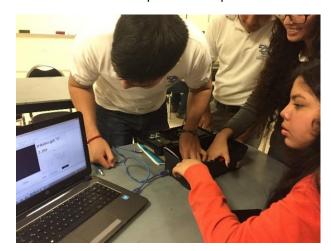
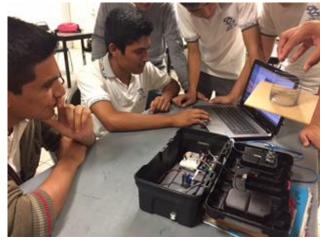
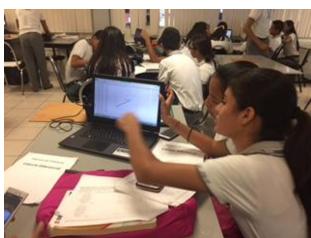
**ANEXO 1** 

Alumnos de 4° semestre replicando las prácticas con el software Arduino







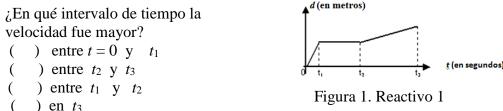


# Instrumento Diagnóstico

Este instrumento fue aplicado antes y después de poner en escena las secuencias didácticas del curso de Cálculo Diferencial. Este instrumento fue tomado de (Dolores, Alarcón, Albarrán, 2002) y consistió de una colección de 5 reactivos. Cuatro de las situaciones planteadas en el cuestionario y sus respectivas preguntas exploraron las interpretaciones de los estudiantes acerca de la velocidad por medio de la comparación de la magnitud de velocidades, la estimación de velocidades, el discernimiento de la velocidad inicial mayor y el orden temporal de los movimientos. La otra exploró la posibilidad de que dos gráficas de coordenadas distintas pudieran representar al mismo movimiento.

## Análisis de las Respuestas.

1.- La Figura 1 muestra la distancia que recorre Juan Manuel respecto del tiempo en un intervalo de 0 a  $t_3$ . Selecciona con una X al paréntesis correspondiente a la respuesta que creas contesta correctamente a esta pregunta.



No.		PF	RETEST			POSTEST								
React.		OPCIONES												
1	$0 \le t \le t_1$	$t_2 \le t \le t_3$	$t_1 \le t \le t_2$	$t=t_3$	No contestó	$0 \le t \le t_1$	$t_2 \le t \le t_3$	$t_1 \le t \le t_2$	$t=t_3$	No contestó				
	36	18	0	4	0	31	21	2	3	1				

Tabla 1. Respuestas Reactivo 1

En ésta y en el resto de las tablas, con gris se identifica la respuesta correcta; en negro la respuesta más numerosa que corresponde con lo que Confrey (1990) denomina *concepción alternativa*; para este autor una concepción alternativa describe un conocimiento que difiere de aquél que se propone para ser aprendido. En este caso, de acuerdo a las respuestas obtenidas pareciera que para los estudiantes la velocidad mayor corresponde al tramo en donde la ordenada (en este caso, posición) es mayor. Esta interpretación resultó ser muy difícil de cambiar y coincide con lo encontrado por Dolores, Alarcón y Albarrán (2002).

1. En la Figura No. 2 se muestra la gráfica de las distancias respecto del tiempo de tres autos A, B y C respectivamente. Debajo de la gráfica hay cinco afirmaciones. Escribe en el paréntesis que está enseguida de cada una de ellas una V si la afirmación es verdadera o una F si es falsa.

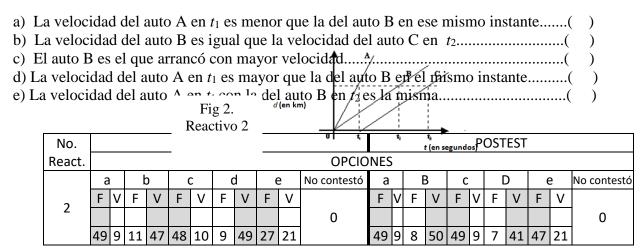


Tabla 2. Respuestas Reactivo 2

En este caso observamos que en todas las respuestas hubo progreso, excepto en la respuesta del inciso **d**. Para contestar correctamente esta pregunta, el estudiante tendría que haber asociado la velocidad con la pendiente de la recta. Sin embargo, detrás de las respuestas de los estudiantes pareciera encontrarse nuevamente la concepción alternativa (Dolores, Alarcón y Albarrán, 2002) consistente en asociar la velocidad de un móvil con la ordenada en un punto dado (Leinhardt, Zaslavsky y Stein, 1990).

2. La Figura 3 es una gráfica distancia-tiempo de un auto que se encuentra moviéndose en trayectoria rectilínea. Indica la velocidad que el auto tiene en los intervalos de tiempo que abajo se indican.

a) Entre t = 0 y t = 1;  $\underline{V} = \underline{\hspace{1cm}}$ 

b) Entre t = 1 y t = 3; V =

c) Entre t = 3 y t = 4; V =

d) Entre t = 5 v t = 8; V =

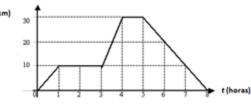


Figura 3. Reactivo 3

١	lo.	. PRETEST							POSTEST																							
Re	act.	t. OPCIONES																														
	V E L	-30	-10	0	1	2.3	3	5	5.7	10	15	20	30	40	80	NC	V E L	-30	-10	0	1	2.3	3	5	5.7	10	15	20	30	40	80	NC
3	а				2							39				17	а				2					48						8
	b			12			4	5		15	1	2				19	b			28				10		7		1				12
	С				2				4			17	16	1		18	С			2		1			3	3		32	4			13
	d	8	13			1	5						9		1	21	d	13	10	1		1			3	10			3	1		16

Tabla 3. Respuestas Reactivo 3

En las respuestas de los estudiantes a esta pregunta, nuevamente destaca la concepción alternativa consistente en calcular la velocidad a partir de la ordenada (Leinhardt, Zaslavsky y Stein, 1990; Dolores, Alarcón y Albarrán, 2002) (v=10 para 1< t < 3 y v =-30 para 5 < t < 8).

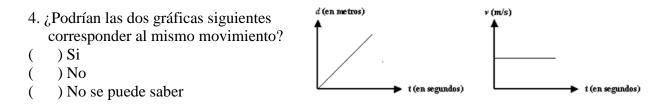


Figura 4. Reactivo 4

No.			PRE	TEST			POSTEST								
React.		OPCIONES													
4	SI	19	NO	37	No contestó	2	SI	28	NO	25	No contestó	5			

Tabla 4. Respuestas Reactivo 4

Si bien las respuestas obtenidas en el postest en este reactivo muestran progreso en las interpretaciones de los estudiantes, es notoria la dificultad que éstos tuvieron para aceptar que dos distintos gráficos cartesianos se relacionan con el mismo fenómeno físico. Pareciera que, al examinar las dos gráficas, una considerable proporción de los estudiantes no logran distinguir las variables presentes en cada gráfico; para estos jóvenes el trabajo de corporización realizado durante el curso, para relacionar la pendiente de una gráfica s(t) vs. t con velocidad constante y el valor de esta velocidad, necesita revisarse.

5.- Observa la gráfica distancia-tiempo del movimiento de 5 autos A, B, C, D y E, y contesta las siguientes preguntas escribiendo una X en el paréntesis de la respuesta correcta. (Sólo deberás marcar una opción para cada pregunta).

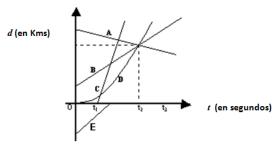


Figura 5. Reactivo 5

a)	¿Cuar de los	autos no viaja con ve	iocidad constante?		
	<b>A</b> ()	<b>B</b> ( )	<b>C</b> ( )	<b>D</b> ( )	$\mathbf{E}(\ )$
b)	¿Cuál de los	autos arrancó al últin	no?		
	<b>A</b> ()	<b>B</b> ( )	<b>C</b> ( )	<b>D</b> ( )	$\mathbf{E}(\ )$
c)	¿Cuál de los	autos arrancó con ma	yor velocidad?		

	$\mathbf{A}(\ )$	<b>B</b> ( )	<b>C</b> ()	<b>D</b> (	)	<b>E</b> (	)
d)	¿Cuál de los autos	se mueve con veloc	idad negativa?				
	<b>A</b> ( )	$\mathbf{B}( )$	<b>C</b> ()	<b>D</b> (	)	E(	)
	e) ¿Cuál de los a	utos se mueve con m	enor rapidez?				
	$\mathbf{A}$ ( )	<b>B</b> ()	$\mathbf{C}$ ( )	<b>D</b> (	)	E(	)

- f) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para el instante  $t_2$ ? Marca con una X una sola opción.
  - I. ( ) Los autos B, C, D y A llevan la misma velocidad
  - II. ( ) La velocidad del auto D es mayor que la velocidad del auto B y que la velocidad del auto A
  - III. ( ) La velocidad del auto D es menor que la velocidad del auto B y que la velocidad del auto A
  - IV. ( ) La velocidad del auto B es mayor que la velocidad del auto D y que la velocidad del auto A

N	ο.				PRI	ETES	ST POSTEST								
React. OPCIONES															
		Α	В	С	D	ı	E	No contestó		Α	В	С	D	Ε	No contestó
	а	4	0	2	43		7	2	а	1	2	1	48	5	1
	b	3	0	26	4	2	1	2	b	6	4	27	3	18	0
5	С	7	25	25	1	(	)	0	C	6	17	32	1	0	2
٦	d	32	0	0	3	2	1	2	d	33	2	0	1	21	1
	е	10	11	13	7	1	.3	4	е	16	17	12	6	6	1
	ŧ	I	Ш	I	II	IV	١	No contestó	ŧ	1	Ш	Ш	١١	/	No contestó
	1	11	17		<b>7 18</b> 5		5		7	15	7	2	7	2	

Tabla 5. Respuestas Reactivo 5

En las respuestas obtenidas en este reactivo, destaca el hecho de que en el postest, para un porcentaje considerable de los estudiantes, 37.5%, la gráfica negativa corresponde al auto que arranca último; que el auto que arranca con mayor velocidad es aquel cuya gráfica comienza en el punto con la ordenada más alta (29%); que el auto con velocidad negativa es aquel cuya gráfica es negativa (36%); que los autos que arrancan con menor rapidez son aquellos cuya gráfica comienza en un punto cuya ordenada es igual a cero (21%). Así mismo, consideraron que el auto que tiene la velocidad mayor es aquel cuya gráfica creciente comienza en un punto con una ordenada mayor que los demás. No obstante, lo anterior, en todas las preguntas los resultados mejoraron en el postest, a excepción de la pregunta 5f. Entre toda esta variedad de resultados, al igual que en las respuestas de los reactivos 1, 2 y 3, identificamos que en las interpretaciones que una parte importante de los estudiantes hacen de las gráficas, está presente la relación que establecen entre la velocidad (pendiente) y la posición (ordenada) en coincidencia con lo reportado por Dolores, Alarcón y Albarrán (2002) y por Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990).

#### Conclusiones

Entre las interpretaciones más resistentes al cambio y que con mayor claridad se identificaron se encuentran aquellas en donde el estudiante vincula la velocidad de un móvil en un punto con la ordenada en ese punto

(posición); la otra, dos gráficas diferentes, s(t) vs. t y v(t) vs. t, no pueden representar el mismo movimiento. En su conjunto, los resultados nos muestran que las interpretaciones de los estudiantes mejoraron, aunque nos resulta conveniente revisar nuestra metodología a fin de atender con especial cuidado los aspectos de la misma relacionados con las interpretaciones erróneas. No obstante, nos parece que esta aproximación variacional a la lectura de gráficas del movimiento rectilíneo, en combinación con el uso de tecnologías digitales para la corporización del conocimiento matemático a partir de las cuales los alumnos tienen una aproximación a las gráficas cartesianas en donde incluso su propio cuerpo participa en la generación de las mismas, y en donde además pueden transitar rápidamente entre los diferentes registros de representación, en un ambiente de trabajo colaborativo que promueve la comunicación y la discusión entre pares, contribuye a la mejora de la interpretación de estas representaciones. Por último, es oportuno mencionar que, en el estudio exploratorio que realizaron Dolores, Alarcón y Albarrán (2002) usando el mismo instrumento de evaluación aplicado en esta investigación, pero con poblaciones de estudiantes de preparatoria, estudiantes de licenciatura en matemáticas, y dos diferentes poblaciones de profesores de física de nivel preparatoria en sin utilizar tecnologías digitales, obtuvieron resultados inferiores a los resultados obtenidos en el postest por nuestros estudiantes de bachillerato tecnológico; en estos estudios no se utilizaron tecnologías digitales. Esto nos lleva a pensar en la conveniencia de incorporar a los currículos escolares el estudio de las gráficas del movimiento rectilíneo con una aproximación variacional que incluya actividades que contribuyan a la corporización del conocimiento matemático relativo al tema, a través del uso de las tecnologías digitales.

## Bibliografía

Confrey J. (1990). A review of the research on student conceptions in mathematics, science and programming. *Review of research in Education*. Vol. 16. pp. 3-56

Dolores, C., Alarcón, G., Albarrán, D. (2002). Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento. El caso de la velocidad y la trayectoria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa (RELIME)*. Thompson Editores/CLAME. Vol. 5, Núm. 3, pp. 225-250.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., Stein M.K. (1990). Functions, graphs and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research* Vol. 60. Pp. 1-64 NCTM (2004).

## Desarrollo de Actividades

## Práctica 1. Las funciones y el movimiento

Duración: 1 hora

Primero se carga en Arduino el archivo CPT\_Sensor\_ultrasonico.ino¹

Objetivo: Que el estudiante utilice el movimiento de los cuerpos para obtener gráficas de funciones distancia vs. tiempo y sus correspondientes modelos matemáticos con comportamiento lineal, cuadrático, cúbico, etc. auxiliándose del uso de un sensor ultrasónico Arduino. Así también, obtengan la gráfica y el modelo matemático de la función velocidad vs. tiempo correspondiente a cada uno de los movimientos realizados.

**INSTRUCCIONES**: Trabajando por equipos de cinco integrantes, se realizan frente al sensor ultrasónico los movimientos indicados en la tabla siguiente. Para ello abrieron el estuche de prácticas y colocaron un libro o una tabla de madera horizontalmente con el sensor ultrasónico apuntando hacia el libro. Luego llenaron la siguiente tabla.

La gráfica s(t) vs. t se obtendrá de NetLogo, la gráfica de v(t) vs. t de Excel y los modelos o funciones s(t) y v(t) también en Excel.

No.	Enunciado	Gráfica s(t) vs. t y función s(t)	Gráfica <i>v(t) v</i> s. <i>t</i> y función <i>v(t)</i>	Describe <sup>2</sup> , con tus propias palabras, las gráficas de las funciones <i>s</i> ( <i>t</i> ) y <i>v</i> ( <i>t</i> )
1	Moviendo verticalmente tus manos con un libro tomado por sus extremos, iniciando a una mínima distancia del sensor, aléjala del sensor a velocidad constante. Todo esto con duración de 3 segundos	s(t) =	v(t) =	

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> El <u>hardware</u> consiste en una placa de circuito impreso con un microcontrolador, puertos digitales y analógicos de <u>entrada/salida</u>, <sup>4</sup> los cuales pueden conectarse a placas de expansión (shields), que amplían los funcionamientos de la placa Arduino. Asimismo, posee un puerto de conexión USB desde donde se puede alimentar la placa y establecer comunicación con el computador. En nuestro caso usamos una placa Arduino Mega 2560



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Código desarrollado por el Dr. Corey Brady de MidWestern University

2	con un libro tomado por sus extremos, iniciando aproximadamente a una distancia de 30 cm del sensor, acércala al sensor a velocidad constante. Todo esto con duración de 3 segundos				
	3 segundos	s(t) =	<i>V</i> ( <i>t</i> ) =		
	úan 13 movimientos más con compo , alejándose/acercándose/alejándos		lráticos y cúbicos (	(con movimientos a	alejándose/acercándose al
Despu	és de realizar los 15 movimientos an	teriores, se cont	esta el siguiente c	cuestionario:	
	liza cada función $s(t)$ ; ¿qué le suceo es la gráfica de $v(t)$ cuando el objet	,	•	o se aleja del sens	or? ¿cómo es su gráfica?
	liza cada función s(t); ¿qué le sucedo es la gráfica de v(t) cuando el objeto			se acerca al sens	sor? ¿cómo es su gráfica?
3. Ana	liza cada gráfica de cada función s(f)	y su respectiva	v(t). ¿Cómo es la	gráfica de v(t) cua	ndo s(t) crece?
	Positiva ( )	Nega	tiva()	Crecie	ente ( )
4. ¿Cć	mo es la gráfica de v(t) cuando s(t) o	decrece?			
	Positiva ( )	Negati	va ( )	Decrec	iente ( )
5. Si e	comportamiento de la función s(t) e	s cúbico, ¿cómo	es el comportami	ento de la función	v(t)?
C	úbico ( ) Cuad	rático ( )	Li	ineal( )	( ) Constante
6. Si e	comportamiento de la función $s(t)$ e	s cuadrático ¿cć	omo es el comporta	amiento de la funci	ón <i>v(t</i> )?
Cúbico	o ( ) Cuadrátic	co ( )	Linea	l( )	( ) Constante
7. Si e	comportamiento de la función $s(t)$ e	s lineal, ¿cómo o	es el comportamie	nto de la función <i>v</i>	(t)?
Cúbico	o ( ) Cuadrátic	co ( )	Linea	ıl( )	( ) Constante

Moviendo verticalmente tus manos

#### Práctica 2. Funciones periódicas. Funciones Trigonométricas

#### **OBJETIVOS:**

Duración: 1 hora

- 1. Fortalecer la conceptualización de las funciones trigonométricas a partir del análisis del movimiento de un resorte frente al sensor ultrasónico Arduino y la obtención de la gráfica distancia vs. tiempo y su correspondiente modelo matemático, así como también la obtención de la gráfica velocidad vs. tiempo y su modelo matemático.
- 2. Destacar el carácter periódico de las funciones trigonométricas y sus derivadas a partir de la confrontación de las gráficas distancia vs. tiempo y velocidad vs. tiempo.

## INTRODUCCIÓN.

En el mundo que nos rodea observamos constantes cambios: el precio de los artículos de consumo, el precio del dólar, la temperatura ambiental, la altura de las mareas, etc. Este último ejemplo tiene una forma particular de cambiar. Así, podemos estimar la altura de las mareas, si conocemos cómo cambian sus alturas en un cierto intervalo de tiempo determinado. Esto es debido a que la altura de la marea en un día determinado será aproximadamente la misma (como se puede observar en la Fig. 1) 18 horas después:



En la gráfica anterior, altura de marea vs. tiempo, observamos cómo cambia la altura de la marea a medida que el tiempo transcurre y vemos que el comportamiento de la gráfica "se repite" (ver el documental <u>El Poder de la Luna</u>). Este tipo de gráficas corresponden a **funciones periódicas**. Las **funciones periódicas** son funciones que se comportan de una manera cíclica (repetitiva) sobre un intervalo especificado (llamado **periodo**). Este ciclo se repite una y otra vez cuando la gráfica es trazada de izquierda a derecha. En otras palabras, la gráfica completa puede ser formada de copias de una porción particular, repetida en intervalos regulares indefinidamente. Si la función *f* es conocida sobre un periodo, entonces es conocida en todas partes.

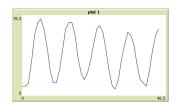
Más formalmente, una función f es periódica si existe un número real P tal que f(x + P) = f(x) para todas las x. P es el **periodo** de la función f.

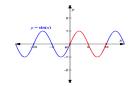
## **EXPERIMENTACIÓN**

Se continuó trabajando con el mismo programa, sólo que ahora utilizamos una la tabla con resorte, la cual oscilamos frente al sensor ultrasónico conectado a la placa Arduino y obtuvimos la gráfica siguiente con NetLogo:

A un pedazo de tabla se grapó un pedazo de resorte de juguete



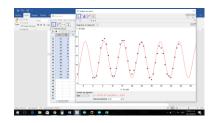






La segunda gráfica la obtuvimos exportando los datos de NetLogo a Excel. Para ver el procedimiento ya explicado ver el Manual de Operación. Netlogo es un modelo de programación para instalarse en computadoras. Debido a que Excel no nos proporcionó un modelo adecuado para nuestros datos, estos se insertaron en una hoja de GeoGebra y ahí obtuvimos el modelo matemático que corresponde.

Ahora, en GeoGebra, si pulsamos el botón que se encuentra en la esquina inferior izquierda **Modelo de regresión** y seleccionamos la opción **sen**, la cual corresponde a una función **seno** que tiene un comportamiento periódico, obtenemos lo siguiente:



Observamos una gráfica cuyo comportamiento se aproxima mucho a los datos colectados con el resorte. La función, se encuentra en la parte inferior de la pantalla:

$$y = 12.76 + 9.7sen(0.65x - 2.16)$$

Esta expresión, en términos de las variables que intervienen en el experimento realizado, se escribe:

s(t) = 12.76 + 9.7 sen(0.65t - 2.16), donde s = distancia a la que se encuentra la tabla pegada al resorte, y t = tiempo

Se realizaron dos preguntas: ¿Cuál es el dominio y la imagen de la función determinada por los datos colectados del archivo del péndulo? Y¿Cuál es el dominio y la imagen de la función determinada por la función de ajuste obtenida con GeoGebra?

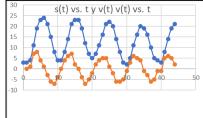
Luego, regresemos a la hoja Excel donde se encuentran nuestros datos y generemos los datos de la velocidad de movimiento del resorte como se explica en la página 29 del Anexo. Esto lo lograremos insertando la fórmula de la velocidad (distancia sobre tiempo) en una columna vacía de la hoja, una línea más abajo de donde inician nuestros datos. En nuestro

caso, la lista de datos comienza en la línea 18, así que insertaremos nuestra fórmula en la celda E19, pues la	a columna E
se encuentra vacía. La fórmula a insertar es:	

=(B19-B18) /(A19-A18)

Que es el cambio de la distancia, o distancia recorrida, entre el tiempo de recorrido. Luego, copiamos esta celda al resto hacia abajo.

Aquí mismo en Excel, obtenemos las gráficas siguientes:



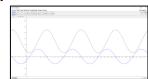
Analiza conjuntamente con tus compañeros las gráficas anteriores (las que Ustedes hayan obtenido) y contesten las preguntas siguientes:

¿Cómo es la gráfica de v(t) vs. t, cuando s(t) vs. t es creciente?

¿Cómo es la gráfica de v(t) vs. t, cuando s(t) vs. t es decreciente? \_\_\_\_\_\_

¿Se cumple la regla que ya habíamos aprendido para funciones polinomiales?

### 4. COMPROBACIÓN ANALÍTICA



Gráficas f(x) vs. x y f'(x) vs.

Χ

Y nuevamente planteamos las preguntas anteriores:

¿Cómo es la gráfica de f (x) vs. x, cuando f(x) vs. x es creciente?

¿Cómo es la gráfica de f ´(x) vs. x, cuando f(x) vs. x es decreciente?

# 5. EJERCICIOS

Construye las gráficas de las funciones trigonométricas **cos(x)** vs. **x** y **tan(x)** vs. **x**, cada una con la gráfica de su respectiva derivada, usando un graficador (puede ser GeoGebra).

¿Cómo es el comportamiento de cada una de estas funciones, considerando que sus gráficas son repetitivas?

#### 6. CONCLUSIÓN

Después de ver el video **El Poder de la Luna**, y comentándolo con tus compañeros, ¿puedes explicar por qué la altura del mar cambia de forma periódica? \_\_\_\_\_

Duración: 1 hora

## Práctica 3. OTRO EXPERIMENTO CON COMPORTAMIENTO PERIÓDICO

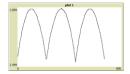
**Objetivo:** Que el estudiante identifique la presencia de las funciones periódicas en el ámbito de la Ecología, y así dotarles de mayor significado, obteniendo los datos de voltaje vs. tiempo de un mini panel solar estimulado por una fuente luminosa controlada, su gráfica y el modelo matemático para la función voltaje(tiempo).

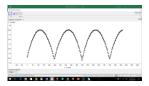
En las últimas décadas se ha generado un gran interés por el uso de fuentes alternativas de energía, esto como consecuencia del calentamiento global que ha sido potenciado por el uso intensivo de combustibles fósiles.

En esta práctica utilizamos la sección del estuche de experimentos en la que se encuentra un mini panel solar (fotografía en página 4 del Anexo). Este panel solar, recibe la luz de un pequeño foco (led) que se encuentra ubicado exactamente en la parte superior de la caja, a la mitad del ángulo de giro del panel y su intensidad luminosa aumenta y disminuye de la misma forma que la luz del sol durante el día.

Nos interesa analizar la energía eléctrica generada por el panel al recibir la luz del led. Esto lo lograremos de una forma muy sencilla:

- a) Conecta tu estuche, usando el enchufe que tiene en su costado izquierdo, al puerto USB de tu computadora.
- b) Carga el programa **Panel solar.ino** en tu programa Arduino. Para esto realiza la misma secuencia de operaciones de los experimentos anteriores.
- c) Luego, ingresa a NetLogo y carga el programa que ya has estado usando (puedes usar la opción Recent Files y seleccionar el nombre del programa que ahí aparece)
- d) Los datos colectados por Arduino llegarán a NetLogo y, después de pulsar los botones que se han indicado en los experimentos anteriores, coloca tu cursor encima de la pantalla de graficación, y pulsando el botón de derecho de tu mouse, selecciona la opción Export y coloca los valores que se indican en la figura siguiente:



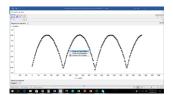


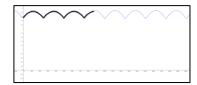


e) Habiendo exportado los datos a Excel de la forma acostumbrada y, copiándolos para llevarlos a la hoja de cálculo de GeoGebra, obtenemos lo siguiente:

Si bien, nuestros datos parecen tener un comportamiento repetitivo y, por tanto, periódico, su forma es un tanto peculiar, de acuerdo a lo que conocemos de funciones periódicas. Su comportamiento se asemeja a una curva senoidal, pero solo en parte porque no forman una curva senoidal completa. Por tanto, para conseguir un modelo matemático adecuado, haremos lo siguiente:

Con tu gráfica de GeoGebra en pantalla, pulsa **botón derecho** y selecciona la opción que se muestra en la figura siguiente:





f) Y ahora, en la línea de entrada, ingresa la expresión siguiente:

$$f(x) = 2.42 + 0.3*abs(sen(0.01*x))$$

- g) Observa que, en este modelo intervienen dos funciones, la función Valor Absoluto (abs) y la función senoidal. La función valor absoluto es la que permite que la gráfica de la función senoidal no se complete
- h) En caso de que el modelo anterior no se corresponda con los datos que tú hayas colectado, consulta la página 44 del Manual de Operación en donde se indica cómo determinar tu propio modelo.

NOTA 1: Cuando colectes tus datos en NetLogo, procura que la onda esté iniciando, como en las gráficas anteriores.

NOTA 2: Es importante destacar que, en este caso, el comportamiento de los datos colectados nos brinda la oportunidad de abordar el tema de los PUNTOS SINGULARES de una función, como aquellos que pertenecen al dominio de la función, pero no al de su derivada:

Contesta las siguientes preguntas:

1.	¿Cuáles son las variables en la gráfica de este experimento?
2.	¿Cuál es el dominio de la función que modela los datos que obtuviste?
3.	¿Cuál es su imagen?

4. Bosqueja la gráfica de la derivada de la función obtenida en este experimento

#### PRÁCTICA 4. INTRODUCCIÓN A LAS FUNCIONES EXPONENCIALES DE BASE e

#### **OBJETIVOS:**

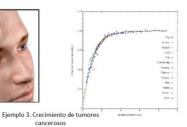
Que el estudiante, a partir de la recolección de datos de voltaje vs. tiempo, de procesos de generación de energía eléctrica a partir de energía eólica y la obtención de su correspondiente modelo matemático voltaje(tiempo), caracterice a las funciones exponenciales como modelos de crecimiento o decrecimiento de variables de fenómenos de diversa naturaleza.

Que el estudiante obtenga la derivada de la función exponencial voltaje(tiempo) gráficamente y use este resultado como argumento para la determinación de la fórmula de la derivada de esta función.

### INTRODUCCIÓN

A las funciones exponenciales se acostumbra llamarles funciones de crecimiento, puesto que su empleo más extenso está en la descripción de esta clase de fenómenos. Por ejemplo: desarrollo poblacional de personas, desarrollo poblacional de animales, de bacterias; para desintegración radioactiva, el crecimiento de una sustancia en una reacción química, el





crecimiento de cierto tipo de tumores cancerosos, el incremento del capital en el interés compuesto, etc.; el crecimiento exponencial ocurre en muchos campos de la ciencia y la tecnología. Así mismo, en algunos fenómenos en donde tiene lugar el decrecimiento de algunas variables, las funciones exponenciales también están presentes:

#### Ejercicios.

Para cada uno de los ejemplos anteriores, analiza cuidadosamente las gráficas e identifica las variables presentes en cada una de ellas.

Ejemplo	Variable dependiente	Variable independiente
1		
2		

Duración: 1 hora

## EJEMPLO DE FUNCIONES EXPONENCIALES: ¿QUÉ SON LOS AEROGENERADORES?

### INTRODUCCIÓN

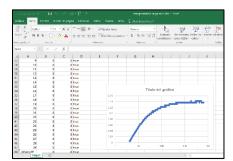
Los **aerogeneradores** permiten generar energía eléctrica propia por medio de una turbina eólica de forma limpia y accesible. Ya sea para casas, negocios o industrias, los aerogeneradores permiten reducir los costos de luz y gas. Veamos qué relación tiene esta tecnología con la matemática.



## **EXPERIMENTACIÓN**

- a) Conectar tu computadora en el costado izquierdo de tu estuche de experimentos
- b) Ingresar al programa Arduino y cargar el programa aerogenerador.ino
- c) Ingresar a NetLogo y cargar el programa arduinoVoltaje.nlogo
- d) Pulsar el botón abrir y después el botón graficar
- e) Exponer el aerogenerador (rehilete) a una corriente de aire; puedes exponerlo a un ventilador
- f) Recolección de algunos datos con Arduino/NetLogo

Teniendo algunos datos colectados en Arduino y enviándolos a NetLogo para su graficación ya podemos guardarlos exportándolos a Excel, pulsando el botón derecho del mouse y seleccionando la opción Export:



Los valores almacenados en la columna A, son valores del variable tiempo y los de la columna B, son valores de **voltaje**.

El comportamiento de los datos parece ser exponencial, pero como Excel no proporciona una buena aproximación, abrimos GeoGebra y copiamos los datos en su hoja de cálculo y, en la forma ya conocida graficamos:

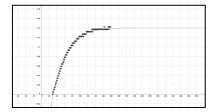
Dado que GeoGebra tampoco nos da una buena aproximación, colocamos el cursor encima de la gráfica de puntos y, pulsando el botón derecho del mouse,

seleccionamos la opción Copiar en Vista Gráfica.

Ya con los puntos en vista gráfica ingresamos el modelo exponencial en la barra de entrada

$$f(x) = 0.14 - 0.04e^{2.2 - 0.03x}$$

Si ingresamos la gráfica de f(x) tenemos lo siguiente:



Que, para nuestro caso, la expresión debe ser

 $V(t) = 0.14 - 0.04e^{2.2 - 0.03t}$ 

Para el caso de que los datos que obtengas no se ajusten a este modelo, consulta la <u>página 57 del Manual de Operación</u> para que puedas encontrar el modelo adecuado para tus datos.

### REFLEXIÓN.

- 1. Si consideramos que cada gráfica nos cuenta una historia, ¿qué nos estaría contando la gráfica anterior? Comenta la pregunta con tus compañeros de equipo y escribe tu respuesta
- 2. ¿Cuál es el dominio de los datos colectados en este experimento?
- 3. ¿Cuál es la imagen?
- 4. ¿Cuál es el dominio de la función que modela estos datos?
- 5. ¿Cuál es la imagen de esta función? \_\_\_\_\_
- 6. Si el aerogenerador funcionara durante 100 s. aproximadamente, ¿qué voltaje se estaría generando?
- 7. Considerando el comportamiento gráfico del modelo matemático obtenido para estos datos, bosqueja la gráfica de su rapidez instantánea de cambio (derivada).

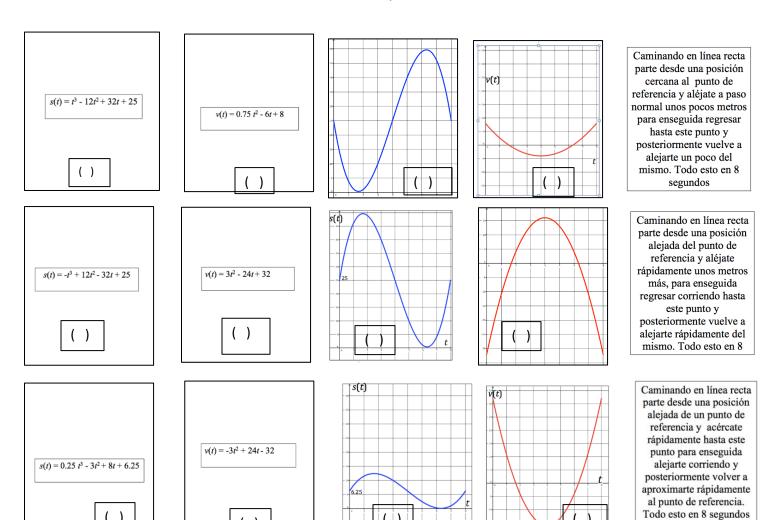
# Instrumentos De Evaluación Sumativa

١	Ų.	$\cap$	٨.	1	D	R	
	N		IIV.	ш	_	┏.	_

( )

( )

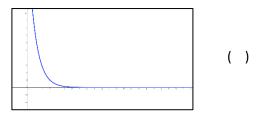
INSTRUCCIONES: Examina cuidadosamente cada una de las filas y relaciónalas correctamente asignando un número (1, 2 ó 3) a cada carta. Al final, todas las cartas pertenecientes a un mismo juego, deberán tener el mismo número, es decir, habrá 5 cartas con el número 1, cinco cartas con el número 2 y 5 cartas con el número 3.



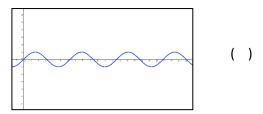
## **EVALUACIÓN**

En cada uno de los enunciados siguientes, se describe el comportamiento de una variable a medida que la variable independiente va aumentando. Relaciona las gráficas de la derecha, con los enunciados de la izquierda, colocando el número correspondiente dentro del paréntesis respectivo

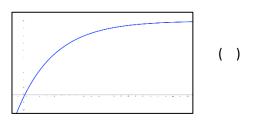
1. La variable dependiente cambia con velocidad variable. Primero aumenta rápidamente, después más lentamente hasta detener su crecimiento. De inmediato, comienza a disminuir rápidamente, después lentamente hasta detenerse y finalmente comienza a aumentar nuevamente.



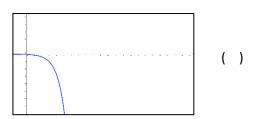
2. La variable dependiente aumenta a velocidad constante



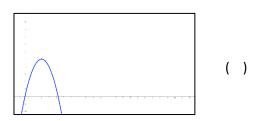
3. La variable dependiente disminuye, primero rápidamente y después muy lentamente, hasta estabilizarse



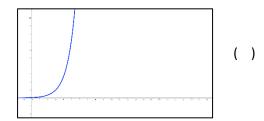
4. La variable dependiente aumenta lentamente al principio y después muy rápidamente



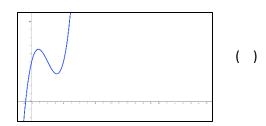
5. La variable dependiente aumenta, primero rápidamente y después muy lentamente, hasta que su valor tiende a estabilizarse



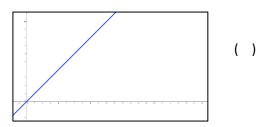
6. La variable dependiente aumenta rápidamente al principio y después más lentamente, hasta detener su crecimiento. Inmediatamente después, inicia su decrecimiento, primero lentamente y después rápidamente.



7. La variable dependiente crece y después decrece. Este comportamiento se repite indefinidamente.



8. La variable dependiente disminuye lentamente al principio y después muy rápidamente



# RÚBRICA PARA EVALUAR LAS PRÁCTICAS DE LABORATORIO

Rubro	100	80	60
Uso de recursos tecnológicos	El equipo hizo uso eficiente de los recursos tecnológicos, que contribuyeron significativamente al desarrollo de su actividad.		El equipo no hizo uso adecuado de los recursos tecnológicos.
Cuestionarios	Las respuestas de los cuestionarios que el equipo proporciona están completas y son claras y coherentes.	Algunas de las respuestas que el equipo proporciona son claras y coherentes.	Las respuestas que el equipo proporciona no son claras ni coherentes.
Actitud/Disposición (observación directa)	El equipo mostró una actitud positiva, coordinada y proactiva durante la realización de la actividad.	El equipo se distrae durante la realización de la actividad, pero la termina en el tiempo establecido.	El equipo no muestra interés o disposición por realizar la actividad.
Gráficas	Las gráficas solicitadas en la actividad son correctas.	Algunas gráficas no son correctas	Ninguna de las gráficas es correcta.

# Material Utilizado

1 (	Cables macho-hembra 30 cm			
2 (	Cables macho-macho 10 cm			
3 9	Sensor ultrasónico hc-sr04			
4 5	Sensor de temperatura LM35			
5 2	2 capacitores electrolíticos 1000 microfaradios a 16 v			
6 3	3 resistencias 1 kilo ohm. (1/4 de watt o 1/2 de watt)			
7 1	LED 5mm			
8 (	Capacitor electrolítico 10 micro faradios a 35 voltios			
9	2 push botón			
10	protoboard de 400 puntos	Material de bajo costo		
11	3 tornillos con tuerca para sujetar el Arduino			
12 (	caja de plástico para herramientas número 13		y fácil de conseguir	
13 I	Rehilete (de cualquier tipo)			
14	pistola de silicón			
15 I	Barras de silicón			
16 I	kola loka			
17 I	Exacto o Cutter			
18 I	Encendedor			
19 I	Desarmador plano y estrella			
20 I	Pinzas de corte			
21 (	Cinta negra aislante			
22	Tijera			
23 I	kit solar educativo de 3 celdas (PS-723) \$295.00	\$295	tienda Steren	
24	Arduino Mega	\$260	Mercado Libre	
25	1 imán de ferrita redondo			