electrónica 2011; segunda edición electrónica 2013). México: autor.
- SEP (2011i, 19 de agosto). Acuerdo número 592 por el que se establece la Articulación de la Educación Básica. México: Diario Oficial de la Federación.
- SEP (2011j). *Plan de estudios 2011. Educación básica*. México: Subsecretaría de Educación Básica-Dirección General de Desarrollo Curricular.
- SEP (2013). Acuerdo número 696 por el que se establecen normas generales para la evaluación, acreditación, promoción y certificación en la educación básica. México: Diario Oficial de la Federación.

- SEP (2013a). *Matemáticas I. Programa de estudio*. México: Dirección General de Bachillerato-Subsecretaría de Educación Media Superior.
- SEP (2013b). *Matemáticas II. Programa de estudio. Subsecretaría de Educación Media Superior*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior-Dirección General de Bachillerato.
- SEP (2013c). *Matemáticas III. Programa de estudio. Subsecretaría de Educación Media Superior*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior-Dirección General de Bachillerato.
- SEP (2013d). *Matemáticas IV. Programa de estudio. Subsecretaría de Educación Media Superior*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior- Dirección General de Bachillerato.
- SEP (2013e). *Desafíos. Sexto grado. Docente*. México: Subsecretaría de Educación Básica-SEP.
- SEP (2016). *Documento base del Bachillerato General*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior-Dirección General de Bachillerato. Recuperado en diciembre de 2016, de: http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/documentobase/DOC_BASE_16_05_2016.pdf
- Shoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Nueva York: Academic Press.
- Standards & Testing Agency (2014a). *Key stage 2 Mathematics Test Framework (draft) National Curriculum Tests from 2016*. United Kingdom: Standards & Testing Agency.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic.
- Sutherland, R. (2000). *The Maths We Need Now: Demands, deficits and remedies*. Tikly, C. y Wolf, A. (eds.). Londres: Institute of Education-University of London.
- Sutherland, R., y Rojano, T. (2012). *Technology and Curricula in Mathematics Education*. En S. Lerman (ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education*. Nueva York: Springer.
- The Royal Society y Joint Mathematical Council of the United Kingdom (1995). *Teaching and Learning Algebra pre-19. Report of a Royal Society/JMC Working Group*. Birmingham, Inglaterra: autores.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction- The Wiskobas Project*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- UNESCO-OREALC. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura- Oficina Regional para América Latina y el Caribe (2006). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo. Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe*. Santiago de Chile: autor.
- UNESCO-OREALC (2015). *Informe Anual OREALC/UNESCO Santiago*. Santiago de Chile: autor.
- Van den Heuvel Panhuizen, M. (1998). *Realistic Mathematics Education: Work in Progress*. Lecture presented at NORMA. Kristiansand, Norway.
- Van de Walle, J. A. (2007). *Reform vs The Basics: Understanding the Conflict and Dealing with it*. Virginia: Commonwealth University.
- Zavala, J. M. (2008). *Desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona, España: Graó.

Anexo

A continuación se presentan las valoraciones generales de algunos aspectos pedagógicos que se encontraron en el currículo de matemáticas, para cada uno de los niveles educativos del estudio. Específicamente se presentan valoraciones de los siguientes aspectos pedagógicos del currículo:

- a) La consideración de los conocimientos previos para aprendizaje de nuevos contenidos.
- b) El uso de contextos próximos al estudiante en el tratamiento de los contenidos.
- c) La evaluación del aprendizaje.
- d) El uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la enseñanza.

En cada uno de los niveles se desarrollan únicamente los aspectos pedagógicos que parecen ser más relevantes en el diseño curricular o para los cuales hay elementos explícitos.

Preescolar

- a) Consideración de los conocimientos previos al aprendizaje de nuevos contenidos.

En los *Propósitos educativos* del programa (SEP, 2011h) se hace mención a la consideración de los conocimientos previos al aprendizaje de nuevos contenidos:

La selección de competencias que incluye el programa se sustenta en la convicción de que las niñas y los niños ingresan a la escuela con un acervo importante de capacidades, experiencias y conocimientos que han adquirido en los ambientes familiar y social en que se desenvuelven, y de que poseen enormes potencialidades de aprendizaje (SEP, 2011h, p. 14).

Asimismo, en el apartado de "Características infantiles y procesos de aprendizaje" (SEP, 2011h) se repasa sobre los conocimientos previos:

Al ingresar a la escuela, las niñas y los niños tienen conocimientos, creencias y suposiciones sobre el mundo que los rodea, las relaciones entre las personas y el comportamiento que se espera de ellos, y han desarrollado, con diferente grado de avance, competencias que serán esenciales para su desenvolvimiento en

la vida escolar. A cualquier edad, los seres humanos construyen su conocimiento; es decir, hacen suyos saberes nuevos cuando los pueden relacionar con lo que ya sabían (SEP, 2011h, p. 20).

También en la presentación del campo formativo de Pensamiento Matemático se dan indicaciones sobre la necesidad de considerar los conocimientos y experiencias previos de los alumnos para propiciar nuevos aprendizajes:

La conexión entre las actividades matemáticas espontáneas e informales de las niñas y los niños, y su uso para propiciar el desarrollo del razonamiento matemático, es el punto de partida de la intervención educativa en este campo formativo. Los fundamentos del pensamiento matemático están presentes desde edades tempranas. Como consecuencia de los procesos de desarrollo y de las experiencias que viven al interactuar con su entorno, las niñas y los niños desarrollan nociones numéricas, espaciales y temporales que les permiten avanzar en la construcción de nociones matemáticas más complejas. Desde muy pequeños pueden establecer relaciones de equivalencia, igualdad y desigualdad (por ejemplo, dónde hay más o menos objetos); se dan cuenta de que “agregar hace más” y “quitar hace menos”, y distinguen entre objetos grandes y pequeños. Sus juicios parecen ser genuinamente cuantitativos y los expresan de diversas maneras en situaciones de su vida cotidiana.

El ambiente natural, cultural y social en que viven los provee de experiencias que, de manera espontánea, los llevan a realizar actividades de conteo, que son una herramienta básica del pensamiento matemático. En sus juegos o en otras actividades separan objetos, reparten dulces o juguetes entre sus amigos; cuando realizan estas acciones, y aunque no son conscientes de ello, empiezan a poner en práctica de manera implícita e incipiente, los principios del conteo (SEP, 2011h, p. 51).

b) Uso de contextos próximos al estudiante en el tratamiento de los contenidos.

El uso de contextos próximos a los niños en el tratamiento de los contenidos matemáticos no se explicita como tal, más bien se hace referencia a esos contextos para que las educadoras reconozcan y consideren el respeto a la diversidad cultural como principio de convivencia, determinado por la vigencia de los derechos humanos en general y, en especial, los de las niñas y los niños (véase SEP, 2011h).

Es necesario que las educadoras desarrollen empatía hacia las formas culturales presentes en sus alumnos, que con frecuencia son distintas de las suyas. A partir de dicha empatía puede incorporar a las actividades de aprendizaje elementos de la realidad cotidiana y de las expresiones de la cultura que les son familiares a los alumnos, ya que al hacerlo favorece su inclusión al proceso escolar y la valoración de los rasgos de su cultura (SEP, 2011h, pp. 22-23).

c) Evaluación del aprendizaje.

El apartado Evaluación para el logro de los aprendizajes (SEP, 2011h) incluye diversos aspectos; entre ellos, por ejemplo, hace referencia a pruebas estandarizadas nacionales e internacionales:

Los resultados de las evaluaciones de sus alumnos pueden ser enriquecidos con la información de las pruebas estandarizadas de carácter nacional o internacional, como parte de un ejercicio reflexivo para evaluar el grado de dominio en diversas competencias, que sea un referente más que permita describir la situación real y reorientar el trabajo de los docentes hacia los estándares educativos contenidos en el programa (SEP, 2011h, p. 181).

De la misma manera, se advierte a las educadoras el uso que pueden darle a las pruebas estandarizadas nacionales e internacionales:

Los resultados de las evaluaciones de sus alumnos pueden ser enriquecidos con la información de las pruebas estandarizadas de carácter nacional o internacional, como parte de un ejercicio reflexivo para evaluar el grado de dominio en diversas competencias, que sea un referente más que permita describir la situación real y reorientar el trabajo de los docentes hacia los estándares educativos contenidos en el programa (SEP, 2011h, p. 181).

En el diseño curricular vigente se evalúan los aprendizajes de los niños, la actuación de los docentes, el funcionamiento de la escuela y la participación de la familia.

- Los aprendizajes que adquieren progresivamente los alumnos, tomando como parámetro los aprendizajes esperados.
- Los estándares curriculares y las competencias que van logrando los niños.
- La intervención docente: la identificación de rasgos (la planificación, las formas de relación con los niños, el trabajo colaborativo entre docentes, entre otras) que la caracteriza por ser o no facilitadora de ambientes de aprendizaje.
- La organización y el funcionamiento de la escuela, los tiempos.
- La distribución de funciones, los espacios, el uso de recursos, actividades que involucren a toda la escuela, como actos cívicos, culturales o deportivos.
- La participación de las familias (SEP, 2011h, pp. 181-182).

En la evaluación de los aprendizajes participan los niños, el docente, el colegiado de docentes (incluidos educación física, música, inglés, educación especial, entre otros) y las familias.

La evaluación se realiza al inicio del ciclo escolar a título de diagnóstico, intermedia, final y permanente. Y se realiza mediante la observación y el registro sistemático de los avances que muestran los alumnos en el campo formativo. Se recomienda que las educadoras se apoyen en instrumentos como expedientes personales de los alumnos, diarios de trabajo con notas sobre aspectos relevantes de la jornada de trabajo, portafolios de evidencias del aprendizaje de los alumnos o listas de cotejo.

d) Uso de las TIC en la enseñanza.

- La propuesta curricular para el campo de Pensamiento Matemático en preescolar no plantea el uso de las TIC en la enseñanza.

Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de preescolar

Los aspectos pedagógicos de la propuesta de *desarrollo de competencias*, tales como: consideración de los conocimientos previos al aprendizaje de nuevos contenidos; uso de contextos próximos al estudiante en el tratamiento de los contenidos; evaluación del aprendizaje y uso de las TIC en la enseñanza se manifiestan con algunas inconsistencias o debilidades en los dos últimos aspectos enunciados.

La consideración de los conocimientos previos al aprendizaje de nuevos contenidos es un componente fundamental de las propuestas de enseñanza diseñadas desde una perspectiva socio constructivista. En la propuesta curricular de diferentes maneras se apuntala esta consideración, no sólo se advierte a las educadoras que los niños ingresan a preescolar "con un acervo importante de capacidades, experiencias y conocimientos que han adquirido en los ambientes familiar y social en que se desenvuelven" (SEP, 2011h, p. 14) que son fundamentales para su desenvolvimiento en la vida escolar, sino también que "la conexión entre las actividades matemáticas espontáneas e informales de las niñas y los niños, y su uso para propiciar el desarrollo del razonamiento matemático, es el punto de partida de la intervención educativa en este campo formativo" (SEP, 2011h, p. 51).

La propuesta curricular no se ocupa de manera explícita de plantear situaciones problemáticas o problemas que tengan necesariamente que ser de contextos próximos, sino más bien de contextos "familiares" en el sentido que resulten adecuados para el planteamiento de problemas a niños muy pequeños, como los de preescolar. Lo importante es que los alumnos puedan comprender cuál es la tarea por resolver, y no es prioritario si los contextos son reales o ficticios. Desde esta perspectiva, se valora, por ejemplo, a los juegos como un recurso para propiciar aprendizajes diversos; desde luego, éstos pueden tomarse de los contextos culturales, pero no necesariamente, e igual resultan útiles como recurso.

Debido al papel protagónico que se le asigna en la propuesta curricular, el énfasis puesto a la evaluación del aprendizaje puede poner en riesgo la implementación del enfoque para la enseñanza y el aprendizaje. Esto se debe a la gran cantidad de especificidades y particularidades que deben considerarse para efectuar la evaluación tal como señala la propuesta.

No hay elementos para valorar el criterio en la propuesta curricular de *estándares curriculares*.

Primaria

a) Consideración de los conocimientos previos al aprendizaje de nuevos contenidos.

En el *Enfoque Didáctico* para la enseñanza de las matemáticas en el plan de estudios, se sugiere el uso de secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los estudiantes y los inviten tanto a reflexionar como a encontrar diferentes formas de resolver los problemas que se plantean, construyendo argumentos que los ayuden a validar resultados. Además,

para resolver la situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, mismos que le permiten entrar en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o volver a aplicarlo en una nueva situación (SEP, 2011g, p. 68).

Es decir, se reconoce la importancia de traer a la luz los conocimientos previos, para que a partir de ellos se pueda avanzar en el aprendizaje de las matemáticas y una forma de traerlos a flote es a través del diseño de situaciones de aprendizaje. Sin embargo, por la forma en la que se presentan los contenidos, no queda claro cómo está ligado cada contenido con sus conocimientos previos, lo que puede afectar tanto en el tratamiento como en la continuidad del desarrollo de las ideas matemáticas que se pretende enseñar a los estudiantes de primaria.

b) Evaluación del aprendizaje.

En el plan de estudios se menciona que:

la evaluación es entendida como un proceso de registro de información sobre el estado del desarrollo de los conocimientos de los estudiantes, de las habilidades cuyo propósito es orientar las decisiones respecto al proceso de enseñanza en general y al desarrollo de la situación de aprendizaje en particular (SEP, 2011g, p. 351).

Las evidencias que se toman en cuenta para la evaluación emergen tanto de producciones como de interacciones y se presentan de diversas formas, ya sea verbales, gestuales, icónicas, numéricas, gráficas, fórmulas, figuras geométricas, etcétera.

Además, se especifica que la evaluación se debe llevar a cabo en distintos momentos de la enseñanza, “para valorar la actividad del estudiante y la evolución de ésta, hasta lograr el aprendizaje esperado”:

la evaluación considera si el estudiante se encuentra en la fase inicial, donde se pone en funcionamiento su fondo de conocimientos; en la fase de ejercitación, donde se resuelven los casos particulares y se continúa o se confronta con los conocimientos previos; en la fase de teorización, donde se explican los resultados prácticos con las nociones y las herramientas matemáticas escolares; o en la de validación de lo construido (SEP, 2011g, p. 351).

Asimismo, se hace referencia a los distintos tipos de evaluación que el docente lleva a cabo a lo largo del ciclo escolar: “diagnósticas, para conocer los saberes previos de sus alumnos; formativas, durante el proceso de aprendizaje, con el fin de valorar los avances; y sumativas, con el fin de tomar decisiones relacionadas con la acreditación de sus alumnos” (SEP, 2011g, p. 351).

En las Orientaciones pedagógicas y didácticas, se presentan ejemplos de cómo crear situaciones de aprendizaje para atender a los contenidos planteados en el plan de estudios. En esta sección también se presentan ejemplos para guiar la evaluación, y aunque algunas de las sugerencias están más enfocadas a verificar si los resultados proporcionados por los estudiantes son correctos o no, otros ejemplos están orientados a verificar las razones que exponen los estudiantes sobre las ventajas o desventajas de utilizar alguna estrategia de resolución para un problema dado.

c) Uso de las TIC en la enseñanza.

En el plan de estudios, en una de las competencias matemáticas se hace referencia al uso de la calculadora como una de las técnicas a desarrollar, pero su presencia en el currículo no es coherente con ello. En la *Guía para el maestro* hay un apartado específico denominado: "Desarrollo de habilidades digitales". Aquí se le plantea al profesor: "La incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación en el campo de formación de Pensamiento matemático, supone la posibilidad de generar ambientes de aprendizaje que utilicen tecnología para apoyarse en el desarrollo del pensamiento matemático" (SEP, 2011c, p. 319).

En el plan de estudios se sugiere el uso de recursos tecnológicos como parte de la experiencia de aprendizaje, como herramientas de aprendizaje, y explícitamente se considera "la integración de aulas telemáticas [...] como mediadoras en los procesos de enseñanza y de aprendizaje" (SEP, 2011c, p. 319). Otras aseveraciones respecto a las TIC las caracterizan como:

- Actividades de apoyo a los aprendizajes: uso didáctico si se evita trabajarlas de forma aislada y descontextualizada (SEP, 2011c, p. 169).
- Herramientas transversales en el currículo.
- Apoyos en el desarrollo del pensamiento matemático.
- Acciones: para observar cómo se representa gráficamente una fórmula, una ecuación y contar con ejercitadores y simuladores, analizar información, publicar y discutir.

Aunque no aparece el término obligatorio o sugerido, las TIC son sugeridas como una herramienta de apoyo a la labor del profesor.

Las herramientas señaladas en el discurso son:

- hoja de cálculo,
- graficadores,
- bases de datos,
- presentador de diapositivas, redes sociales y
- portal Aula Explora de Habilidades Digitales para Todos.

Una revisión de los documentos oficiales muestra usos explícitos únicamente de la calculadora, o de herramientas como programas ofimáticos (se mostrarán en ejemplos posteriores); no se hace referencia a *software* desarrollado en programas educativos anteriores, como algunos de Enciclopedia / Telesecundaria, que pueden ser útiles, o de manera genérica a *software* educativo.

A continuación, en la figura a1 se muestra cómo se presenta el uso de lo digital en el programa para matemáticas, respecto al desarrollo de competencias digitales en el campo de formación Pensamiento Matemático.

Figura a1. Ejemplo de competencias en habilidades digitales

BLOQUE V		
Resuelve problemas que implican identificar y analizar la utilidad del dato más frecuente de un conjunto de datos (moda).	Hacer preguntas apropiadas, recopilar y analizar datos con el fin de responderlas. Ordenar, clasificar objetos y representarlos utilizando imágenes, gráficos o diagramas.	Recopilación, análisis, representación e interpretación de datos. Identificación y análisis del dato más frecuente de un conjunto de datos (moda).
Ejemplo:	Manejo de la información.	
Tema:	Manejo de datos: recopilación, análisis, representación e interpretación de datos.	
Competencias matemáticas:	Resolver problemas que implican la comparación de fracciones en situaciones de medición y división, mediante diversos procedimientos. Validar procedimientos y resultados, comunicar información matemática y utilizar eficientemente las técnicas.	
Competencias en Habilidades Digitales	Comunicación y colaboración Investigación y manejo de información	

Fuente: SEP (2011d: 363).

Sin embargo, en una de las orientaciones didácticas y pedagógicas se señala lo siguiente, en dos momentos distintos de “Actividad del maestro y los alumnos”:

Por equipo, los alumnos escriben la pregunta que formularán a sus compañeros. Discuten las etapas en que desarrollarán el proyecto y las escriben en su cuaderno o en el procesador de palabras: recopilación de datos, recuento de datos, análisis de los datos (SEP, 2011c, p. 372).

El maestro motiva la discusión entre los equipos para que escriban, en una tabla como la siguiente, todas las respuestas obtenidas de su pregunta, de todos los alumnos de la clase, incluyéndose ellos también. Se pueden realizar también las tablas en formato digital. Pueden usar, como estrategia para el conteo, el recuento de rayas, agrupándolas de cinco en cinco. En la primera columna de la tabla, escribe los distintos valores obtenidos para la variable (de su equipo) y, en la segunda, dibuja una rayita cada vez que se repita ese valor” (SEP, 2011c, p. 373).

En este caso la tecnología funge como si fuera un cuaderno digital, pero no para investigar, como se plantea en la competencia, sino para hacer lo mismo que con papel y lápiz.

En los ejemplos planteados dentro de las orientaciones didácticas se hace referencia al uso de herramientas como la calculadora, *software* y otras aplicaciones de internet (portal de Aula Explora). Por ejemplo, para cuarto de primaria se plantea el uso de un foro en un portal de Internet.

Orientaciones didácticas. Los alumnos reconocen que al valor que aparece con mayor frecuencia se le llama moda. Si existe una sola moda, comprenderán que a este tipo, se le llama unimodal, si existen dos bimodal, si hay más de dos se llama multimodal. La información que resulta de esta clase de proyectos podría ser útil para que en la escuela se promueva entre los alumnos, el tipo de deporte que aparece con menos frecuencia entre sus gustos, y desarrollar el que aparece con mayor frecuencia. El maestro podría generar una discusión entre sus alumnos sobre el tema, ya sea cara a cara, o mediante un foro en el portal de Aula Explora (SEP, 2011d, p. 357).

Para quinto grado de primaria (SEP, 2011f) se plantea el uso de diferentes recursos: "Los alumnos resuelven las operaciones usando el algoritmo convencional de la multiplicación y comprueban sus resultados con la calculadora" (SEP, 2011f, p. 368). En este caso, el uso es para validar un resultado obtenido de un cálculo en lápiz y papel.

En otra orientación, dice: "El maestro propone trabajar con el ODA relacionado con este tema"; sin embargo, no se advierte dónde se encuentra dicho objeto de aprendizaje; se podría suponer que en Explora.

En este mismo grado, aparece otra consigna en una actividad del maestro y de los alumnos en el que se menciona a las TIC.

Al inicio, el maestro motiva la reflexión y la discusión de los alumnos sobre la importancia que tiene el cuidado del ambiente, cómo la práctica de reuso puede ayudar en ello. De acuerdo con los recursos y equipos disponibles, se puede apoyar con el proyector y el equipo de PC (p. 367).

Tampoco aquí aparece cuál es el sentido de usar estas herramientas tecnológicas como apoyo al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes o de sugerencias sobre su uso específico.

Otro ejemplo de TIC en el plan de estudios 2011 es en segundo grado. En este caso, se está abordando el desarrollo del pensamiento geométrico y el reconocimiento de propiedades y relaciones geométricas de formas geométricas simples y compuestas. Para ello, se sugiere el uso del tangrama chino. Al respecto, se plantea "Una alternativa para el desarrollo de las actividades lúdicas matemáticas son los manipuladores virtuales interactivos, mediados por la tecnología, que se encuentran disponibles a través de la Web para ser usados libremente". Por las referencias citadas en dicho documento, se mencionan dos portales:

Manipuladores virtuales

- Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa
<http://redescolar.ilce.edu.mx/educontinua/mate/lugares/tangram.htm>
- Biblioteca Nacional de Manipulaciones Virtuales
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_1.html

Con respecto a los libros de desafíos (SEP, 2013e), también se hace referencia al uso de la calculadora a partir de segundo grado. Se distinguen tres usos específicos: para comprobar resultados, para efectuar cálculos complicados y para explorar alguna idea en particular.

- Para comprobar resultados: en el desafío 27 del libro de desafíos de sexto grado (SEP, 2013e, p. 50) se plantea un ejercicio en el que se pide a los estudiantes resolver seis operaciones que involucren un factor de hasta cuatro cifras multiplicado por diez, y después se pide a los alumnos que verifiquen con la calculadora los resultados obtenidos.
- Para efectuar cálculos complicados: en el desafío 66 del libro de desafíos de sexto grado (SEP, 2013e, p. 125) se sugiere el uso de la calculadora para realizar operaciones que involucren dividir la medida de la circunferencia entre la medida del diámetro y así obtener una aproximación al valor de π .
- Para explorar alguna idea en particular: el desafío 7 del libro de desafíos de sexto grado (SEP, 2013e, p. 18) tiene como intención didáctica que los estudiantes resuelvan problemas aditivos con números decimales utilizando los algoritmos convencionales. Una de las consignas pide a los alumnos lo siguiente: "Si en el visor de la calculadora tienes el número 0.234, ¿qué operación deberías teclear para que aparezca...?", y se presenta la siguiente lista de números: "0.134, 0.244, 1.23, 2.234 y 0.24".

Se requiere un análisis más cuidadoso respecto al tipo de uso que se promueve de las TIC para el desarrollo del pensamiento matemático, pues, por lo menos en los ejemplos citados anteriormente, no hay indicaciones de qué se puede lograr con este tipo de recursos, o en qué complementa estas herramientas tecnológicas lo hecho con otras tecnologías. En el discurso general del plan de estudios se le da a las herramientas tecnológicas un papel de mediador en el aprendizaje; no obstante, en las orientaciones didácticas y lo propuesto para el trabajo con los desafíos matemáticos su uso se limita más a la comprobación de resultados, como herramientas para realizar cálculos complejos, y en menor medida, para la exploración.

Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de primaria

Las orientaciones pedagógicas y didácticas no están exentas de errores, lo que puede generar problema para los maestros que leen la guía y pretenden tomarla como referencia para el desarrollo de las experiencias de aprendizaje. Un ejemplo de esto se puede encontrar en la *Guía para el maestro* de sexto grado (SEP, 2011g, p. 359). El ejemplo se refiere a cómo tratar el contenido de: "Resolución, mediante diferentes procedimientos, de problemas que impliquen la noción de porcentaje: aplicación de porcentajes, determinación, en casos sencillos, del porcentaje que representa una cantidad" (SEP, 2011g, p. 357), y, por lo tanto, detallan a qué se refiere la noción de porcentaje. Dentro de esta explicación, en uno de los párrafos se lee: "La expresión $45/100$ es equivalente a $90/200$, tal como se estudió en el tema de proporciones, pues ambas representan el mismo número. Si leemos las fracciones como porcentajes, diríamos: 45 de cada 100 es el 45% por ciento; y 90 de cada doscientos, el 90%" [sic].

Por tanto, consideramos que las aportaciones pedagógicas de los programas dan elementos a los profesores para ser utilizados en la implementación del currículo en la *Guía para el maestro*. Sin embargo, como lo hemos señalado en la valoración intrínseca, y retomando el análisis del criterio de pertinencia sobre la evaluación, hay inconsistencias en este aspecto:

- Errores matemáticos y didácticos.
- Uso de terminología inconsistente con lo planteado en el programa.
- Falta de ejemplos claros para la implementación de la evaluación.
- Ejemplos del enfoque didáctico no pertinentes con cada grado, pues es el mismo ejemplo para los seis grados de educación primaria. Además, la información se repite en dos partes del mismo documento, en "Enfoque didáctico" y en "Orientaciones didácticas y pedagógicas".

Secundaria

- a) Consideración de los conocimientos previos al aprendizaje de nuevos contenidos.

El uso de los conocimientos previos es fundamental en el enfoque de resolución de problemas: Toda situación problemática presenta obstáculos; sin embargo, la solución no puede ser tan sencilla que quede fija de antemano, ni tan difícil que parezca imposible de resolver por quien se ocupa de ella. La solución debe construirse en el entendido de que existen diversas estrategias posibles y hay que usar al menos una. Para resolver la situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, mismos que le permiten entrar en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación (SEP, 2011, p. 20).

- b) Uso de contextos próximos al estudiante en el tratamiento de los contenidos.

El uso de contextos próximos a los estudiantes en el tratamiento de los contenidos matemáticos no se explicita como tal en la parte específica del programa de matemáticas. En la guía para el maestro se menciona que las situaciones de aprendizaje "son el medio por el cual se organiza el trabajo docente, a partir de planear y diseñar experiencias que incorporan el contexto cercano a los niños y tienen como propósito problematizar eventos del entorno próximo. Por lo tanto, son pertinentes para el desarrollo de las competencias de las asignaturas que conforman los diferentes campos formativos" (SEP, 2011a, p. 62).

- c) Evaluación del aprendizaje

En la planeación se menciona la necesidad de que los alumnos revisen sus propias producciones a manera de auto y coevaluación (SEP, 2011a, p. 59). Más adelante hay un apartado de evaluación en la que se menciona solamente que el docente lleva a cabo, durante el ciclo escolar, evaluaciones diagnósticas, formativas y sumativas, y se describen estas evaluaciones a grandes rasgos. A partir de la información del programa un docente puede conocer, de manera general, los tipos de evaluación que puede llevar a cabo, pero el programa no aporta orientaciones concretas para el caso de matemáticas, mucho menos hay orientaciones específicas para cada contenido.

d) Uso de las TIC en la enseñanza.

Se menciona la gestión para el desarrollo de las habilidades digitales (SEP, 2011, pp. 64-68) mediante el uso de las aulas de medios y aulas telemáticas. Es un uso sugerido, dado que no se garantiza que todas las escuelas cuenten con estos recursos.

En el programa de matemáticas se habla de la estrategia Habilidades Digitales para Todos (HDT) (cabe señalar que este programa se canceló en 2014), y se sugiere el uso de la tecnología como recurso de aprendizaje, pero es un uso sugerido. En este documento se señala que el objetivo es

propiciar el desarrollo de habilidades digitales en los alumnos, sin importar su edad, situación social y geográfica, la oportunidad de acceder, a través de dispositivos tecnológicos de vanguardia, de nuevos tipos de materiales educativos, nuevas formas y espacios para la comunicación, creación y colaboración, que propician las herramientas de lo que se denomina la Web 2.0.

De esta manera, las TIC apoyarán al profesor en el desarrollo de nuevas prácticas de enseñanza y la creación de ambientes de aprendizaje dinámicos y conectados, que permiten a estudiantes y maestros:

- manifestar sus ideas y conceptos; discutirlos y enriquecerlos a través de las redes sociales;
- acceder a programas que simulan fenómenos, permiten la modificación de variables y el establecimiento de relaciones entre ellas;
- registrar y manejar grandes cantidades de datos;
- diversificar las fuentes de información;
- crear sus propios contenidos digitales utilizando múltiples formatos (texto, audio y video), y
- atender la diversidad de ritmos y estilos de aprendizaje de los alumnos (SEP, 2011a, pp. 67-68).

Para la estrategia HDT se generó un portal con un banco de objetos digitales de aprendizaje para todos los contenidos del programa. En algunas aulas se instaló un aula telemática.

Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de secundaria

Hay una presencia escasa de indicaciones de cómo considerar los conocimientos previos en la enseñanza de los nuevos contenidos; no hay un uso explícito de los contextos próximos al estudiante; la evaluación se presenta de forma muy general y no hay un uso concreto de las TIC.

Bachillerato

Se presentan las valoraciones de los aspectos pedagógicos de cada una de las tres modalidades de bachillerato consideradas en este estudio: bachillerato general, bachillerato tecnológico y Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP).

Bachillerato general (DGB)

- a) Uso de contextos próximos al estudiante en el tratamiento de los contenidos.

Abundan los enunciados que sugieren que se vinculen los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real, del entorno de los estudiantes, así como de problemas de la comunidad. Sin embargo, los programas no ofrecen ninguna indicación sobre tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes.

- b) Evaluación del aprendizaje.

Del sistema de 12 variables que se utiliza para describir los contenidos y la forma de instrumentarlos en el aula, una se llama "Instrumentos de evaluación"; se proponen los siguientes: rúbrica para evaluar trabajos, lista de cotejo, portafolios de evidencias, prueba objetiva.

- c) Uso de las TIC en la enseñanza.

Se incluyen 21 enunciados en "Competencias a desarrollar" y 24 enunciados en el "Rol del docente" referentes a las TIC. En ellos sólo se sugiere el uso de la calculadora, *software* disponible, Internet y Cmatools, Geogebra, Cabri o Derive.

Resuelve los problemas aritméticos y algebraicos que el docente plantea proponiendo la manera de solucionarlos, utiliza como apoyo la calculadora (SEP, 2013a, p.12). Argumenta la solución obtenida de un problema de ecuación lineal o función lineal con una incógnita, con el método gráfico, con el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (SEP, 2013a, p. 33).

Utiliza el software disponible en las TIC's para responder e interpretar el comportamiento de las funciones trigonométricas en el plano cartesiano y en el círculo unitario (SEP, 2013b, p. 38).

Elige las fuentes de información teniendo en cuenta la confiabilidad del Internet (SEP, 2013b, p. 42).

Solicitar al alumnado que realicen un mapa conceptual de razones trigonométricas directas y recíprocas de ángulos agudos; en equipo de cinco integrantes; realizándolo a mano o usando algún elemento gráfico y/o software (como el Cmatools, Geogebra, Cabri o Derive, entre otros (SEP, 2013b, p. 34).

Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de bachillerato general

Como se puede observar en los enunciados anteriores, las sugerencias de uso de tecnología son sólo marginales, sin que se haya reflexionado en el significado de una integración de ésta en el currículo. Si se omitieran todas las recomendaciones de uso de TIC de los programas, éstos no tendrían un cambio sustancial en sus objetivos y viabilidad.

Bachillerato tecnológico (BT)

- a) Uso de contextos próximos al estudiante en el tratamiento de los contenidos.

Se ha mencionado en relación con el criterio de pertinencia que el programa no considera contenidos de aritmética en el primer curso y comienza directamente con conceptos de álgebra.

En los programas se propone que se identifiquen (por el profesor) los conceptos fundamentales y los conceptos subsidiarios con la ayuda de los mapas conceptuales que el propio programa ofrece. Se aconseja practicar lo anterior “mediante la presentación de problemas que incluya el contexto inmediato de los estudiantes” (SEP, 2009, p. 30).

Las recomendaciones de que el profesor relacione los conceptos matemáticos con el entorno social y familiar del estudiante y con la naturaleza son frecuentes. Éste es un tipo de recomendación general que se deriva del enfoque de competencias: aprender conocimientos para la vida. Sin embargo, muchos conceptos clásicos de las matemáticas, por ejemplo, de álgebra, no surgen, y no son fácilmente aplicables en el entorno de los estudiantes. La sintaxis en álgebra implica sutiles reglas cuyos correlatos en la realidad de los estudiantes no existen.

- b) Evaluación del aprendizaje.

Se ofrece un marco para organizar las recomendaciones al respecto que consta de cuatro puntos: evidencias, criterios, instrumentos, y materiales y auxiliares didácticos (véase la tabla a1).

Tabla a1. Recomendaciones respecto a la evaluación

Evaluación de contenidos:	
Evidencias	Ejercicios propuestos, relacionados con los contenidos especificados, glosario de conceptos, formulario, gráficas elaboradas, las actitudes manifestadas durante la construcción de conocimientos, portafolios de evidencias.
Criterios	Dominio de los procedimientos y conceptos, entrega puntual y en forma de trabajos propuestos; en los trabajos se considerará su limpieza, calidad, contenido, exactitud, puntualidad, respeto, trabajo en equipo y ayuda mutua.
Instrumentos	Cuestionario, examen escrito, escalas estimativas, listas de cotejo.
Materiales y auxiliares didácticos	Cuadernillos de trabajo de geometría y trigonometría, escuadras, compás, bibliografía especificada en el programa, calculadoras, transportador, cuadernos.

Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de bachillerato tecnológico

Están ausentes rasgos que indiquen que en la elaboración del programa se hayan tenido en cuenta los conocimientos didáctico-pedagógicos que han sido desarrollados en la investigación en educación matemática. Esto probablemente se debe a que el enfoque curricular sobre competencias tiene su origen en un campo disciplinar diferente a las matemáticas, y su extensión hacia éstas se basa en una generalización cuya viabilidad aún no se ha demostrado. Por otro lado, dentro de las

preocupaciones de la comunidad de educadores matemáticos no se ha asumido la tarea de entender y elaborar el proyecto curricular de las competencias para la enseñanza de las matemáticas.

No se considera el uso ni la integración de la tecnología.

Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP)

- a) Consideración de los conocimientos previos al aprendizaje de nuevos contenidos.

Los programas no ofrecen ninguna indicación de que se tienen en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes.

- b) Uso de contextos próximos al estudiante en el tratamiento de los contenidos.

Abundan los enunciados que sugieren que se vinculen los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real, del entorno de los estudiantes, de problemas de la comunidad.

- c) Evaluación del aprendizaje.

En estos programas, las actividades de evaluación son las que muestran el enfoque pedagógico tradicional, en particular, el que enfatiza el ejercicio y la práctica.

- d) Uso de las TIC en la enseñanza.

No hay ninguna indicación en relación con el uso y la disponibilidad de TIC.

Valoración general de los aspectos pedagógicos del diseño curricular de CONALEP

El estudio de los programas revela que no se utilizaron los conocimientos pedagógicos específicos elaborados por la comunidad de educadores matemáticos. En todo caso, la innovación pedagógica consiste en el enfoque de competencias, mismo que ha emergido al margen de dichos resultados.

DIRECTORIO

JUNTA DE GOBIERNO

Sylvia Irene Schmelkes del Valle

CONSEJERA PRESIDENTA

Eduardo Backhoff Escudero

CONSEJERO

Gilberto Ramón Guevara Niebla

CONSEJERO

Margarita María Zorrilla Fierro

CONSEJERA

Teresa Bracho González

CONSEJERA

TITULARES DE UNIDAD

Francisco Miranda López

UNIDAD DE NORMATIVIDAD Y POLÍTICA EDUCATIVA

Jorge Antonio Hernández Uralde

UNIDAD DE EVALUACIÓN DEL SISTEMA EDUCATIVO NACIONAL

María del Carmen Reyes Guerrero

UNIDAD DE INFORMACIÓN Y FOMENTO DE LA CULTURA
DE LA EVALUACIÓN

Miguel Ángel de Jesús López Reyes

UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN

Luis Felipe Michel Díaz

CONTRALOR INTERNO

José Roberto Cubas Carlín

COORDINACIÓN DE DIRECCIONES DEL INEE
EN LAS ENTIDADES FEDERATIVAS

Dirección General de Difusión y Fomento de la Cultura de la Evaluación

José Luis Gutiérrez Espíndola

Dirección de Difusión y Publicaciones

Alejandra Delgado Santoveña



Estudios e
investigaciones

ESTUDIO COMPARATIVO DE LA PROPUESTA CURRICULAR DE MATEMÁTICAS
EN LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA EN MÉXICO Y OTROS PAÍSES

Es una publicación digital del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
En su formación se emplearon las familias tipográficas Corbel y Caecilia LT Std.
Marzo de 2017.